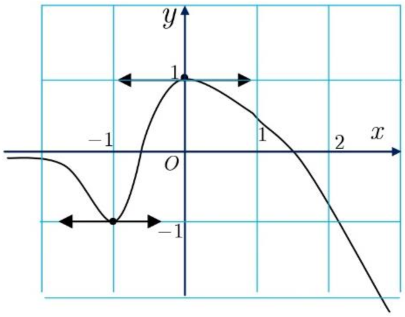
أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$



المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$، المطلوب:

اعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة : $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن لدينا التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2 + sinx)$ والمطلوب:

1. احسب $g(0)$ و $g'(x)$ و $g'(0)$.

2. استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to0}\frac{\ln(2+sinx)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1\frac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1\frac{x^7}{1+x^4}dx$ ، والمطلوب:

احسب I ثم $I+J$ واستنتج J.

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها o، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار/ المطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر s؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S؟

ثانياً: حل كلاً من التمارين الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة.

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أن $u_n=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{5^n}\right)$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty}v_n$

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي j يحقق $j^3 = 1$، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $w = \frac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$

a) أثبت أن $|w| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$، أثبت أن: $w^{12} = 1$.

3- عين مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن $|z-2+i| = 5$

التمرين الثالث: لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل رقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و(1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة، ونعرّف المتحولين العشوائيين Xو Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة. Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين، المطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X,Y)/ أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً ؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألة الآتية: (100 درجة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$ والمطلوب:

1. تحقق أن النقاط BوCو D لا تقع على استقامة واحدة.

2. أثبت أن: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD).

3. اعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4. عين إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5. اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1-x)$وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1-x)e^x - 1$. والمطلوب:

1. ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x) \le 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2. تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3. اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4. في معلم متجانس ارسم المستقيم T، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f.

... انتهت الأسئلة ...