أولاً : قابلية اشتقاق تابع عند نقطة

ادرس قابلية اشتقاق كلاً من التوابع الآتية عند a الموافقة

1	$f(x)=2\sqrt{x}+x$	$a=1$	6	$f(x)=1+x+x^2$	$,a=1$
2	$f(x)=\sqrt{2-x}$	$a=2$	7	$f(x)=\sqrt{1+x+x^2}$	$,a=1$
3	$f(x)=\sin(2x)$	$a=0$	8	$f(x)=(x-1)\lvert x-1\rvert$	$,a=1$
4	$f(x)=(2x-4)\sqrt{x-2}$	$a=2$	9	$f(x)=3x^2-x$	$,a=-1$
5	$f(x)=2x^2-3$	$a=\sqrt{2}$	10	$f(x)=\cos(2x)$	$,a=0$

ثانياً : قابلية اشتقاق تابع على مجال

اكتب مجال اشتقاقية كلاً من التوابع الآتية

1	$f(x)=x^2+2x+1+\frac{3}{x-1}$
2	$f(x)=sinx+\sqrt{x}$
3	$f(x)=(4-2x)\sqrt{x-2}$
4	$f(x)=(3-x)\sqrt{3-x}$
5	$f(x)=2x\sqrt{x}$
6	$f(x)=4-x\sqrt{4-x}$
7	$f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

ثالثاً : قواعد الاشتقاق : احسب مشتق $f(x)$ فيما يلي:

1	$f(x)=6x^2-4x+3$	20	$f(x)=cosx\,.sinx$
2	$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$	21	$f(x)=tanx-x$
3	$f(x)=\frac{x}{x^2+3}$	22	$f(x)=tanx.sinx$
4	$f(x)=\frac{x+4}{3}$	23	$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$
5	$f(x)=\frac{sinx}{x}$	24	$f(x)=\frac{x+1}{(2x-1)^2}$
6	$f(x)=x^2+x-1-\frac{1}{x}$	25	$f(x)=sin(x^2)$
7	$f(x)=\frac{x^2-7x+6}{(x-1)^2}$	26	$f(x)=(x^2+4x)^3$
8	حين تشعر بالملل والضجر..	27	$f(x)=(sinx)^2$
9	خذ نفساً عميقاً وابدأ من جديد.	28	$f(x)=cos(3x+4)$
10	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	29	$f(x)=sin(cosx)$
11	$f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x}}$	30	$f(x)=sin\left(\frac{1}{x}\right)$
12	$f(x)=x^2cos\,(x)$	31	$f(x)=cos^3(x)$
13	$f(x)=\sqrt{x}(x^2+2x-1)$	32	$f(x)=\sqrt{3x^2+1}$
14	$f(x)=6-3x+x^2$	33	$f(x)=tan\,(3x)$
15	$f(x)=\frac{x^2+6}{x^2-1}$	34	$f(x)=tan\left(\frac{x}{2}\right)$
16	$f(x)=\frac{x+3}{3\sqrt{x}}$	35	$f(x)=cos3x-sin2x$
17	$f(x)=x^2\sqrt{x}$	36	$f(x)=3\,sin^2(x)-5\,cos^3(2x)$
18	$f(x)=\frac{x^2+1}{sinx}$	37	$f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
19	$f(x)=\frac{2x-3}{x+1}$	38	مسامح

رابعاً : معادلة المماس

السؤال الأول : أوجد معادلة المماس للخط البياني للتابع f عند a الموافقة في كلٍ مما يلي :

1	$f(x)=x^2+2 \ , \ a=1$	5	$f(x)=x^2+\frac{1}{x} \ , \ a=-1$
2	$f(x)=\sqrt{2x+1} \quad a=2$	6	$f(x)=1-\frac{3}{x} \ , \ a=1$
3	$f(x)=\sin(x) \quad a=\frac{\pi}{2}$	7	$f(x)=sinx \ , \ a=0$
4	$f(x)=\frac{x}{x+1} \ , \ a=0$	8	$f(x)=tanx \ , \ a=\frac{\pi}{4}$

السؤال الثاني : ليكن c_f الخط البياني للتابع f المعرف وفق :

$$f(x)=2x-x^2$$

اكتب معادلة المماس للخط c_f الذي ميله 4

السؤال الثالث : ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=x^2-5x+5$

اكتب معادلة المماس للخط c_f في النقطة التي تراتيبها -1

السؤال الرابع : ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

اكتب معادلة المماس للخط c_f في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل

السؤال الخامس : ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1}{x-1}$

اكتب معادلة المماس للخط c_f في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

السؤال السادس : ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=3x-x^2$

اكتب معادلة المماس للخط c_f الموازي للمستقيم $d: x+y=1$

السؤال السابع: ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{x+1}{x}$

اكتب معادلة المماس للخط c_f المعامد للمستقيم $d: y-\frac{x}{4}=0$

خامساً : تأويل هندسي

السؤال الأول : ليكن c الخط البياني للتابع $f(x)=\sqrt{x-1}$

1- ادرس قابلية الاشتقاق عند $a=1$

2- فسر النتيجة هندسياً

السؤال الثاني : ليكن c الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{x+3|x|}{x^2+3}$

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $a=0$

2- اكتب معادلة نصف المماس من اليمين للخط c_f عند $a=0$

3- اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط c_f عند $a=0$

السؤال الثالث : ليكن c_f الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{2}{|x|+\sqrt{2}}$

1- ادرس قابلية الاشتقاق التابع f عند $a=0$

2- اكتب معادلة نصف المماس من اليمين للخط c_f عند $a=0$

3- اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط c_f عند $a=0$

سادساً : المشتقات من مراتب عليا

السؤال الأول : ليكن $f(x)=2\cos(3x)$ أثبت أن $f''(x)+9f(x)=0$

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف وفق $f(x)=\frac{1}{x}$

1- احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ و $f^{(3)}(x)$

2- أثبت أن $f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n\,n!}{x^{n+1}}$

السؤال الثالث : ليكن $f(x)=\sin(2x)$

1- احسب $f'(x)$ و $f''(x)$

2- أثبت أن $f^{(n)}(x)=2^n\sin\left(2x+\frac{n\pi}{2}\right)$

سابعاً : دراسة تغيرات تابع

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$

1- احسب نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب ما تجده من مقاربات

2- جد معادلة المقارب المائل للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$

3- ادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب المائل

4- ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها

5- اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

6- أثبت أن النقطة $A(-1,-2)$ هي مركز تناظر للخط C

7- ارسم ما وجدته من مقاربات وارسم T ثم ارسم C

8- ناقش بيانياً حلول المعادلة $x^2+m(-x-1)+3=0$

المسألة الثانية : $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$:$]2,+\infty[$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ و نظم جدولاً بها

2- أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=3$

المسألة الثالثة : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=(3-x)\sqrt{x-3}$

1- جد مجموعة تعريف التابع f

2- أثبت أن f قابل للاشتقاق عند $a=3$ ثم استنتج معادلة المماس عند $a=3$

3- ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها

4- ارسم C

المسألة الرابعة : ليكن $f(x)=x-sinx$ اثبت أن f متزايد.

المسألة الخامسة: ليكن التابع $\mathbf{f}$ المعرف بالشكل:

$$\mathbf{f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}}$$

1) ادرس تغيرات $\mathbf{f}$ ونظم جدولاً بها.
2) اوجد معادلة المقارب المائل وادرس الوضع النسبي
3) أثبت أن $\mathbf{f}$ فردي
4) ارسم المقارب المائل وارسم $\mathbf{c_f}$
5) بفرض $\mathbf{u_0 = 2}$ و $\mathbf{u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}}$
   أ- أثبت بالتدريج $\mathbf{\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n}$
   ب- أستنتج أن المتتالية متقاربة وعين نهايتها