

بالإسقاط على محور xx' نحو الأسفل نجد:

- يؤثر على النابض : قوة توتر النابض \vec{F}_s التي تسبب له الاستطالة $(x_0 + \bar{x})$ ولكن لنفس النابض $F_s = F'_s = k(x_0 + \bar{x})$ بالتعويض في (**) نجد :

$$w - k(x_0 + \bar{x}) = m \bar{a} \xrightarrow{\text{ننشر } (-k) \text{ على القوس و من (1) نعرض}} kx_0 - kx_0 - k\bar{x} = m \bar{a}$$

$$-k\bar{x} = m\bar{a}$$

$$k\bar{x} = \sum \bar{F} = \bar{F}$$

$$\bar{F} = -k\bar{x}$$

السؤال الثالث :

انطلاقاً من العلاقة $\bar{\alpha}_\Delta = k \cdot \bar{\theta}$ - استنتج طبيعة الحركة في النواس الفتل، ومن ثم استنتاج دوره الخاص

التسارع الزاوي هو المشتق الثاني لتتابع الفاصلة الزاوية $\bar{\alpha} = \ddot{\theta}$

$$-k\bar{\theta} = I_{\Delta}(\bar{\theta})''_t \Rightarrow$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}}\bar{\theta} \dots (1)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلًّا جيبيًّا من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق مرتین:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t = -\theta_{\max} \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots (2)$$

$$-\omega_0^2 \bar{\theta} = -\frac{k}{I_A} \bar{\theta} \quad \text{نجد: (1), (2) بالمساواة}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0 \quad \text{النبض الخاص للنواص الفتل :} \quad -$$

طبيعة حركة النواس الفتل : جبية دورانية نبضها الخاص ω_0 بشرط $k \ll \omega_0$ موجبان

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

استنتاج الد

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

أي أن الدور الخاص للنواص الفتل

(110 درجة)

/ 60 درجة

تهتز نقطة مادية كتلتها $m = 0.5 \text{ kg}$ حركة تواافقية بسيطة بمرونة نابض مهملا الكتلة حلقاته متباينة فينجز 8 هزات في 2 s ويرسم أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها 16 cm فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب، والمطلوب:

السؤال الرابع: حل كلًّا من المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

- استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعين قيمة الثوابت.
 - أحسب الاستطالة السكونية لهذا النابض.
 - أحسب قيمة ثابت صلابة النابض.
 - أحسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $-X_{max}$.
 - أحسب قوة الإرجاع في نقطة مطالها 2 cm .
 - أحسب الطاقة الكامنة في نقطة مطالها -2 cm ، واحسب طاقته الحركية عندئذ.
- باعتبار $(g = 10 \text{ m.s}^{-2}, \pi^2 = 10)$

20 درجة

درجة واحدة للجواب
الصحيح
درجة واحدة
للواحدة

7 درجة

8 درجة

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعين قيمة الثوابت.

المعطيات: $m = 0.5 \text{ kg}$ ، $2X_{max} = 16 \text{ cm}$

$$X_{max} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm} \rightarrow X_{max} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$T_0 = \frac{\text{زمن الهزات}}{\text{عددتها}} = \frac{t}{N} = \frac{2}{8} \Rightarrow T_0 = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$(t = 0, \bar{x} = \frac{X_{max}}{2}, \bar{v} < 0)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 8\pi \text{ rad.s}^{-1}}$$

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{3} \text{ rad} \quad \text{أو} \quad \varphi = +\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$$

$$t = 0 \quad \bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \varphi$$

$$\text{مروف} \quad 20 \varphi = \frac{5\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow \bar{v} > 0$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow \sin \varphi > 0 \Rightarrow \bar{v} < 0 \quad \text{مقبول}$$

$$\boxed{\varphi = +\frac{\pi}{3} \text{ rad}}$$

$$\boxed{\bar{x} = 8 \times 10^{-2} \cos \left(8\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \dots \dots \dots (m)}$$

2. الاستطالة السكونية لهذا النابض

$$\Rightarrow mg = kx_0 \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{mg}{k}}$$

$$x_0 = \frac{mg}{m\omega_0^2} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{g}{\omega_0^2}} = \frac{10}{64\pi^2} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{1}{64} \text{ m}}$$

3. أحسب قيمة ثابت صلابة النابض وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة؟

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2 = \frac{1}{2} \times 64\pi^2 = 320 \text{ N.m}^{-1}$$

5 درجة	<p>4. احسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $-X_{max}$.</p> $\bar{a} = -\omega_0^2 \cdot \bar{X} = -64\pi^2 (-8 \times 10^{-2}) = +64\pi^2 \times 8 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\bar{a} = 512 \times 10^{-1} m.s^{-2}}$ <p>5. احسب قوة الإرجاع في نقطة مطالها $2 cm$.</p> $\bar{F} = -k\bar{x} = -320 \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = -64 \times 10^{-1} N}$ <p>6. احسب الطاقة الكامنة في نقطة مطالها $-2 cm$ واحسب طاقته الحركية عندئذ.</p> $E_P = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 320 \times 4 \times 10^{-4} \Rightarrow \boxed{E_P = 640 \times 10^{-4} J}$ <p style="text-align: right;">طريقة 1:</p> $E_k = E - E_P = \frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2 - \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} K \cdot (X_{max}^2 - x^2)$ $E_k = \frac{1}{2} \times 320 (64 \times 10^{-4} - 4 \times 10^{-4})$ $\Rightarrow \boxed{E_k = 9600 \times 10^{-4} J}$ <p>طريقة 2: نحسب الطاقة الميكانيكية</p> $E = \frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 320 \times 64 \times 10^{-4}$ $\boxed{E = 10240 \times 10^{-4} J}$ $E_k = E - E_P = 10240 \times 10^{-4} - 640 \times 10^{-4} \Rightarrow \boxed{E_k = 9600 \times 10^{-4} J}$
--------	---

50/ المسألة الثانية :

يتألف نواس فتل من قرص متاجنس كتلته $1 kg$ معلق بسلك فتل شاقولي، فإذا علمت أن عزم عطالة القرص حول محور عمودي على مستوىه ومار من مركز عطالته $0,02 Kg.m^2$ ودوره الخاص $2s$ ،المطلوب:

1. حساب نصف قطر القرص.
2. حساب قيمة ثابت الفتل لسلك التعليق.
3. استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام، باعتبار أن مبدأ الزمن هو اللحظة التي ترك فيها القرص دون سرعة ابتدائية بعد ان ندير القرص بمقدار نصف دورة من موضع توازنه بالاتجاه الموجب.
4. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرور الأول في موضع توازنه.
5. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة مرور القرص بموضع $-\frac{\pi}{2} rad$.

5 درجة	<p>المعطيات: $m = 1kg$, $I_\Delta = 2 \times 10^{-2} Kg.m^2$, $T_0 = 2s$</p> <p><u>حساب نصف قطر القرص</u> -1</p> $I_\Delta = \frac{1}{2} mr^2 \Rightarrow 2I_\Delta = mr^2 \Rightarrow r^2 = \frac{2I_\Delta}{m} \Rightarrow \boxed{r = 2 \times 10^{-1} m}$ <p><u>حساب قيمة ثابت الفتل لسلك التعليق</u> -2</p> $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \quad T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{K}$ $K = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2} = \frac{4\pi^2 \times 2 \times 10^{-2}}{4}$ $\boxed{K = 2 \times 10^{-1} m.N.rad^{-1}}$
--------	---

15 درجة

-3 ملاحظة: (قد يأتي ربع دورة $(\frac{\pi}{2})$ ، نصف دورة (π) ، دورة كاملة (2π))

$$(t = 0, \theta = +\pi \text{ rad}, w = 0)$$

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cos \varphi \quad : \quad (\theta = \theta_{max}, t = 0)$$

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ rad}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \boxed{\omega_0 = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\bar{\theta} = \pi \cos(\pi t + 0) \dots \dots \dots \text{(rad)}$$

15 درجة

-4

$$\bar{w} = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \theta)$$

في اللحظة $t = 0$ القرص في أحد الوضعين الطرفيين

زمن المرور الأول

$$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\bar{w} = -\pi \cdot \pi \sin\left(\pi \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{\bar{w} = -10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

10 درجة

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \cdot \bar{\theta} = -\pi^2 \left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{\bar{\alpha} = +5\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}}$$

-5

انتهت السلسلة
أرجو لكم التوفيق
محبكم : أ.أنس احمد