

التمرين الأول

الطلب الأول:

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$$

$$r = \sqrt{1+3} = 2 \text{ (درجة 2)}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} ; \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ (درجة 1)}$$

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ (درجة 5)}$$

$$z_2 = 1 - i$$

$$r = \sqrt{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} ; \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (درجة 2)}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{4} \text{ (درجة 1)}$$

$$z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \text{ (درجة 5)}$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) \text{ (درجة 5)} = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right) \\ = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} \text{ (درجة 5)}$$

تمنح العلامة ذاتها في حال كتابة الشكل الأسّي.

الطلب الثاني:

$$z_1 \cdot z_2 = (1 + i\sqrt{3})(1 - i) \text{ (درجة 5)} = 1 - i + i\sqrt{3} + \sqrt{3} = (1 + \sqrt{3}) + i(\sqrt{3} - 1) \text{ (درجة 5)}$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \text{ (درجة 10)}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \text{ (درجة 10)}$$

التمرين الثاني

$$P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$$

1- لحساب $P(-1)$:

$$P(-1) = -1 - 3 - 3 + 7 = 0 \text{ (درجة 5)}$$

2- نقسم قسمة اقليدية على $(z + 1)$: (درجة 5)

$$\frac{z^3 - 3z^2 + 3z + 7}{z + 1}$$

$$= z^2 - 4z + 7 \text{ (درجة 5)}$$

$$\Rightarrow P(z) = (z + 1)(z^2 - 4z + 7) \text{ (درجة 5)}$$

إذاً $a = -4, b = 7$ (درجة 2 + 3)

تقبل طريقة النشر ثم المقارنة بدلاً عن القسمة الإقليدية.

$$z + 1 = 0 \Rightarrow z = -1 \text{ (درجة 5)}$$

$$z^2 - 4z + 7 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4(1)(7) = 16 - 28 = -12 < 0 \text{ (درجة 5)}$$

3- إما:

أو:

للمعادلة حلان عقديان:

$$z_1 = \frac{4 - i2\sqrt{3}}{2} = 2 - i\sqrt{3} \text{ (درجة 10)}$$

$$z_2 = \frac{4 + i2\sqrt{3}}{2} = 2 + i\sqrt{3} \text{ (درجة 10)}$$