السؤال الأول

الطلب الأول:

بفرض النقطة $N(0, y, 0)$:(5 درجة)

$$AN = BN$$ (5 درجة)

$$\sqrt{9 + (y-2)^2 + 1} = \sqrt{1 + y^2 + 25}$$

$$10 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 26$$ (5 درجة)

$$-4y = 12 \Rightarrow y = 3$$

$$N(0,3,0)$$ (5 درجة)

الطلب الثاني:

الطريقة 1:

$$AB = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24}$$ (3 درجة)

$$AM = \sqrt{4 + 1 + (\lambda - 1)^2} = \sqrt{(\lambda - 1)^2 + 5}$$ (3 درجة)

$$BM = \sqrt{1 + (\lambda - 5)^2}$$

$$BM^2 = AM^2 + AB^2$$ (5 درجة)

$$1 + (\lambda - 5)^2 = (\lambda - 1)^2 + 5 + 24$$

$$1 + \lambda^2 - 10\lambda + 25 = \lambda^2 - 2\lambda + 1 + 24 + 5$$

$$-10\lambda + 2\lambda = 4$$ (4 درجة)

$$-8\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2}$$ (5 درجة)

الطريقة 2:

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 0$$ (5 درجة)

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ \lambda - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$ (5 درجة)

$$4 + 2 + 4\lambda - 4 = 0$$ (5 درجة)

$$4\lambda = -2$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}$$ (5 درجة)

المسألة

1- لدينا:

$$A(0,0,0)\ E(0,0,2)$$
$$B(2,0,0), F(2,0,2)$$
$$C(2,2,0)\ , G(2,2,2)$$
$$D(0,2,0)\ , H(0,2,2)$$

2 درجة لكل رأس.

2- لدينا:

$$J\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$$ درجة 1

نشكل الأشعة:

$$\overrightarrow{AH}(0,2,2)\ , \overrightarrow{CJ}\left(-\frac{4}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$$
$$\overrightarrow{HC}(2,0,-2)\ , \overrightarrow{AJ}\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$$

درجة واحدة لكل شعاع. (4 درجات كاملة).

$$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{CJ} = 0-\frac{4}{3}+\frac{4}{3} = 0$$ 2 درجة 2 درجة

$$\overrightarrow{HC}.\overrightarrow{AJ} = \frac{4}{3}+0-\frac{4}{3} = 0$$ 2 درجة 2 درجة

بما أن الأشعة متعامدة فإن J نقطة تلاقي الارتفاعات.درجة 1

3- لدينا:

$$\overrightarrow{AH}(0,2,2)\ , \overrightarrow{AC}(2,2,0)$$ درجات $2+2$

غير مرتبطة خطياً.

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$: **درجة واحدة**

$$\vec{n}.\overrightarrow{AH} = 0 \Rightarrow 2b+2c = 0$$ 2 درجة

$$\vec{n}.\overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow 2a+2b = 0$$ 2 درجة

من المعادلة الأولى:

$$2b = -2c \Rightarrow= b = -c$$

بفرض $c=-1$ تكون $b=1$:

$$2a+2 = 0$$
$$a = -1$$
$$\vec{n}(-1,1,-1)$$

2 درجة لكل مجهول.

$$(AHC): -1(x-0) + 1(y-0) - 1(z-0) = 0$$ 5 درجة

$$-x + y - z = 0$$ 5 درجة

في حال كتابة القانون بدون تعويض يعطى الطالب درجتين فقط.

4- بما أن مركز ثقله هو نفسه نقطة تلاقي الارتفاعات فهو مثلث متساوي الأضلاع (درجة 5)أو يمكن حساب أطوال أضلاعه ومعرفة ذلك, مساحته:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$ 5 درجة

$$a = AC = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$ 5 درجة

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}(8) = 2\sqrt{3}$$ 5 درجة

في حال استخدم طريقة حساب اطوال الأضلاع: لكل ضلع 3 درجات، النتيجة (متساوي الأضلاع) 3 درجات , 3 درجات للقانون و5 درجات للتعويض والناتج الصحيح.

5- لتنتمي النقطة J للمستوي المحوري:

$$AJ = CJ$$ 5 درجة

$$\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{9}+\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}}$$ 3 + 3 درجة

$$\sqrt{\frac{24}{9}} = \sqrt{\frac{24}{9}}$$ 4 درجة

J تنتمي للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AC]$.

6- لدينا:

$$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AC}\right\|.\left\|\overrightarrow{AH}\right\|.cos\widehat{HAC}$$ 5 درجة

$$\Rightarrow cos\widehat{HAC} = \frac{\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AC}\right\|.\left\|\overrightarrow{AH}\right\|} = \frac{4}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{1}{2}$$ 5 درجة

إذا كتب القانون بدلالة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ يقبل القانون ويأخذ الدرجات المخصصة له.