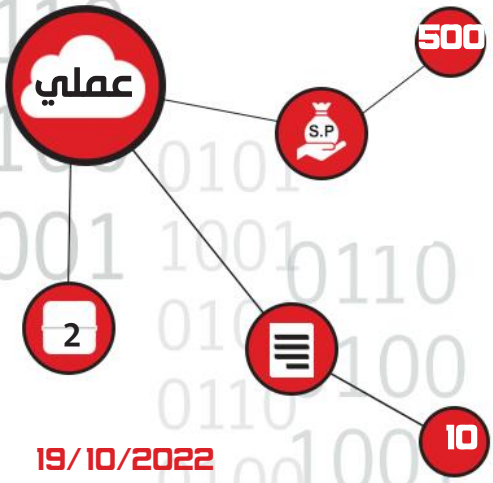


الآلات منتهية الحالات FSM

م. عبير ميّا م. مصعب خباز

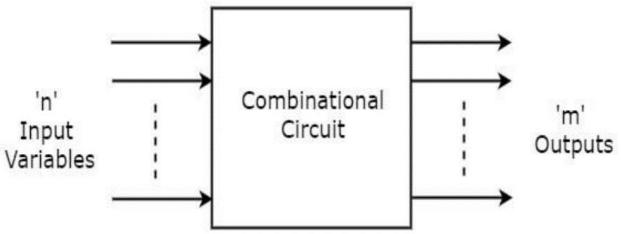
19/10/2022

RB Informatics;

بنيان الحاسوب 2

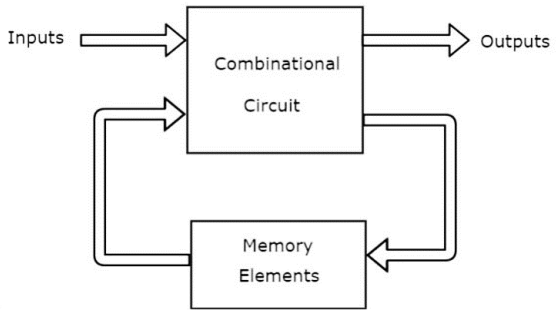
تذكر: الفرق بين الدارات التركيبية والدارات التتابعية.

الدارات التركيبية Combinational Circuits



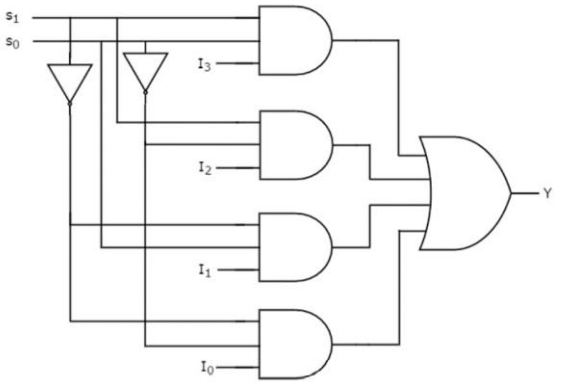
- قيمة الخرج الحالي تتعلق بقيمة الدخل الحالي فقط.
- تتألف من بوابات منطقية.

الدارات التتابعية Sequential Circuits

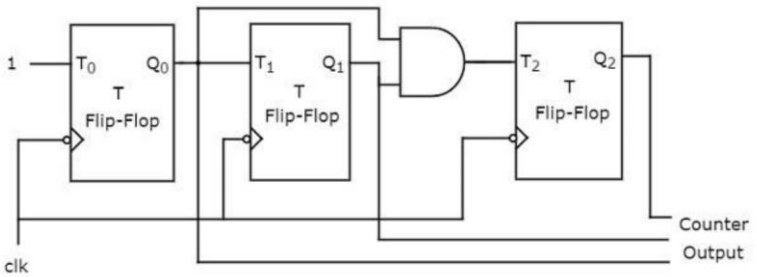


- قيمة الخرج الحالي تتعلق بقيمتي الدخل الحالي والحالة الراهنة present state.
- تتألف من بوابات منطقية بالإضافة إلى عناصر تخزين (ذاكرة).

- تمرين: حدد نوع كل من الدارات التالية (تركيبية أم تتابعية).



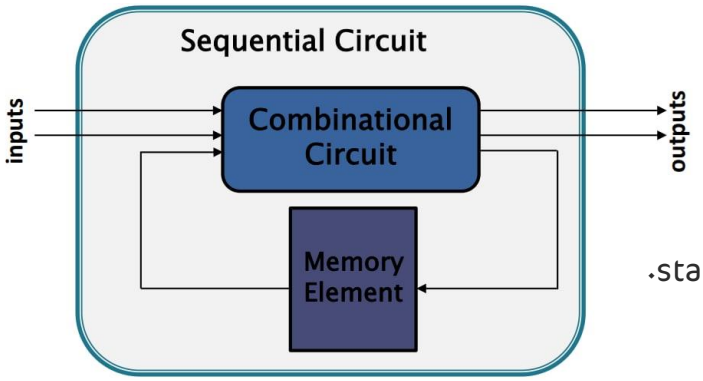
دارة تركيبية: لوجود بوابات منطقية.



دارة تتابعية: لوجود بوابات منطقية بالإضافة إلى عناصر ذاكرة (قلابات).

الآلات منتهية الحالات Finite-State Machine (FSM)

هي نموذج يستخدم لتصميم الدارات التتابعية, وتتألف من عدد محدود من الحالات, وتكون الآلة في حالة واحدة فقط في وقت واحد وتنتقل من حالة إلى أخرى وفقاً لتابع يدعى تابع الانتقال transition function وذلك عند تفعيل حدث ما أو شرط.



$$Combinational + Memory = Sequential$$

أيّ عند جمع دارة تركيبية مع عنصر ذاكرة يعطينا دارة تتابعية.

- ملاحظة هامة: تقوم عناصر الذاكرة بتخزين الحالات states.

- تمرين: بفرض أننا نريد تصميم متحكم دارة تمر بـ17 حالة مختلفة ولها 4 مداخل و 6 مخارج والمطلوب: ما عدد القلابات $F.F$ (عناصر التخزين) اللازمة في هذا التصميم؟

a) عدد القلابات يساوي عدد الحالات أي $17\ F.F$
b) عدد القلابات يساوي عدد المخارج أي $6\ F.F$
c) عدد القلابات يساوي مجموع عدد الحالات والمداخل والمخارج أي $27F.F$
d) عدد القلابات يساوي عدد البتات اللازمة لترميز الحالات أي $5\ F.F$
e) عدد القلابات يساوي عدد المداخل أيّ $4\ F.F$

بما أننا نستخدم عناصر التخزين (القلابات) لتخزين الحالات فإن عدد المداخل والمخارج هنا غير مهم وسوف نعتقد بأننا سنحتاج إلى 17 قلاب وذلك نسبة إلى عدد الحالات ولكن نعلم أن عناصر الذاكرة مكلفة وتعطي تأخير فهل نستطيع أن نقلل عدد هذه القلابات؟ بالتأكيد نعم، وللقيام بذلك سنحتاج إلى استخدام قانون:

$$(k)\ flip - flop \Leftrightarrow (2^k) states$$

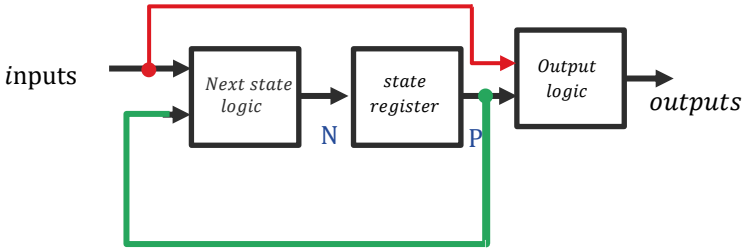
وهو يدل على عدد البتات اللازمة لترميز الحالات ولدينا:

$$2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32$$

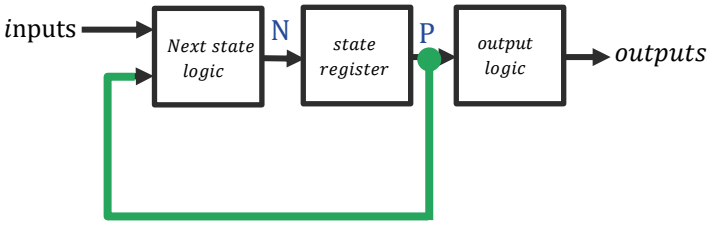
إذاً استخدمنا 4 قلابات فإنه لا يكفي لأن عدد الحالات 17 بالتالي سنحتاج إلى استخدام 5 قلابات لتكفي عدد الحالات.

والآن لما نحتاج إلى 17 قلاب في حال أن 5 قلابات تفي بالغرض؟ 😂

آلات ميلي ومور Mealy, Moore Machines



آلة ميلي



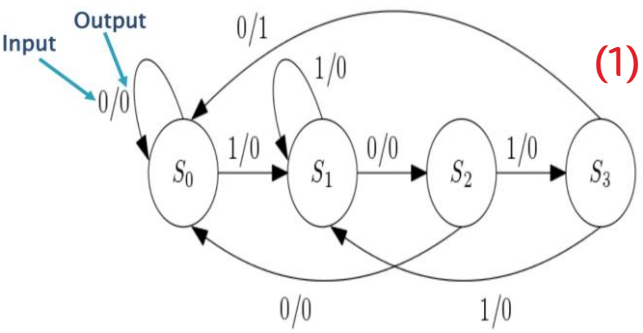
آلة مور

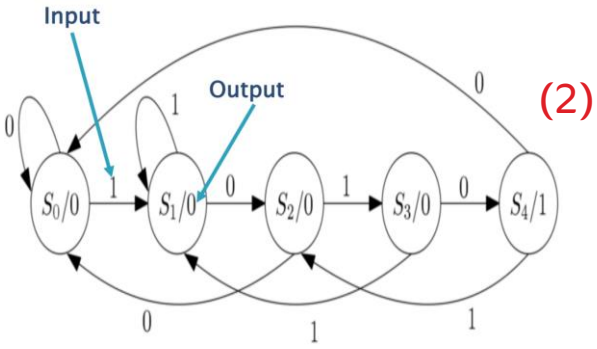
آلة مور	آلة ميلي
▪ يعتمد الخرج على الحالة الراهنة فقط. ▪ يتاح الخرج **بعد** الانتقال إلى الحالة.	▪ يعتمد الخرج على الحالة الراهنة والدخل الحالي. ▪ يتاح الخرج **أثناء** الانتقال إلى الحالة.

Combinational Logic

- Computes the next state based on present state and input.
- Computes the outputs based on present state (and input).

تمرين: بفرض لدينا آلة منتهية الحالات FSM عبارة عن كاشف تسلسل للبتات الأربعة 1010 بحيث يعطي الخرج (1) عند وصول هذا التسلسل, والخرج (0) في بقية الحالات, حدد في مخططي الحالات لهذه الآلة أيهما تصميم ميلي وأيهما تصميم مور.





- هناك اختلافان أساسيان بين آلتي ميلي ومور في الرسمتين السابقتين:

- بما أن ميلي أسرع من مور في التنفيذ فسنلاحظ بأن عدد الحالات في ميلي أصغر أو يساوي عدد الحالات في مور في حين أن مور أكثر استقرار ودقة من ميلي.

1. في الرسمة الأولى: نلاحظ وجود الدخل والخرج معاً فوق السهم أي يظهر الخرج أثناء الانتقال إلى المرحلة التالية.
2. في الرسمة الثانية: نلاحظ بأن الدخل فقط مكتوب فوق السهم والخرج موجود في المرحلة التالية أيّ يظهر الخرج بعد الانتقال إلى المرحلة التالية.

- وبالتالي الرسمة الأولى تعبر عن آلة ميلي والثانية آلة مور. أما عن كيفية عمل (شرح) مخطط الحالات فسنقوم بشرحه في التمارين اللاحقة.

تمرين: بفرض أن لدينا آلة منتهية الحالات FSM مداخلها: A, B ومخارجها: X, Y

- وتمر بأربعة حالات S_4, S_3, S_2, S_1
- يتم ترميز الحالة الراهنة بالرمز $P_1 P_0$
- يتم ترميز الحالة المستقبلية بالرمز $N_1\ N_0$

والمطلوب: حدد هل هي آلة ميلي أم مور إذا كانت معدلات الخرج كالتالي:

(1)	(2)
$X = P_1 + \overline{P_0} \cdot B$	$X = P_0 \otimes \overline{P_1}$
$Y = A \cdot \overline{P_1} + P_0 + B$	$Y = P_1 + \overline{P_0} \cdot \overline{P_1}$

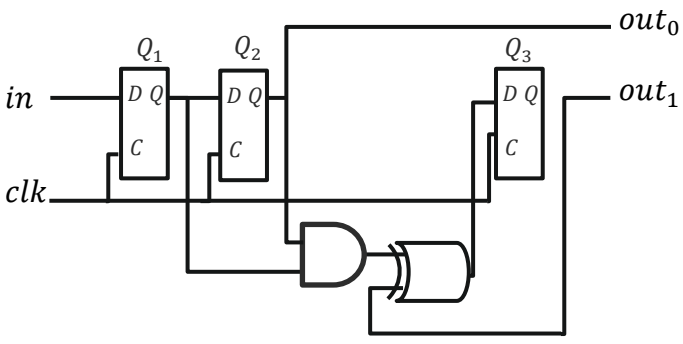
نلاحظ هنا بأن الخرج X, Y يعتمد على الحالة الراهنة $P_1\ P_0$ والدخل الحالي A, B.

فهي آلة ميلي

أما هنا فنلاحظ بأن الخرج يعتمد فقط على الحالة الراهنة.

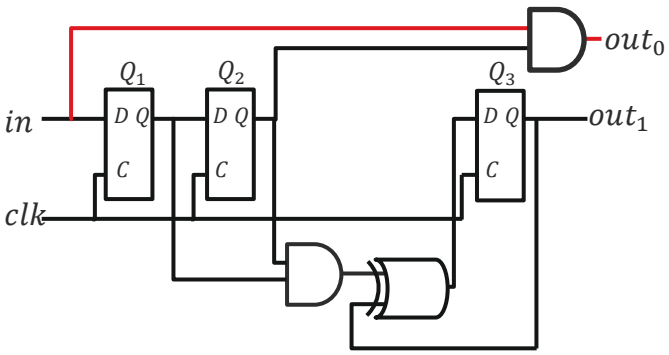
فهي آلة مور

تمرين: حدد أيّ الدارتين تصميم ميلي وأيهما موّر:



الخرج يعتمد على الحالة الراهنة فقط.

فهي آلة مور



الخرج يعتمد على الحالة الراهنة والدخل الحالي فهي آلة ميلي (هناك سهم من الدخل إلى الـoutput بالإضافة إلى الحالة الراهنة).

فهي آلة ميلي

مراحل تصميم الآلة منتهية الحالات FSM (هام)

1. فهم المسألة المطلوبة وتحديد المداخل والمخارج والحالات التي يمر بها النظام (تعطى ضمن السؤال).
2. ترميز الحالات وتحديد عدد القلابات اللازمة واختيار نوع القلاب.
3. رسم مخطط الحالات state transition diagram.
4. كتابة جدول الانتقالات/الخرج state transition/output table.
5. استخدام جداول كارنوف لاستنتاج معادلات الحالات المستقبلية واستنتاج معادلات الخرج.
6. رسم الدارة النهائية حسب المعادلات السابقة.

مسألة (Robotic Snail) بفرض لدينا روبوت حلزون يتحرك من اليسار إلى اليمين على طول شريط ورقي يحوي سلسلة من الأصفار والواحدات حيث أنّه كل نبضة ساعة ينتقل الحلزون إلى البت التالي ويبتسم الحلزون (الخرج $Y = 1$) في حالة كون البتين السابقين لمكان توضعه هما (01) ((من اليسار إلى اليمين)) بفرض أن الدخل A هو البت الواقع أسفل الحلزون مباشرة. المطلوب:

a) إذا كان الحلزون يزحف على التسلسل التالي 0100110111 حدد متى يبتسم الحلزون.

b) ما نوع التصميم في هذه الحالة (ميلي/مور) مع التعليل؟

c) صمّم آلة منتهية الحالات FSM تحدد متى يبتسم الحلزون.

d) أعد حل المسألة بفرض تصميم ميلي, وقارن بين التصميمين.

الحل: a) يبتسم الحلزون أي الخرج $Y = 1$ في حالة كون البتين السابقتين لمكان توضعه هما 01 (من اليسار لليمين), حيث أن الدخل A هو البت الواقع أسفل الحلزون مباشرة, وبما أن الحلزون يتحرك على التسلسل التالي 0100110111 فيكون تسلسل الخرج أي (متى يبتسم الحلزون) كالتالي:

$$input: \ 0\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1$$

$$output: 0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0$$

b) بما أن الخرج لا يعتمد على الدخل الحالي فهي آلة مور.

c) تصميم الآلة منتهية الحالات FSM التي تحدد متى يبتسم الحلزون.

(1) فهم المسألة المطلوبة وتحديد المداخل والمخارج والحالات التي يمر بها النظام (تأتي في نص السؤال بالامتحان).

- لدينا مدخل واحد A وهو البت الواقع أسفل الحلزون مباشرةً.
- لدينا خرج واحد Y $(Y = 1$ في حالة كون البتين السابقين لمكان توضعه هما 01 من اليسار لليمين).

بما أننا نريد البت الأول أن يكون (0) والبت الثاني (1) فهذا يعني أنه لدينا حالتين ولكن بما أن الخرج Y يكون $Y = 1$ عندما يكون البتين السابقين لمكان توضعه 01 أيّ لدينا حالة ثالثة وهي التي سيكون عندها الخرج $Y = 1$ وهما على التتالي: S_2, S_1, S_0 .

وبما أن عدد الحالات هو 3 ⇐ $2^1 = 2$ أقل من عدد الحالات ☹

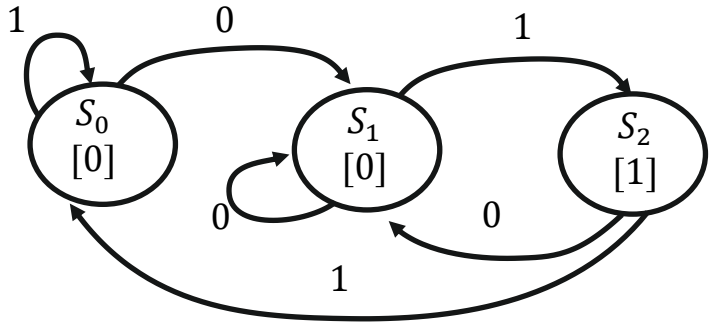
$2^2 = 4$ ⇐ سنحتاج إلى قلابين $2\ F.F$

وفي أكثر الحالات يستخدم قلابات D علماً أن معادلة القلاب D هي $D = Q(t+1)$

تذكر: نحتاج إلى العلاقة $2^k states \Leftrightarrow flip - flop\ (k)$ لمعرفة عدد القلابات اللازمة.

2) ترميز الحالات: مثلاً: $S_0 = 00 \quad S_1 = 01 \quad S_2 = 10$

3) رسم مخطط الحالات state transition diagram



تكلمنا سابقاً أنّه في آلة مور سيكون على السهم موجود فقط الدخل أما الخرج سيكون موجود في الحالة التالية (لأن الخرج في مور يتاح بعد الانتقال إلى الحالة التالية). بداية لا ننسى أننا نريد الترتيب 01 ومن ثم يكون الخرج يساوي 1 في البت اللاحقة لهما.

المرحلة s_0

- في حال كان الدخل 1 فسيكون الخرج 0 وسنبقى في نفس الحالة (لأن المطلوب أن يكون البت الأول 0) .
- في حال كان الدخل 0 فسيكون الخرج 0 ولكن سننتقل إلى الحالة s_1 (يكون الخرج يساوي 1 فقط إذا كان البتين السابقتين 01).

المرحلة s_1

- في حال كان الدخل 0 فسيكون الخرج 0 وسنبقى في نفس الحالة (لأن المطلوب أن يكون البت الثاني 1)
- في حال كان الدخل 1 سيكون الخرج في الحالة التالية (1) لأنه تحقق الشرط أن يكون البتين السابقتين لمكان التوضع 01.

المرحلة S_2

- في حال كان الدخل 0 سيكون الخرج 0 وسنعود إلى الحالة السابقة s_1 وسنبقى في نفس الحالة في حال كان الدخل دائماً 0 وسننتقل للمرحلة S_2 في حالة كان الدخل 1 (لأننا نقوم بالمشي على تسلسل بتات وليس فقط بتين 01). ولكن لماذا عُدنا للحالة s_1 وليس للحالة s_0 لأننا في حالة أن الدخل 0 وإذا عُدنا للحالة s_0 ونحن نريد أن0 يكون الدخل التالي 1 لكي نكمل السلسلة نجد بأن في الحالة S_0 إذا كان الدخل 1 فسنبقى في نفس المرحلة ولن يتحقق الشرط بالانتقال للمرحلة التالية.
- في حال كان الدخل 1 سيكون الخرج 0 في الحالة التالية أيّ سنعود إلى الحالة S_0 لكي نعود ونكمل السلسلة بالحصول على دخل جديد فإذا كان 0 سننتقل للحالة التالية وهكذا...

4) كتابة جدول الانتقالات/الخرج اعتماداً على مخطط الحالات السابقة $S_0: 00,\ S_1: 01,\ S_2: 10$

$Present\ State\ P_1P_0$	$Input\ A$	$Next\ State\ N_1N_0$
$S_0(00)$	0	$S_1(01)$
$S_0(00)$	1	$S_0(00)$
$S_1(01)$	0	$S_1(01)$
$S_1(01)$	1	$S_2(10)$
$S_2(10)$	0	$S_1(01)$
$S_2(10)$	1	$S_0(00)$

إن جدول الانتقالات باختصار هو عبارة عن تفريغ لمحتويات مخطط الحالات حيث سنقوم بالنظر إلى دوائر الحالات في المخطط وماذا سيحدث لكل منها بحسب الدخل الموجود (1 أو 0) أي سيبقى في نفس الحالة أو سينتقل إلى حالة أخرى.

أما جدول الخرج فعلينا معرفة متى يكون (1) أو (0) في المخطط وفي نص السؤال علمنا أن الخرج سيكون (1) عندما يكون البتين السابقين لمكان التوضع (01) أي في الحالة الثالثة $S_2(10)$.

$Present\ State\ P_1P_0$	$Output\ Y$
$S_0(00)$	0
$S_1(01)$	0
$S_2(10)$	1

5) استخدام جداول كارنو لاستنتاج معادلات الحالة المستقبلية واستنتاج معادلة الخرج

- هنا سنقوم بتفريغ محتويات جدول الانتقال في جداول كارنو:

P_1P_0	A	N_1N_0
$S_0(00)$	0	01
$S_0(00)$	1	00
$S_1(01)$	0	01
$S_1(01)$	1	10
$S_2(10)$	0	01
$S_2(10)$	1	00

P_1P_0 \ A	0	1
00	0	0
01	0	1
11	×	×
10	0	0

$N_1 = P_0 \cdot A$

P_1P_0 \ A	0	1
00	1	0
01	1	0
11	×	×
10	1	0

$N_0 = \bar{A}$

- استخدام جدول كارنوف لاستنتاج معادلات الخرج:

P_1P_0	Y
$S_0(0\ \ 0)$	0
$S_1(0\ \ 1)$	1
$S_2(1\ \ 0)$	1
$1\ \ 1$	×

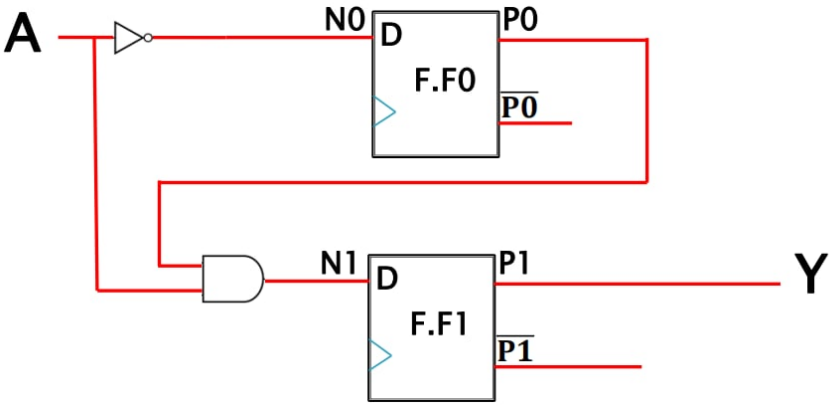
$Y = P_1$

- الخرج يعتمد على الحالة الراهنة فقط ولا يعتمد على الدخل الحالي وهذا يؤكد لنا أن هذه آلة مور.

P_1P_0	0 1
00	
01	
11	
10	

- **ملاحظة**: ترتيب الأرقام في جدول كارنو مهم جداً, كما في الجدول المجاور.

6) رسم الدارة النهائية حسب المعادلات السابقة: $Y = P_1, N_1 = A \cdot P_0, N_0 = \bar{A}$



- حسب الدارة نجد أيضاً بأن الخرج يعتمد فقط على الحالة الراهنة فقط ولا يعتمد على الدخل الحال (آلة مور).

d) والآن لنعيد هذا الحل بفرض تصميم ميلي:

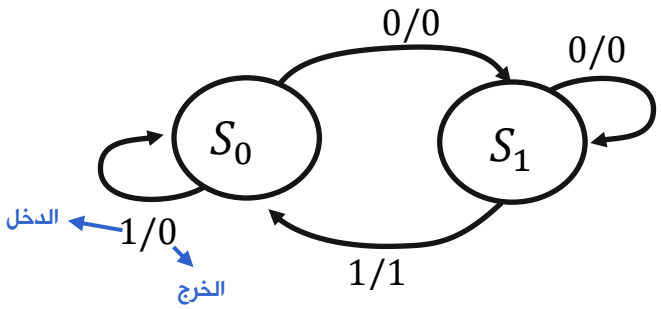
- يبتسم الحلزون (الخرج $Y = 1$) عندما الدخل السابق والدخل الحالي يشكلان التسلسل 01 من اليسار إلى اليمين, فيكون تسلسل الخرج متى يبتسم الحلزون) كما يلي:

$$input: \ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1$$
$$output: 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0$$

- بما أن الخرج يعتمد على الدخل الحالي فهي آلة ميلي.
- تصميم الآلة منتهية الحالات FSM التي تحدد متى يبتسم الحلزون:

أولا: فهم المسألة المطلوبة وتحديد المداخل والمخارج والحالات التي يمر بها النظام:

- لدينا مدخل واحد A وهو البت الواقع أسفل الحلزون مباشرة.
- لدينا خرج واحد Y.
- لدينا حالتان يمر بهما النظام هما S_0, S_1 (البت الأول (0) والبت الثاني (1) والخرج أثناء الانتقال لذلك حالتان فقط) وبما أن عدد الحالات يساوي $2^1 = 2$ سنحتاج إلى قلاب واحد فقط $F.F$ 1 وهنا نستخدم قلاب D.
- ترميز الحالات مثلاً $S_0 = 0, S_1 = 1$ (وذلك لأننا نستخدم قلاب واحد).
- رسم مخطط الحالات state transition diagram



المرحلة S_0

- في حال كان الدخل (0) سيكون الخرج (0) لأننا نحتاج لأن يكون البت التالي (1) حتى يكون الخرج (1) وسننتقل إلى الحالة S_1.
- في حال كان الدخل (1) سيكون الخرج (0) وسنبقى في نفس الحالة (لأننا نريد أن يكون البت الأول (0)).

المرحلة S_1

- في حال كان الدخل (0) سيكون الخرج (0) وسنبقى في نفس الحالة.
- في حال كان الدخل (1) سيكون الخرج (1) لتحقق الشرط بأن يكون الدخل السابق (0) والدخل الحالي (1) وسننتقل إلى S_0 لتكتمل السلسلة (سلسلة البتات).

- كتابة جدول الانتقالات والخرج $state\ transition/output\ table$ اعتماداً على مخطط الحالات

$Present\ State\ P_0$	$Input\ A$	$Next\ State\ N_0$	الخرج Y
$S_0(0)$	0	$S_1(1)$	0
$S_0(0)$	1	$S_0(0)$	0
$S_1(1)$	0	$S_1(1)$	0
$S_1(1)$	1	$S_0(0)$	1

- استخدام جداول كارنو لاستنتاج معادلات الحالة المستقبلية واستنتاج معادلات الخرج

ننظر إلى حقل N الحالة التالية

P \ A	0	1
0	1	0
1	1	0

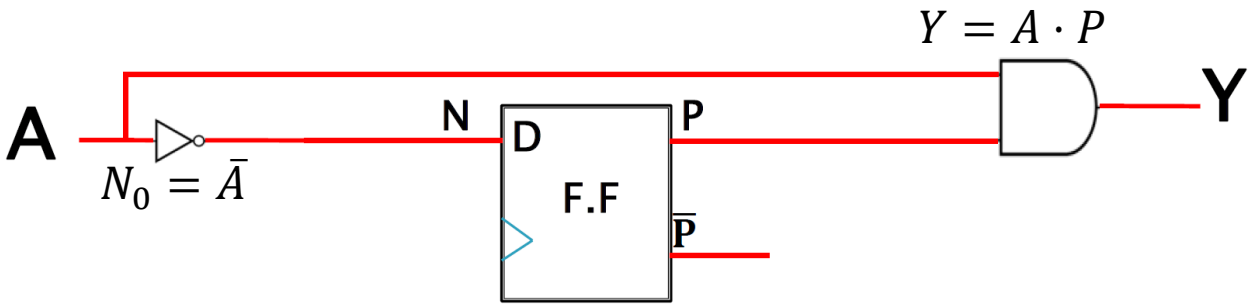
$N_0 = \bar{A}$

ننظر إلى حقل الخرج Y

P \ A	0	1
0	0	0
1	0	1

$Y = A \cdot P$

- رسم الدارة النهائية حسب المعادلات السابقة:



حسب الدارة فإن الخرج يعتمد على الدخل الحالي والحالة الراهنة ⇐ آلة ميلي.

نلقاكم في المحاضرة القادمة