التمرين الأول

الطلب الأول:

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$$

$$r = \sqrt{1+3} = 2$$ (2 درجة)

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\ ;\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$ (2 درجة)

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$ (1 درجة)

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$ (5 درجة)

$$z_2 = 1 - i$$

$$r = \sqrt{2}$$ (2 درجة)

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\ ;\ \sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$ (2 درجة)

$$\theta = -\frac{\pi}{4}$$ (1 درجة)

$$z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$$ (5 درجة)

$$z_1.z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$ (5 درجة) $$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$$

$$= 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$$ (5 درجة)

تمنح العلامة ذاتها في حال كتابة الشكل الأسي.

الطلب الثاني:

$$z_1.z_2 = (1+i\sqrt{3})(1-i)$$ (5 درجة) $$= 1 - i + i\sqrt{3} + \sqrt{3} = (1+\sqrt{3}) + i(\sqrt{3}-1)$$ (5 درجة)

الطلب الثالث

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$ (10 درجة)

$$\sin\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$ (10 درجة)

التمرين الثاني

$$P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$$

1- لحساب $P(-1)$:

$$P(-1) = -1 - 3 - 3 + 7 \text{(5 درجة)} = 0 \text{(5 درجة)}$$

2- نقسم قسمة اقليدية على $(z+1)$:(5 درجة)

$$\frac{z^3 - 3z^2 + 3z + 7}{z+1}$$
$$= z^2 - 4z + 7 \text{(5 درجة)}$$
$$\Rightarrow P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7) \text{(5 درجة)}$$

إذاً $a = -4\ , b = 7$.(3 + 2 درجة)

3- إما:

$$z + 1 = 0 \Rightarrow z = -1 \text{(5 درجة)}$$

أو:

$$z^2 - 4z + 7 = 0$$
$$\Delta = 16 - 4(1)(7) = 16 - 28 = -12 < 0 \text{(5 درجة)}$$

للمعادلة حلان عقديان:

$$z_1 = \frac{4 - i2\sqrt{3}}{2} = 2 - i\sqrt{3} \text{(10 درجة)}$$
$$z_2 = \frac{4 + i2\sqrt{3}}{2} = 2 + i\sqrt{3} \text{(10 درجة)}$$