السؤال الأول

الطلب الأول:

بفرض النقطة $N(0, y, 0)$:(5 درجة)

$$AN = BN \text{(5 درجة)}$$
$$\sqrt{9 + (y-2)^2 + 1} = \sqrt{1 + y^2 + 25}$$
$$10 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 26 \text{(5 درجة)}$$
$$-4y = 12 \Rightarrow y = 3$$
$$N(0,3,0) \text{ (5 درجة)}$$

الطلب الثاني:

الطريقة 1:

$$AB = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} \text{(3 درجة)}$$
$$AM = \sqrt{4 + 1 + (\lambda - 1)^2} = \sqrt{(\lambda - 1)^2 + 5} \text{(3 درجة)}$$
$$BM = \sqrt{1 + (\lambda - 5)^2}$$
$$BM^2 = AM^2 + AB^2 \text{(5 درجة)}$$
$$1 + (\lambda - 5)^2 = (\lambda - 1)^2 + 5 + 24$$
$$1 + \lambda^2 - 10\lambda + 25 = \lambda^2 - 2\lambda + 1 + 24 + 5$$
$$-10\lambda + 2\lambda = 4 \text{(4 درجة)}$$
$$-8\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2} \text{(5 درجة)}$$

الطريقة 2:

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 0 \text{(5 درجة)}$$
$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ \lambda - 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0 \text{(5 درجة)}$$
$$4 + 2 + 4\lambda - 4 = 0 \text{(5 درجة)}$$
$$4\lambda = -2$$
$$\lambda = -\frac{1}{2} \text{(5 درجة)}$$

المسألة

1- لدينا:

$$\boldsymbol{A(0,0,0)}\ \boldsymbol{E(0,0,2)}$$
$$\boldsymbol{B(2,0,0), F(2,0,2)}$$
$$\boldsymbol{C(2,2,0)\ , G(2,2,2)}$$
$$\boldsymbol{D(0,2,0)\ , H(0,2,2)}$$

2 درجة لكل رأس.

2- لدينا:

$$\boldsymbol{J}\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right) \text{ 1 درجة}$$

نشكل الأشعة:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AH}}(0,2,2)\ , \overrightarrow{\boldsymbol{CJ}}\left(-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$
$$\overrightarrow{\boldsymbol{HC}}(2,0,-2)\ , \overrightarrow{\boldsymbol{AJ}}\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

درجة واحدة لكل شعاع. (4 درجات كاملة).

$$\text{2 درجة } \overrightarrow{\boldsymbol{AH}}.\overrightarrow{\boldsymbol{CJ}} = \boldsymbol{0} - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \boldsymbol{0} \text{2 درجة}$$

$$\overrightarrow{HC}.\overrightarrow{AJ}=\frac{4}{3}+0-\frac{4}{3}=0$$ درجة 2 درجة 2

بما أن الأشعة متعامدة فإن J نقطة تلاقي الارتفاعات.درجة 1

3- لدينا:

$$\overrightarrow{AH}(0,2,2)\,,\overrightarrow{AC}(2,2,0)$$ درجات $2+2$

غير مرتبطة خطياً.

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$: درجة واحدة

$$\vec{n}.\overrightarrow{AH}=0\Rightarrow 2b+2c=0$$ درجة 2

$$\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\Rightarrow 2a+2b=0$$ درجة 2

من المعادلة الأولى:

$$2b=-2c\Rightarrow= b=-c$$

بفرض $c=-1$ تكون $b=1$:

$$2a+2=0$$
$$a=-1$$
$$\vec{n}(-1,1,-1)$$

2 درجة لكل مجهول.

$$(AHC):-1(x-0)+1(y-0)-1(z-0)=0$$ درجة 5

$$-x+y-z=0$$ درجة 5

في حال كتابة القانون بدون تعويض يعطى الطالب درجتين فقط.

4- بما أن مركز ثقله هو نفسه نقطة تلاقي الارتفاعات فهو مثلث متساوي الأضلاع (درجة 5) أو يمكن حساب أطوال أضلاعه ومعرفة ذلك، مساحته:

$$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$ درجة 5

$$a=AC=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$ درجة 5

$$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(8)=2\sqrt{3}$$ درجة 5

في حال استخدم طريقة حساب اطوال الأضلاع: لكل ضلع 3 درجات، النتيجة (متساوي الأضلاع) 3 درجات ، 3 درجات للقانون و5 درجات للتعويض والناتج الصحيح.

5- لتنتمي النقطة J للمستوي المحوري:

$$AJ=CJ$$ درجة 5

$$\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{9}+\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}}$$ درجة $3+3$

$$\sqrt{\frac{24}{9}}=\sqrt{\frac{24}{9}}$$ درجة 4

J تنتمي للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AC]$.

6- لدينا:

$$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|.\left\|\overrightarrow{AH}\right\|.cos\widehat{HAC}$$ درجة 5

$$\Rightarrow cos\widehat{HAC}=\frac{\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AC}\right\|.\left\|\overrightarrow{AH}\right\|}=\frac{4}{\sqrt{8}\sqrt{8}}=\frac{1}{2}$$ درجة 5

إذا كتب القانون بدلالة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ يقبل القانون ويأخذ الدرجات المخصصة له.