منصة طريقي التعليمية

المذاكرة الفصلية الأولى للعام الدراسي/ 2022-2023/

للشهادة الثانوية (الفرع العلمي)

مادة: الرياضيات   الوقت: ثلاث ساعات

نموذج A

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال):

السؤال الأول: ليكن f التابع المعرف على المجال $]1,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$$

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسياً
2. جد عدداً حقيقياً A يحقق أنه إذا كانت $x>A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال $]1.99\,,2.01[$

السؤال الثاني: حل في $(\mathbb{C})$ المعادلة إذا علمت أنّها تقبل حلاً تخيلياً بحتاً.

$$z^3-(3+4i)z^2-6(3-2i)z+72i=0$$

السؤال الثالث: ليكن لدينا التابع f المعرف وفق:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+sin2x}-\sqrt{1-sin2x}}{x} & ;x\neq 0\\[2mm] \dfrac{m}{2\sqrt{2}} & ;x=0\end{cases}$$

جد قيمة الثابت m ليكون التابع f مستمراً عند $a=0$

السؤال الرابع: نتأمل العدد العقدي $k=\frac{z-w}{1+zw}$ حيث z و w عددين عقديين يحققان $|z|=1$ و $|w|=1$ و $zw\neq-1$ ، أثبت أن العدد العقدي k تخيلي بحت.

ثانياً: حل كلاً من التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين):

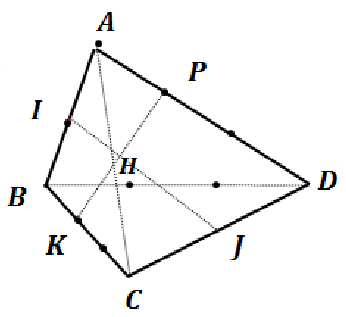
التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x)=\frac{x-\sin^2 x}{2+\sin x}$$

1. جد عددين m,M يحققان أنّ: $m\leq 2+sinx\leq M$ ، ثم استنتج إشارة المقدار $2+sinx$
2. استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. بفرض $|g(x)-600|\leq\frac{1-\cos 2x}{x}$ ، احسب $\lim_{x\to0} g(x)$

التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه فيه I و J هما بالترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ والنقطتين P و K تحققان العلاقتين $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AP}$ و $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BK}$ وأخيراً H منتصف $[PK]$ ،
والمطلوب: أثبت أن النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة.



التمرين الثالث: ليكن C_f الخط البياني للتابع المعرف $[1,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=\frac{x}{2}-1$ مقارب مائل في جوار $+\infty$
3. ادرس الوضع النسبي للخط C_f مع مقاربه

نموذج A

التمرين الرابع: لتكن الأعداد العقدية:

$z_1 = 1 - i$ و $z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$ و $z_3 = -3e^{i\frac{\pi}{3}}$

1. اكتب z_1 و z_2 و z_3 بالشكل الأسي.
2. مستفيداً من الطلب السابق أثبت أنّ $\left[\frac{z_1^4 \cdot z_2}{z_3^2}\right]$ حقيقي.
3. أوجد $(z_1 . z_2)$ بالشكل الجبري والمثلثي واستنتج $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

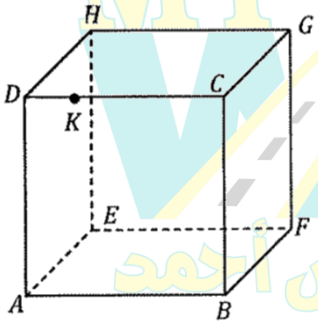
ثالثاً: حل المسألة الآتية (100 درجة):

المسألة الأولى: لتكن المتتالية $(x_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{6}{5}x_n + \dfrac{4}{5} \\ x_0 = 5 \end{cases}$$

1) احسب الحدود x_1 و x_2 ثم ادرس اطراد المتتالية
2) نعرف $y_n = x_n + 4$ أثبت أنها هندسية
3) اكتب الحد العام لها
4) احسب المجموع $y_0 + y_1 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوّة للعدد $\frac{6}{5}$
5) استنتج المجموع $x_0 + x_1 + \cdots + x_{10}$

المسألة الثانية:



$ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق: $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ والنقطة $J \in BC$ بحيث: $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

1. جد إحداثيات النقاط H, E, J, K, G في المعلم $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$
2. أثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطيّاً
3. أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{EJ}, \overrightarrow{EG}, \overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً
4. أثبت أنّ المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ)

..انتهت الاسئلة..