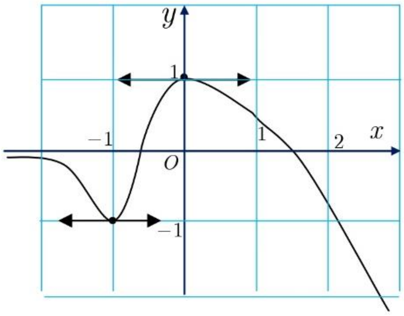
سلم تصحيح النموذج

السؤال الأول:

نتأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.



المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحديّة للتابع f مبيّناً نوع كلّ منها.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5+5	
2	معادلة المقارب $y=0$	5	
3	$]-1,0[$	5	يخسر درجة واحدة إذا كتب المجال مغلق
4	$f(0)=1$ قيمة كبرى محلياً $f(-1)=-1$ قيمة صغرى محلياً	5+5 5+5	
	المجموع	**40**	

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:**

أعط معادلةً للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA=MB$ وما طبيعة المجموعة S.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	قانون + تعويض	5+10	تحديد نقطة المنتصف للقطعة $[AB]$ 5 حساب مركبات ناظم على المستوي 10
2	نشر الطرفين +اختزال	5+5+5	قانون المستوي+تعويض+نتيجة 5+5+5
3	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$	10	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ 10
	المجموع	**40**	

سلم تصحيح النموذج

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(2+\sin x) - \ln(2)}{x}$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	إيجاد $g'(x)$ حساب $g'(0)$ حساب $g(0)$	10+5 5+5	
2	كتابة النهاية المطلوبة بالشكل $\lim_{x \to 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = g'(0)$ معرفة النهاية	5+5 5	
	المجموع	**40**	

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x) + \ln(y) = \ln(6) \\ \ln(x+y) = \ln(5) \end{cases}$$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
شرطي الحل $x > 0$, $y > 0$	3+3	
قانون $\ln(x \times y) = \ln(6)$ $x \times y = 6$	5 5	
$x + y = 5$	10	
معرفة الحلين: $x = 2$, $y = 3$ $x = 3$, $y = 2$	5+5 2+2	عدم كتابة الحل الثاني يخسر 4 درجات
المجموع	**40**	عند كتابة شرط الحل مع الحلين مباشرة ينال الدرجة كاملة

السؤال الخامس: ليكن $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^4} dx$ و $J = \int_0^1 \frac{x^7}{1+x^4} dx$ **والمطلوب:**

احسب I ثمّ $I + J$ واستنتج J .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
اصلاح + التابع الأصلي + التعويض + الناتج	5x4	
حساب واختزال $(I + J)$ + التابع الأصلي+الناتج	5x3	
استنتاج التكامل J	5	
المجموع	**40**	

سلم تصحيح النموذج

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1, A_2, \dots, A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار . **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	التوافيق التعويض + الناتج	10 2+2	
2	التوافيق التعويض + الناتج	10 1+2	
3	التوافيق تعويض + الناتج	10 1+2	
	المجموع	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع: التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثمّ احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$u_{n+1}-u_n$ + الناتج	5 + 3	
	استنتاج إشارة $u_{n+1}-u_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متزايدة	2	
	$v_{n+1}-v_n$ التعويض	5 5	
	استنتاج إشارة $v_{n+1}-v_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متناقصة	2	
	حساب الفرق + النهاية $\lim_{n\to\infty}(v_n-u_n)=0$	3+5	
2	استنتاج أن المتتاليتين متجاورتين	2	
3	u_n مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية + قانون المجموع الوصول إلى $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$	5+5 5	
	حساب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ استنتاج $\lim_{n\to+\infty} v_n$	8 5	

سلم تصحيح النموذج

السؤال الثامن: التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي j يحقق $j^3=1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega=\dfrac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$

a) أثبت أنّ $|\omega|=1$.

b) من أجل $\beta=1$ ، أثبت أنّ: $\omega^{12}=1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z-2+i|=5$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	$j=re^{i\theta}$ $j^3=r^3e^{3i\theta}=1$	2	طريقة ثانية: $J^3=1$ $J^3-1=0$ $(J-1)(J^2+J+1)=0$	3
	$r^3=1\Rightarrow r=1$ $3\theta=2\pi k \quad : k\in\mathbb{Z}$ $\theta=\dfrac{2\pi}{3}k$	2	إما $J=1$ أو $J^2+J+1=0$	5
	معرفة $j_1=1$ $j_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري $j_3=e^{\frac{4\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري	5 1+2 1+2	حساب Δ $J_1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ $J_2=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$	3 2 2
2 a)	$\lvert\omega\rvert=\dfrac{\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert}{\lvert\sqrt{3}-i\beta\rvert}$ $\lvert\beta-i\sqrt{3}\rvert=\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{\beta^2+3}$ ومنه استنتاج $\lvert\omega\rvert=1$	5 5+5 5		
2 b)	$\omega=\dfrac{2(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)}$ $\omega=\dfrac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}}=e^{\frac{i\pi}{2}}$ $\omega=i$ $\omega^{12}=1$	2 للبسط + 2 للمقام 2 للبسط + 2 للمقام +2 2 3		
3	$\lvert z-(2-i)\rvert=5$ دائرة مركزها + نصف قطرها	5 5 5+5		
	المجموع	**70**		

سلم تصحيح النموذج

– الطلب الثاني a):

طريقة ثانية

$\omega = \frac{i\left(\sqrt{3}-\beta i\right)}{\sqrt{3}-\beta i} = i$	10+5	
$\lvert\omega\rvert = \lvert i\rvert = 1$	5	

طريقة ثالثة

$\overline{\omega} = \frac{\beta - i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$	5	
$\frac{1}{\omega} = \frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}$	5	
$\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}} = \frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$ $\beta^2+3 = 3+\beta^2$	5	
$\overline{\omega} = \frac{1}{\omega}$	3	
$\lvert\omega\rvert = 1$	2	

طريقة رابعة

$\omega\cdot\overline{\omega} = \frac{\left(\beta+i\sqrt{3}\right)\left(\beta-i\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3}-i\beta\right)\left(\sqrt{3}+i\beta\right)}$ $= \frac{\beta^2+3}{3+\beta^2} = 1$ $\lvert\omega\rvert = 1$	5+5 5 5	

سلم تصحيح النموذج

السؤال التاسع: التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لـ

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$X=\{1,2\}$	2+2	إذا كتب قيم X و Y في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y) ينال درجة X و Y
	$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$ $=\frac{2}{3}$	3+(تباديل3) 2	
	$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{3}$	3+3 2	
2	$Y=\{1,2,3\}$	2+2+2	إذا استعمل الطالب التوافيق بشكل صحيح ينال الدرجة كاملة
	$p(Y=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$ $=\frac{1}{3}$	3+(تباديل3) 2	
	$p(Y=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$ $=\frac{1}{3}$	3+(تباديل3) 2	إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة
	$p(Y=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$ $=\frac{1}{3}$	3+(تباديل3) 2	
3	(جدول القانون الاحتمالي للزوج أدناه)	6X1	
	غير مستقلين احتمالياً $p((X=1)\cap(Y=1))=0$ $p(X=1)\cdot p(Y=1)=\frac{1}{9}\neq 0$	2 2	
	المجموع	60	

Y \ X	1	2	قانون Y
1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
قانون X	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

سلم تصحيح النموذج

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر : المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. **والمطلوب:**

1- تحقّق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أنّ: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	إيجاد المركبات $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}$	2×6		
	عدم تناسب المركبات الاستنتاج	6 4		
2	تعويض النقاط في معادلة المستوي	3×7	طريقة ثانية: $\vec{n}(a,b,c)$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ إيجاد a,b,c كتابة معادلة المستوي	3 3 3+3+3 3+3 قانون + تعويض
3	$\vec{u}=\vec{n}$	8		
	إيجاد التمثيل الوسيطي قانون + تعويض	3×3+5		
4	تعويض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي الوصول لقيمة t نقطة التقاطع	10 5 5		
5	إيجاد مركز الكرة منتصف $[AD]$	5		
	حساب (القطر +نصف القطر)	2+3	عند حساب نصف القطر مباشرة ينال 5	
	تعويض في معادلة الكرة	5		
	المجموع	100		

سلم تصحيح النموذج

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$. **والمطلوب:**

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)\le 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثمّ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثمّ ارسم C الخط البياني للتابع f.

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	حساب $g'(x)$ إيجاد حل المعادلة $g'(x)=0$	5+5 5	
	إيجاد $g(0)$ جدول الاطراد (إشارات + أسهم) $g(x)\le 0$	5 2+2+3+3 5	
2	إثبات $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ أيجاد النهايات	5×3 5+5	
	جدول التغيرات	5+5	
3	معادلة المماس + حساب الميل كتابة معادلة المماس + $f(0)=1$	5+5 5+5	
	رسم المماس + رسم الخط البياني	5+5	
	المجموع	100	

– انتهى السُلّم –