ورقة عمل أشعة 1

أولاً:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن لدينا النقاط: $A(2,3,0)$ و $B(2,3,6)$ و $C(2,\alpha,3)$ والمطلوب:

1. أثبت أنّ المثلث ABC متساوي الساقين أيّاً تكن α من $\mathbb{R}$
2. عيّن قيم α حتى يكون المثلث (ABC) قائم في C .

ثانياً:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ و $B(3,0,1)$ و $C(2,3,5)$ والمطلوب:

1. جد على محور التراتيب نقطة D متساوية البُعد عن النقطتين A و B
2. عيّن E ليكون الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع ثم أوجد K مركز متوازي الأضلاع

ثالثاً:

بفرض لدينا النقاط: $A(2,-1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(-1,a,b)$ والمطلوب:

1. جد العددين الحقيقيين a و b حتى تكون النقاط A و B و C واقعة على استقامة واحدة.
2. جد إحداثيات النقطة D التي تحقق العلاقة الشعاعية: $\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

رابعاً:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن لدينا النقاط: $A(-1,3,0)$ و $B(1,-2,3)$ والمطلوب:

1. جد كل نقطة من محور الفواصل تبعد عن A مسافة قدرها $\sqrt{18}$
2. عيّن C نظيرة A بالنسبة إلى B .

خامساً:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ليكن d مستقيماً يمر بالنقطة $A(1,-1,1)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(1,2,0)$ وليكن d' مستقيماً يمر بالنقطة $B(7,-1,-3)$ وشعاع توجيهه $\vec{v}(1,-1,-1)$ والمطلوب:

1. بيّن أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً ، ثم أثبت أن الأشعة $\vec{v}$ و $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً.
2. استنتج أن المستقيمين d و d' متقاطعان، ثم أوجد نقطة تقاطعهما J .

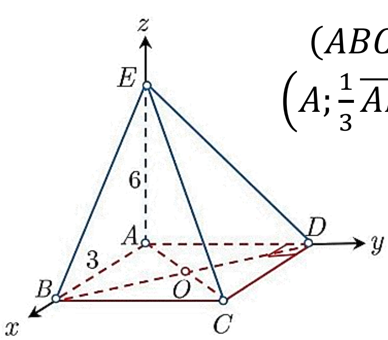
سادساً:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن لدينا النقاط: $A(3,2,1)$ و $B(1,2,0)$ و $C(3,1,-2)$ والمطلوب:

1. عيّن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ وبيّن أنهما يشكلان مستوٍ p.
2. عيّن a فاصلة النقطة $M(a,1,3)$ لتكون الأشعة $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.
3. أوجد العلاقة بين الفاصلة وترتيب النقطة $D(x,y,3)$ لتقع النقاط A و B و C و D في مستوٍ P .

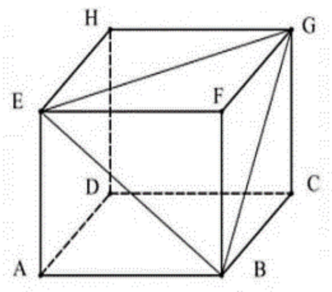
سابعاً:

$E-ABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربع طول ضلعه يساوي 3 ، (EA) عمودي على $(ABCD)$ حيث $EA=6$ ولتكن O نقطة تلاقي قطري المربع باختيار معلم متجانس $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$



1. عين إحداثيات النقاط B و C و D و E في المعلم المعطى
2. ليكن G مركز ثقل المثلث ECD
   a) عين إحداثيات النقطة G ثم أحسب مركبا الأشعة $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AO}$
   b) أثبت أن المستقيم (BE) يوازي (AGO)

ثامناً:



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه I مركز ثقل المثلث EBG ، J منتصف $[BG]$

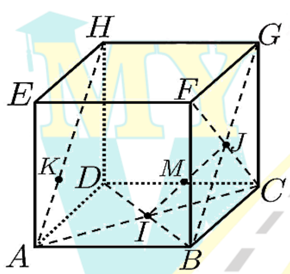
عين موقع النقطة M المعرفة بالمساواة $3\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{BC}$

بفرض $AB = 4$ و $AD = AE = 1$ وباختيار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

1. جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات والنقطة I و J
2. أثبت أن النقاط F و I و D واقعة على استقامة واحدة
3. جد إحداثيات النقطة K من المستقيم (AD)والمتساوية البعد عن النقطتين H و B
4. جد إحداثيات النقطة N المحققة للمساواة $2\overrightarrow{GN} = 5\overrightarrow{BE}$

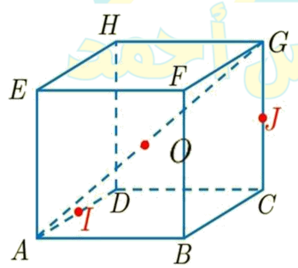
تاسعاً:

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2، فيه النقطتان I و J مركزي الوجهين $ABCD$ و $BCGF$ على الترتيب والنقطة M منتصف $[IJ]$ والنقطة K تحقق $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH}$ ولنختر المعلم $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$



1. جد إحداثيات كل من رؤوس المكعب وإحداثيات النقاط I و J و M و K
2. أثبت أن النقاط B و C و M و H تقع في مستوٍ واحد.
3. أثبت أن النقاط C و M و E لا تقع على استقامة واحدة وتحقق أنّ المستوي (EMC) هو المستوي المحوي للقطعة المستقيمة $[IJ]$
4. أثبت أن المستقيم (DJ) يوازي المستوي (AFK)

عاشراً:

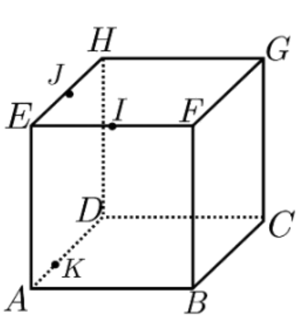


$ABCDEFGH$ مكعب، I منتصف $[AD]$ ، J منتصف $[CG]$

1. عين موقع النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JG} + \overrightarrow{CA}$
2. أثبت صحة العلاقة $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{GO}$ حيث O منتصف $[GA]$
3. أثبت أن $\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{0}$

الحادي عشر:

$ABCDEFGH$ مكعب I منتصف $[EF]$ و J منتصف $[EH]$ K نقطة تحقق $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ لنختر معلماً $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$:



1. جد إحداثيات جميع رؤوس المكعب وإحداثيات النقاط I و J و K
2. تحقق أن $\overrightarrow{HF}$ و $\overrightarrow{HK}$ هما شعاعا توجيه المستوي
3. تحقق أن المستقيم (AE) لا يوازي المستوي (FHK)
4. لتكن النقطة $M(0,0,m)$ من المستقيم (AE) عين m حتى تنتمي النقطة M إلى المستوي (FHK)
5. بما أن المستقيم (AE) لا يوازي المستوي (FHK) استنتج نقطة تقاطعهما معللاً إجابتك