أولاً: حل كلاً من الأسئلة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لدينا التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق:

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$$

1- احسب نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه ثم اذكر ما له من مقاربات.
2- عين عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: $f(x)\in]1.99,2.01[$ عندما $x>A$.

السؤال الثاني: أثبت بالتدريج أن العدد 5^n-3^n زوجي مهما يكن $n>0$.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على R بالشكل:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+4cosx-4}{x^2} & : x\neq 0\\ m-602 & : x=0\end{cases}$$

أوجد قيمة m ليكون التابع مستمراً على $\mathbb{R}$.

ثانياً: حل كلاً من التمارين الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالتدريج وفق:

$$u_{n+1}=2u_n+4$$
$$u_0=0$$

ونتأمل المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $x_n=u_n+4$

1- أثبت أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ هندسية وعين أساسها
2- أكتب x_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3- أحسب المجموع $S_n=x_1+x_2+\cdots+x_n$

التمرين الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R بالشكل:

$$f(x)=\sqrt{1+x^2}$$

1- أثبت أن C لا يقبل مقاربات أفقية
2- أثبت أن $f(x)-x=\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$
ثم استنتج أن C يملك مقارباً مائلاً Δ في جوار $+\infty$
3- ادرس الوضع النسبي للخط C مع Δ

ثالثاً: حل المسألة: (100 درجة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$

1- احسب نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب ما تجده من مقاربات
2- جد معادلة المقارب المائل للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$
3- ادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب المائل
4- ليكن g تابعاً يحقق: $g(x)\geq f(x)$ ما نهاية g عند $+\infty$؟
5- إذا علمت أن: $|3h(x)-6|+x\leq f(x)+1$
ما نهاية h عند $+\infty$ (في حال إمكانية حسابها)؟

انتهت الأسئلة