

التمرين الأول

الطلب الأول:

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$$

(درجة 2)

$$r = \sqrt{1+3} = 2$$

(درجة 2)

$$\cos \theta = \frac{1}{2}; \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(درجة 2)

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

(درجة 5)

$$z_2 = 1 - i$$

(درجة 2)

$$r = \sqrt{2}$$

(درجة 2)

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}; \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

(درجة 2)

$$\theta = -\frac{\pi}{4}$$

(درجة 1)

$$z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

(درجة 5)

$$z_1 \cdot z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

(درجة 5)

$$= 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

(درجة 5)

الطلب الثاني:

$$z_1 \cdot z_2 = (1 + i\sqrt{3})(1 - i) = 1 - i + i\sqrt{3} + \sqrt{3} = (1 + \sqrt{3}) + i(\sqrt{3} - 1)$$

(درجة 5)

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

(درجة 10)

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

(درجة 10)

التمرين الثاني

$$P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$$

1- حساب $P(-1)$:

$$P(-1) = -1 - 3 - 3 + 7 = 0$$

(درجة 5)

2- نقسم قسمة أقليدية على $(z + 1)$:

$$\begin{array}{r} z^3 - 3z^2 + 3z + 7 \\ \hline z + 1 \end{array}$$

$$= z^2 - 4z + 7$$

(درجة 5)

$$\Rightarrow P(z) = (z + 1)(z^2 - 4z + 7)$$

(درجة 5)

إذا $a = -4, b = 7$

$$z + 1 = 0 \Rightarrow z = -1$$

(درجة 5)

$$z^2 - 4z + 7 = 0$$

إما:

أو:

$$\Delta = 16 - 4(1)(7) = 16 - 28 = -12 < 0$$

(درجة 5)

للمعادلة حلان عقديان:

$$z_1 = \frac{4 - i2\sqrt{3}}{2} = 2 - i\sqrt{3}$$

(درجة 10)

$$z_2 = \frac{4 + i2\sqrt{3}}{2} = 2 + i\sqrt{3}$$

(درجة 10)