

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي وانقلها إلى ورقة إجابتك (40 درجة : 10 لكل جواب صحيح)

1. نواس مرّن تبلغ سرعته العظمى $v_{max} = -2m.s^{-1}$, وتسارعه الأعظمى $a_{max} = -4 m.s^{-2}$, فإن: نبضه الخاص مقدراً بـ $rad.s^{-1}$:	2 - A	1 - B	π - C	-2 - D
2. نواس مرّن يهتز بحركة جيّبة انسحابية دوره الخاص T_0 , نجعل كتلته ضعفي ما كانت عليه فيصبح دوره الخاص الجديد T'_0 هو:	$2T_0$ - A	T_0 - B	$\sqrt{2}T_0$ - C	$\frac{T_0}{2}$ - D
3. ساق متجانسة طولها (L) وكتلتها (m) نعلقها شاقولياً حول محور دوران أفقي عمودي على مستويها ومار من نهايتها العلوية فيكون عزم عطالة الساق هو I'_Δ علماً أن عزم عطالة الساق حول محور مار من منتصفها وعمودي على مستويها $I_{\Delta.C} = \frac{1}{12}ml^2$:	$I'_\Delta = ml^2$ - A	$I'_\Delta = \frac{1}{12}ml^2$ - B	$I'_\Delta = \frac{1}{3}ml^2$ - C	$I'_\Delta = 2ml^2$ - D
4. نواس قتل طول سلك القتل فيه l فإذا أصبح دوره $T'_0 = 3.T_0$ فإن طول السلك الجديد l' يساوي:	$3l$ - A	$\sqrt{3}l$ - B	$9l$ - C	$\frac{1}{9}l$ - D

السؤال الثاني: في النواس الثقلي البسيط أجب عن ما يلي: (40 درجة)

- 1- عرف النواس الثقلي البسيط نظرياً وعملياً
- 2- انطلاقاً من العلاقة العامة للدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة الساعات الصغيرة استنتج الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط

ج:1- • نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت l من محور أفقي ثابت • عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله l كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.	10 درجات لكل تعريف
ج:2- دور النواس الثقلي المركب في حالة الساعات الصغيرة : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ وذلك بتعويض كل من: $I_\Delta = m.L^2$ $d = L$ في علاقة الدور: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m L^2}{m g L}}$ وهي علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط في الساعات الصغيرة $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	5 5(تقبل ضمناً) 5(تقبل ضمناً) 5

برهن في النواس المرن أن محصلة القوى المؤثرة في الجسم المعلق إلى النابض هي قوة ارجاع تتناسب شدتها طردياً مع المطال.

- يؤثر في مركز عطالة الجسم : قوة ثقل الجسم $\vec{w}$ ، $\vec{F}_{s_0}$: قوة توتر النابض
 $\sum \vec{F} = \vec{0}$

2
3

$$\vec{w} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل نجد : $w - F_{S_0} = 0$

$$\Rightarrow w = F_{S_0} \dots \dots \dots (*)$$

- يؤثر على النابض : قوة توتر النابض $\vec{F}'_{s_0}$ التي تسبب له الاستطالة x_0
ولكن لنفس النابض $F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0$ بالتعويض في (*) نجد :

$$w = kx_0 \dots \dots \dots (1)$$

- يؤثر في مركز عطالة الجسم : قوة ثقل الجسم $\vec{w}$ ، $\vec{F}_s$: قوة توتر النابض فيخضع الجسم لتأثير قوتين:

○ $F_s = k(x_0 + \bar{x})$ قوة توتر النابض

○ قوة ثقل الجسم $\vec{w}$ ، ويؤثر في نهاية النابض قوة $\vec{F}_s = \vec{F}_s$

5
2

مع انس احمد

$\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$$\vec{w} + \vec{F}_s = m \vec{a}$$

بالإسقاط على محور xx' نحو الأسفل نجد: $w - F_s = m \bar{a} \dots \dots \dots (**) \quad \text{3}$

- **يؤثر على النابض** : قوة توتر النابض $\vec{F}'_s$ التي تسبب له الاستطالة $(x_0 + \bar{x})$ ولكن لنفس النابض $F'_s = F_s = k(x_0 + \bar{x})$ بالتعويض في (**): نجد :

$$w - k(x_0 + \bar{x}) = m \bar{a} \xrightarrow{\text{ننشر } (-k) \text{ على القوس و من (1) نعوض } w}$$

$$kx_0 - kx_0 - k\bar{x} = m\bar{a}$$

$$-k\bar{x} = m\bar{a}$$

$$-k\bar{x} = \sum_i \bar{F}_i = \bar{F}$$

$$\bar{F} = -k\bar{x}$$

5
لايحاسب
الطالب على
إشارة القيم
الحرية

السؤال الرابع:

(40 درجة)

انطلاقاً من العلاقة $-k \cdot \bar{\theta} = I_{\Delta} \cdot \bar{\alpha}$ استنتج طبيعة الحركة في النواس الفتل، ومن ثم استنتج دوره الخاص

5	$-k \cdot \bar{\theta} = I_{\Delta} \cdot \bar{\alpha}$ - التسارع الزاوي هو المشتق الثاني لتابع الفاصلة الزاوية $\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t$
2	$-k \bar{\theta} = I_{\Delta} (\bar{\theta})''_t \Rightarrow$
3	$(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}} \bar{\theta} \dots (1)$
5	- معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيئاً من الشكل:
2	$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
2	نشتق مرتين:
1	$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
	$\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t = -\theta_{\max} \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
	$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots (2)$
	بالمساواة (1), (2) نجد: $-\omega_0^2 \bar{\theta} = -\frac{k}{I_{\Delta}} \bar{\theta}$
	- النبض الخاص للنواس الفتل : $\omega_0^2 = \frac{k}{I_{\Delta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}} > 0$
5	طبيعة حركة النواس الفتل : جيئية دورانية نبضها الخاص ω_0 بشرط k و I_{Δ} موجبان
5	- استنتاج الدور :
5	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}}}$
5	أي أن الدور الخاص للنواس الفتل
	$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}}$

5 يخسر 2
عند إغفال
إشارة الأكبر

السؤال الخامس: حل كلاً من المسائل الآتية:

(240 درجة)

المسألة الأولى: /90 درجة/

تهتز نقطة مادية كتلتها $m = 0.5 \text{ kg}$ حركة توافقية بسيطة بمرونة نابض مهملة الكتلة حلقاته متباعدة فينجز 8 هزات في 2 s ويرسم أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها 16 cm فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{x_{\max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب، والمطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
 2. استنتج علاقة الاستطالة السكونية لهذا النابض، ثم احسب قيمتها.
 3. احسب قيمة ثابت صلابة النابض وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة؟
 4. احسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $-x_{\max}$.
 5. احسب قوة الإرجاع في نقطة مطاله 2 cm.
 6. احسب الطاقة الميكانيكية.
 7. احسب الطاقة الكامنة في نقطة مطاله $x = -2 \text{ cm}$ ، واحسب طاقته الحركية عندئذ.
- باعتبار $(g = 10 \text{ m.s}^{-2}, \pi^2 = 10)$

20 درجة درجة واحدة للجواب الصحيح درجة واحدة للوحدة	1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت. المعطيات: $2X_{max} = 16cm$, $m = 0.5kg$ $X_{max} = \frac{16}{2} = 8cm \rightarrow X_{max} = 8 \times 10^{-2}m$ $T_0 = \frac{\text{زمن الهزات}}{\text{عددتها}} = \frac{t}{N} = \frac{8}{2} \Rightarrow T_0 = 4s$ $\left(t = 0, \bar{x} = \frac{X_{max}}{2}, \bar{v} < 0 \right)$ $\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1}$ $\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos \varphi$ $\cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{3} rad \text{ أو } \varphi = +\frac{5\pi}{3} rad$ $t = 0 \quad \bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \varphi$ مرفوض $20 \varphi = \frac{5\pi}{3} rad \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow \bar{v} > 0$ مقبول $\varphi = +\frac{\pi}{3} rad \Rightarrow \sin \varphi > 0 \Rightarrow \bar{v} < 0$ $\varphi = +\frac{\pi}{3} rad$ $\bar{x} = 8 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \dots \dots (m)$
10 درجة	2. استنتج علاقة الاستطالة السكونية لهذا النابض ، ثم احسب قيمتها . جملة المقارنة: خارجية جملة المدروسة: (جسم - نابض) حالة سكون: يؤثر على الجسم: قوة ثقل الجسم $\vec{w}$ ، $\vec{F}_{S_0}$: قوة توتر النابض . يؤثر على النابض: $\vec{F}_{S_0'}$: قوة يؤثر فيها الجسم بنهاية النابض . (القوة التي تسبب للنابض الاستطالة x_0) $F_{S_0'} = kx_0 \Rightarrow F_{S_0} = F_{S_0'} \quad (\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F}_{S_0} = \vec{0})$ نسقط على $\vec{x}\vec{x}$ الشاقولي الموجه نحو الأسفل: $w - F_{S_0} = 0 \Rightarrow w = F_{S_0} = F_{S_0'} \Rightarrow \boxed{mg = kx_0} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{m \cdot g}{k}}$ $x_0 = \frac{m \cdot g}{m \cdot \omega_0^2} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{g}{\omega_0^2}} = \frac{10}{\frac{\pi^2}{4}} \Rightarrow \boxed{x_0 = 4m}$
10 درجة	3. احسب قيمة ثابت صلابة النابض وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة؟ $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} N.m^{-1}$ لا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض باستبدال الكتلة المعلقة.
10 درجة	4. احسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $-X_{max}$. $\bar{a} = -\omega_0^2 \cdot \bar{x} = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 (-8 \times 10^{-2}) = +\frac{\pi^2}{4} \times 8 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\bar{a} = 4 \times 10^{-1} m.s^{-2}}$
10 درجة	5. احسب قوة الإرجاع في نقطة مطالها $2cm$. $\bar{F} = -k\bar{x} = -\frac{5}{4} \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = -2.5 \times 10^{-2} N}$

10 درجة	6. احسب الطاقة الميكانيكية $E = \frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 64 \times 10^{-4}$
20 درجة	7. احسب الطاقة الكامنة في نقطة مطالها $\bar{x} = -2 \text{ cm}$ واحسب طاقته الحركية عندئذ . $E = 40 \times 10^{-4} \text{ J}$ $E_p = 2.5 \times 10^{-4} \text{ J}$ $E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 4 \times 10^{-4} \Rightarrow$ $E_k = E - E_p = 40 \times 10^{-4} - 2.5 \times 10^{-4} \Rightarrow E_k = 37.5 \times 10^{-4} \text{ J}$

المسألة الثانية: 70 درجة/

- يتألف نواس قتل من قرص متجانس كتلته 1 kg معلق بسلك قتل شاقولي، فإذا علمت أن عزم عطالة القرص حول محور عمودي على مستويهِ ومار من مركز عطالته $0.02 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ ودوره الخاص 2s، المطلوب:
1. حساب نصف قطر القرص.
 2. حساب قيمة ثابت القتل لسلك التعليق.
 3. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام، باعتبار أن مبدأ الزمن هو اللحظة التي ترك فيها القرص دون سرعة ابتدائية بعد ان ندير القرص بمقدار نصف دورة من موضع توازنه بالاتجاه الموجب.
 4. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرور الأول في موضع توازنه.
 5. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة مرور القرص بموضع .

10 درجة	المعطيات: $m = 1 \text{ kg}$, $I_{\Delta} = 2 \times 10^{-2} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $T_0 = 2 \text{ s}$ حساب نصف قطر القرص.
10 درجة	1- $I_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2 \Rightarrow 2 I_{\Delta} = m r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{2 I_{\Delta}}{m} \Rightarrow r = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$ 2- حساب قيمة ثابت القتل لسلك التعليق.
20 درجة	3- ملاحظة: (قد يأتي ربع دورة $(\frac{\pi}{2})$ ، نصف دورة (π) ، دورة كاملة (2π)) ($t = 0$, $\theta = +\pi \text{ rad}$, $w = 0$) $\theta_{max} = \theta_{max} \cos \varphi$: ($\theta = \theta_{max}$, $t = 0$) $\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ rad}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \omega_0 = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ $\bar{\theta} = \pi \cos(\pi t + 0) \dots \dots \dots (\text{rad})$

15 درجة	-4 $\bar{w} = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \theta)$ في اللحظة $t = 0$ القرص في أحد الوضعين الطرفين $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} s$ زمن المرور الأول $\bar{w} = -\pi \cdot \pi \sin\left(\pi \cdot \frac{1}{2}\right)$ $\bar{w} = -10 \text{ rad} \cdot s^{-1}$
15 درجة	-5 $\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \cdot \bar{\theta} = -\pi^2 \left(-\frac{\pi}{2}\right)$ $\bar{\alpha} = +5\pi \text{ rad} \cdot s^{-2}$

المسألة الثالثة: /80 درجة/

- يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها 1 m تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.2 \text{ kg}$ وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.6 \text{ kg}$ تهتز هذه الساق حول محور أفقي مار من منتصفها، والمطلوب الآتي:
- احسب دور النواس في حالة الساعات الصغيرة.
 - احسب طول النواس البسيط المواقف لهذا النواس.
 - احسب دور النواس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4 \text{ rad}$.
 - نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركها دون سرعة ابتدائية:
- A- استنتج بالرموز علاقة السرعة الزاوية لجملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثم احسب قيمتها عندئذ.
- B- احسب السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة المرور بالشاقول.

25 درجة	1. $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{m \cdot g \cdot d}}$ $I_{\Delta} = I_{\Delta}^{\text{الناس}} + I_{\Delta}^{\text{الكتل}} = m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m_1 \ell^2 + \frac{1}{4} m_2 \ell^2$ 0 $= \frac{1}{4} \times 2 \times 10^{-1} \times 1 + \frac{1}{4} \times 6 \times 10^{-1} \times 1$ $= \frac{1}{2} \times 10^{-1} + \frac{3}{2} \times 10^{-1}$ $I_{\Delta}^{\text{الناس}} = 2 \times 10^{-1} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ $m = m_1 + m_2 = 0.2 + 0.6 = 0.8$ $m = 8 \times 10^{-1} \text{ kg}$
---------	--

$$d = oc = \frac{\sum mi r_i}{\sum mi} = \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{-m_1 \frac{\ell}{2} + m_2 \frac{\ell}{2}}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{\ell}{2}(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(0,6 - 0,2)}{0,8} = \frac{0,2}{0,8} = \frac{1}{4} \Rightarrow d = \frac{1}{4} m$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times 10^{-1}}{8 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{1}{4}}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

2. احسب طول النواس البسيط المواقف لهذا النواس

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \Rightarrow \ell = 1m$$

3. احسب دور النواس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{\max} = 0,4 \text{ rad}$

$\theta_{\max} = 0,4 \text{ rad} > 0,24 \text{ rad}$ أي يُحسب الدور من أجل السعات الكبيرة

$$T'_0 = T_0 \left(1 + \frac{\theta_{\max}^2}{16}\right) = 2 \left(1 + \frac{0,16}{16}\right)$$

$$= 2(1 + 0,01) = 2(1,01) \Rightarrow T'_0 = 2,02s$$

4. نزح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{\max} = 60^\circ$ وتركها دون سرعة ابتدائية:

A. استنتج بالرموز علاقة السرعة الزاوية لحملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق ثم

احسب قيمتها عندئذ.

$$\theta_{\max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}, w = ?$$

- نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

- الأول: لحظة ترك الجسم دون سرعة ابتدائية $\theta_1 = \theta_{\max}$

- الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta_2 = 0$

$$\Sigma \vec{w} \cdot \vec{F} = \Delta \vec{E}_K \Rightarrow \vec{w} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{R} = E_{K_2} - E_{K_1}$$

$$m \cdot g \cdot d(1 - \cos \theta_{\max}) = \frac{1}{2} I_{\Delta} w^2$$

$$w = \sqrt{\frac{2mg \cdot d(1 - \cos \theta_{\max})}{I_{\Delta}}}$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{2 \times 10^{-1}}}$$

$$w = \sqrt{10} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

B. احسب السرعة الخطية لمركز عطالة حملة النواس لحظة المرور بالشاقول

$$v_c = w \cdot r = w \cdot d = \frac{1}{4} \times \pi$$

$$v = \frac{\pi}{4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

انتهت الأسئلة