المسألة الأولى :

يتألف نواس فتل من قرص متجانس نصف قطره (20 cm) معلق بسلك فتل شاقولي فإذا علمت أن عزم عطالة القرص حول محور عمودي على مستويه ومار من مركز عطالته ($0.02\ kg.m^2$) . ودوره الخاص (2 s) . المطلوب :

1. حساب قيمة كتلة القرص .
2. حساب قيمة ثابت الفتل لسلك التعليق .
3. استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام باعتبار أن مبدأ الزمن هو اللحظة التي ترك فيها القرص دون سرعة إبتدائية بعد أن ندير القرص بمقدار نصف دورة عن وضع توازنه بالاتجاه الموجب .
4. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرور الأول في وضع توازنه .
5. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة مرور القرص بوضع ($\bar{\theta} = -\frac{\pi}{2}$).
6. حساب الطاقة الميكانيكية لقرص نواس الفتل عند المرور في وضع توازنه .
7. نجعل طول سلك الفتل ربع ماكان عليه أحسب الدور الجديد أو (نحذف ثلاث أرباع سلك الفتل أحسب الدور الجديد)

(عزم عطالة القرص حول محور يمر من مركز عطالته : $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} Mr^2$)

الحل :

.1 $I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$

$$m = \frac{2I_\Delta}{r^2} = \frac{2\times2\times10^{-2}}{4\times10^{-2}}$$

$$\boxed{m = 1\ kg}$$

.2 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

نُربّع

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{K}$$

$$\Longrightarrow K = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2}$$

$$= \frac{4\pi^2\times2\times10^{-2}}{4}$$

باعتبار $\pi^2 \simeq 10$

$$\boxed{K = 2\times10^{-1} m.N\ rad^{-1}}$$

.3 $\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2}$$

$$\boxed{\omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}}$$

حساب φ من شروط البدء: $t = 0$, نصف دورة $\theta = \theta_{max} = \pi\ rad$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi}$$

$\cos\varphi = 1 \Longrightarrow \boxed{\varphi = 0}$

$$\boxed{\bar{\theta} = \pi\cos(\pi t)\, rad}$$

4. $\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نحسب زمن المرور الأول بوضع التوازن:

بما أن الحركة بدأت من $\theta = \theta_{max}$ فإن زمن المرور الأول بوضع التوازن

$\Longrightarrow t_1 = \frac{T_0}{4} \Longrightarrow t = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} sec$

نعوض الزمن بتابع السرعة:

$\bar{\omega} = -\pi.\pi.\sin\left(\pi \times \frac{1}{2} + 0\right)$

$= -\pi^2 \sin\frac{\pi}{2}$

$\boxed{\omega = -10 rad.s^{-1}}$

5. $\alpha = ?\ ,\ \theta = -\frac{\pi}{2} rad$

$\bar{\alpha} = -\omega_0^2\theta$

$= -\pi^2\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

$\boxed{\alpha = +5\pi\, rad\, .s^{-2}}$

6. إن الطاقة الميكانيكية في أي وضع هي نفسها وبالتالي

$E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.2 \times \pi^2$

$\boxed{E = 1\, J}$

أو بطريقة ثانية أنه في وضع التوازن تكون الطاقة الميكانيكية هي نفسها الحركية

$$E = E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times \pi^2$$

$$\boxed{E = 1\, J}$$

7. $l' = \frac{1}{4}l$

$$K' = k'\frac{(2r)^4}{L'} \Longrightarrow K' = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{4}L} \Longrightarrow K' = 4K$$

$$K' = 4 \times 2 \times 10^{-1} = 8 \times 10^{-1} m.N\, rad^{-1}$$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K'}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-2}}{8\times10^{-1}}} = 1sec$$

المسألة الثانية:

ساق مهملة الكتلة طولها (0.2m) نثبت في كل من طرفيه كتلة نقطية (0.2kg) ونعلق منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله$(0.1\ m.N.rad^{-1})$ ونثبت الطرف الاخر للسلك بنقطة ثابتة لنشكل بذلك نواسا للفتل نزيح الساق عن وضع توازنها الأفقي في مستو أفقي بسعة زاوية (1rad) فتهتز بحركة جيبية دورانية المطلوب :

1- أحسب الدور الخاص لنواس الفتل هل يتغير الدور بتغير الزاوية ؟ ولماذا ؟
2- أكتب التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام بفرض أن مبدأ الزمن اللحظة التي تركت فيها الساق دون سرعة ابتدائية من وضع مطالها الأعظمي الموجب $+\theta_{\max}$
3- أحسب السرعة الزاوية العظمى لاهتزاز الساق (طويلة) .
4- أحسب التسارع الزاوي لنواس الفتل بمطال $(-\theta_{\max})$

الحل:

1. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta_{m1}} = 0 + 2I_{\Delta_{m1}}$$
$$= 2(m1)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$
$$I_\Delta = 2\times 2\times 10^{-1}\times 10^{-2} = 4\times 10^{-3}\ Kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{10^{-1}}} = 2\pi\sqrt{4\times 10^{-2}}$$

2. $\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{4\pi\times10^{-1}} = 5\ rad.s^{-1}$$

لأجل تحديد φ فإنه وفي مبدأ الزمن كانت

$$\theta = \theta_{max} = 1rad$$
$$\Longrightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Longrightarrow \bar{\varphi} = 0$$
$$\bar{\theta} = 1\cos(5t)\ rad$$

3. $\omega = \left|-\omega_0\theta_{max}\right|$

إذاً السرعة الزاوية العظمى طويلتها $\omega = 5\ rad.s^{-1}$

4. $\alpha = -\omega_0^2\theta = -(5)^2\times(-1)$

$$\alpha = +25\ rad.s^{-2}$$