أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية فيها الحدود الثلاثة المتعاقبة الآتية:

$$u_1 = \lambda \ ; \ u_2 = 1+\lambda \ ; \ u_3 = 3+\lambda$$

1. احسب قيمة λ ثم استنتج قيمة الأساس q.
2. بفرض $\lambda = 1$. أوجد u_n بدلالة n .
3. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

السؤال الثاني: حل في $(\mathbb{C})$ المعادلة $Z^2 - 3\sqrt{3}Z + 9 = 0$ وأوجد الحلول بالشكل الأسي.

السؤال الثالث: ليكن لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \cos 2x$ والمطلوب:

1. احسب $f\left(\frac{\pi}{4}\right), f'\left(\frac{\pi}{4}\right), f'(x)$.
2. استنتج قيمة النهاية $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{x-\frac{\pi}{4}}$.

السؤال الرابع: ليكن العدد العقدي $w = \frac{Z+2}{Z}$ و $Z \neq 0$ والمطلوب:
أثبت أنّ مجموعة النقاط $M(Z)$ التي يكون عندها (w) تخيلي بحت هي دائرة محذوف منها نقطة.

ثانياً: حل كلاً من التمارين الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:
بفرض $u_0 = \frac{5}{2}$ و $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$ والمطلوب:

1. أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً يكن العدد الطبيعي n .
2. أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 3)$ ثم استنتج أنها متناقصة.
3. استنتج تقارب المتتالية u_n ثم عين نهايتها.

التمرين الثاني:
اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيم $[AB]$ حيث: $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$.

التمرين الثالث: ليكن f التابع المعرف على$\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{x+2}{|x|+1}$:

1. ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر .
2. اكتب معادلة نصف المماس للخط البياني للتابع f من اليسار في النقطة منه التي فاصلتها $x = 0$.

التمرين الرابع: في معلم عقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن الأعداد العقدية الممثلة بالنقاط:

$Q: Z_Q = -1+2i$	$B: Z_B = 1+2i$	$A: Z_A = 3$

1. مثل النقاط السابقة في معلم
2. جد N صورة A وفق دوران مركزه (O) وزاويته $\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
3. جد Z_R ليكون الرباعي $(OQNR)$ متوازي أضلاع.
4. أوجد $\left[\frac{Z_{\overline{OR}}}{Z_{\overline{AB}}}\right]$ واستنتج أنّ $(AB \perp OR)$ و $\left(OR = \frac{1}{2}AB\right)$.

ثالثاً: حل المسألة الآتية: (100 درجة)

المسألة الأولى:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالشكل:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$$

1. احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ واستنتج أن الخط c_f يقبل مقارباً أفقياً d يُطلب تعيينه.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .
3. بين أنه مهما تكن $x \in \mathbb{R}$ فإن $f(x) + f(-x) = 2$ ثم استنتج أن C_f يقبل النقطة $I(0,1)$ مركز تناظر له.
4. أوجد معادلة المماس T للخط C_f في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .
5. في معلمٍ متجانس أنشئ I وارسم d و T ثم ارسم المنحني c_f.
6. ناقش بيانياً تبعاً لقيم m حلول المعادلة $(1-m)x^2 - x + 1 - m = 0$.

المسألة الثانية:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$ والمطلوب:

1. جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$
2. أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة.
3. اكتب معادلة المستوي CDE.
4. احسب بعد B عن المستوي CDE.
5. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي CDE.

... انتهت الأسئلة ...