السؤال الأول:

ليكن f التابع المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1}$$

1- احسب نهاية التابع f عند $+\infty$.
2- جد عدداً حقيقياً A ليحقق الشرط: $f(x)\in]0.9,1.1[$ عندما $x>A$.
3- استنتج نهاية $f\big(f(x)\big)$ عند $+\infty$.

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات الآتية:

$$\ln(x^2+1)=\ln(7x)$$

$$\ln(x^2-4)=\ln(2x-4)$$

السؤال الثالث:

ليكن لدينا التابعان f و g المعرفان وفق:

$$g(x)=2x^2+1-\ln(x)$$

والتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق:

$$g(x)=2x-2+\frac{\ln(x)}{x}$$

أولاً:

1) ادرس تغيرات g ونظم جدولاً بها.
2) استنتج إشارة $g(x)$ من جدول التغيرات.

ثانياً:

1) احسب نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه.
2) أثبت أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج جدول تغيرات f.

ثالثاً:

1) أثبت وجود عددين حقيقيين a و b يحققان أن:

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}\quad,\qquad b=\lim_{x\to+\infty}f(x)-2x$$

2) استنتج معادلة المقارب Δ للخط C_f, وادرس الوضع النسبي.
3) اكتب معادلة المماس d في نقطة من C_f التي فاصلتها (1).

رابعاً: ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C_f.

السؤال الرابع:

لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2^n} \quad ; \quad u_0 = 0$$

ولنضع المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق $v_n = u_{n+1} - u_n$:

1) أثبت أن v_n هندسية وعين أساسها وحدها العام.
2) من أجل كل $n \geq 1$ نضع $w_n = \ln(v_n)$:
   أ) أثبت أنها حسابية وعين أساسها.
   ب) اكتب w_n بدلالة n.
   ت) حسب قيمة المجموع:

$$S = 1 - \frac{w_1}{\ln(2)} - \frac{w_2}{\ln(2)} - \cdots - \frac{w_5}{\ln(2)}$$

السؤال الخامس:

ادرس اطراد التابع g المعرف على $]0,+\infty[$ وفق:

$$g(x) = \sqrt{x} - \ln(x)$$

واستنتج حلول المتراجحة $\sqrt{x} \geq \ln(x)$.