

الجلسة الامتحانية - الصف الثاني الثانوي العلمي

المستقيم	
$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$	قانونه
$\vec{n}(a, b)$ ناظم	نقطة $A(x_0, y_0)$
إذا علمت شعاع توجيه للمستقيم d فيكون ناظمه: بدل الإحداثيات وحط وحدة منهن سالبة	
نوجد الناظم ثم نعوض	الحالة (1): إذا علم شعاع توجيه ونقطة
نشكل شعاع توجيه ثم نجد الناظم نعوض إحدى النقطتين	الحالة (2): إذا علم نقطتين منه
وضع النسبي لمستقيمين	
أولاً: نختبر التقاطع عن طريق الارتباط الخطي لأشعة التوجيه ثانياً: إيجاد النقطة المشتركة في حال التقاطع بالحل المشترك	

1- معادلة المستقيم الموجه بالشعاع $\vec{d}(1,2)$ والمار بالنقطة $A(1,1)$ هي:

$-2x + 1 = 0$	d	$2x - y + 1$	c	$2x + y + 1$	b	$2x - y - 1 = 0$	a
---------------	---	--------------	---	--------------	---	------------------	---

2- معادلة المستقيم (AB) إذا علمت أن $A(1,3)$ و $B(2,4)$ هي:

$2x + y - 1 = 0$	d	$x + y = 0$	c	$-x + y - 2 = 0$	b	$2x = 0$	a
------------------	---	-------------	---	------------------	---	----------	---

3- المستقيمين d_1 و d_2 المعرفان وفق:

$$d_1: x + y = 3, \quad d_2: 2x - y = 0$$

غير ذلك	d	منطبقان	c	متوازيان	b	متقاطعان	a
---------	---	---------	---	----------	---	----------	---

4- نقطة تقاطع المستقيمين السابقين:

لا توجد نقطة بسبب تخالف المستقيمين	d	لا توجد نقطة بسبب توازي المستقيمين	c	$(2,1)$	b	$(1,2)$	a
---------------------------------------	---	---------------------------------------	---	---------	---	---------	---

الدائرة	
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$	قانونها
r نصف القطر	المركز $A(x_0, y_0)$
نعوض في القانون	الحالة (1): إذا علم مركز ونصف قطر
نوجد نصفه (نصف القطر) نوجد منتصفه (مركز الدائرة) نعوض في القانون	الحالة (2): إذا علم قطر
نوجد نصف القطر من خلال حساب المسافة بين المركز والنقطة منها نعوض في القانون	الحالة (3): إذا علم المركز ونقطة منها

الجلسة الامتحانية - الصف الثاني الثانوي العلمي

$r = y_0 $	الحالة (4): دائرة تمس محور الفواصل غُلم مركزها
$r = x_0 $	الحالة (5): دائرة تمس محور الترتيب غُلم مركزها

1- معادلة الدائرة التي تقبل $r = 3$ نصف قطراً لها و $A(3,3)$ مركز هي:

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3$	b	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$	a
$(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$	d	$(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$	c

2- معادلة الدائرة التي مركزها $A(2,3)$ و تمر بالنقطة $B(1,2)$ هي:

$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2$	b	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$	a
$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 3$	d	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$	c

3- معادلة الدائرة التي قطرها $[CD]$ علماً أن $D(1,4)$, $C(5,3)$ هي:

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3$	b	$(x-3)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = 17$	a
$(x-3)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 = 2$	d	$(x-3)^2 + (y+7)^2 = 9$	c

4- معادلة الدائرة التي مركزها $A(1, -2)$ وتمس محور الفواصل هي:

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3$	b	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$	a
$(x-3)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 = 2$	d	$(x-3)^2 + (y+7)^2 = 9$	c

الاحداثيات القطبية والديكارتية لنقطة

$A(x, y)$	الإحداثيات الديكارتية
$A(r; \theta)$	الإحداثيات القطبية

كيف يمكن التحويل بينهم؟

$y = r \cdot \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{y}{r}$	$x = r \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{x}{r}$
---	---

Hero's idea

في الربع الأول: ساين وكوساين موجبين

في الربع الثاني: ساين موجب والكوساين سالب

في الربع الثالث: التنين سالبين

في الربع الرابع: ساين سالب وكوساين موجب

أي أن:

$$\begin{aligned}\sin(-x) &= \sin(\pi + x) = -\sin(x) \\ \cos(\pi - x) &= \cos(\pi + x) = -\cos(x) \\ \cos(-x) &= \cos(x) \\ \sin(\pi - x) &= \sin(x)\end{aligned}$$

الجلسة الامتحانية - الصف الثاني الثانوي العلمي

ارجاع الزوايا للشكل الأساسي	
<p>نميز حالتين:</p> <p>1- إذا الزاوية سالبة \Leftarrow نضيف 2π</p> <p>2- إذا الزاوية موجبة \Leftarrow نطرح 2π</p>	<p>إذا كانت الأمثال التي بالبسط < ضعف المقام</p>
<p>1- نكتب البسط بالشكل:</p> $\frac{k\pi \pm \pi}{m}$ <p>حيث أن k يقبل القسمة على m (من مضاعفاتو)</p> <p>2- نحدد الربع بعد إيجاد الشكل النهائي للزاوية:</p> <p>أول $\Rightarrow \theta$</p> <p>ثاني $\Rightarrow \pi - \theta$</p> <p>ثالث $\Rightarrow \pi + \theta$</p> <p>رابع $\Rightarrow -\theta$</p> <p>3- لا تنسا أن:</p> <p>أ- أي زاوية من الشكل π (زوجي) تكافئ 0</p> <p>ب- أي زاوية من الشكل π (فردى) تكافئ π</p>	<p>تحديد الأرباع</p>

1- الإحداثيات القطبية للنقطة $A(2,2)$ هي:

a	$(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$	b	$(2\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$	c	$(3\sqrt{2}; \frac{\pi}{2})$	d	$(\sqrt{2}; \frac{\pi}{3})$
---	-----------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---	-----------------------------

2- الإحداثيات القطبية للنقطة $B(1, -1)$ هي:

a	$(\sqrt{2}; \frac{-\pi}{4})$	b	$(2\sqrt{2}; \frac{-\pi}{4})$	c	$(3\sqrt{2}; \frac{\pi}{2})$	d	$(\sqrt{2}; \frac{\pi}{3})$
---	------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	-----------------------------

3- الإحداثيات القطبية للنقطة $C(\sqrt{3}, 1)$ هي:

a	$(2; \frac{\pi}{6})$	b	$(2; \frac{\pi}{3})$	c	$(2; -\frac{\pi}{6})$	d	$(2; \frac{\pi}{2})$
---	----------------------	---	----------------------	---	-----------------------	---	----------------------

4- الإحداثيات القطبية للنقطة $D(-5, -5)$ هي:

a	$(5\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$	b	$(5\sqrt{2}; \frac{5\pi}{4})$	c	$(5\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$	d	$(5\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4})$
---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	-------------------------------

5- الإحداثيات الديكارتية للنقطة $K(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$ هي:

a	(1,1)	b	(2,2)	c	(3,1)	d	(4,2)
---	-------	---	-------	---	-------	---	-------

6- الإحداثيات الديكارتية للنقطة $L(3\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$ هي:

a	(2,2)	b	(5,2)	c	(3,-3)	d	$(3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$
---	-------	---	-------	---	--------	---	---------------------------

7- الإحداثيات الديكارتية للنقطة $M(1; -\frac{\pi}{2})$ هي:

a	(0, -1)	b	(1,0)	c	(-1,0)	d	(0,1)
---	---------	---	-------	---	--------	---	-------

الجلسة الامتحانية - الصف الثاني الثانوي العلمي

8- الشكل الأساسي للزاوية $\frac{5\pi}{2}$ هو:

a	b	c	d	π
---	---	---	---	-------

9- الزاوية $\frac{7\pi}{6}$ تقع في الربع:

a	b	c	d	الرابع
---	---	---	---	--------

1- الزاوية $\frac{13\pi}{12}$ تقع في الربع:

a	b	c	d	الرابع
---	---	---	---	--------

2- إن $\sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)$ تساوي:

a	b	c	d	$\sin x$
---	---	---	---	----------

3- إن قيمة المقدار $\cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \cos x$ تساوي:

a	b	c	d	$2 \cos x$
---	---	---	---	------------

4- إن العبارة $A(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin(x + \pi)$ تساوي:

a	b	c	d	$\sin x + \cos x$
---	---	---	---	-------------------

5- قيمة المقدار $A(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x$ هي:

a	b	c	d	$2 \cos x$
---	---	---	---	------------

الخواص المتعلقة بالمثلث

نسبة طول ضلع ما على جيب الزاوية المقابلة مقدار ثابت:	علاقة التناسب
$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$	
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$	علاقة كوشي
حيث أن A الزاوية بين الضلعين b و c (مقابلة الضلع a)	
$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$	علاقة المتوسط في مثلث ABC
$S = \frac{1}{2} bc \sin(A)$	مساحة المثلث

فوائد العلاقات السابقة

1- حساب قياسات زوايا المثلث عند معرفة أطوال الأضلاع (خاصة التناسب)
2- حساب أطوال الارتفاعات والمتوسطات
3- حساب أطوال جميع الأضلاع وقياسات الزوايا

1- ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A فيه $AC = 2$ والزاوية $\widehat{ABD} = 45^\circ$ فإن طول القاعدة يساوي:

a	b	c	d	$2 \cos x$
---	---	---	---	------------

الجلسة الامتحانية – الصف الثاني الثانوي العلمي

2- ABC مثلث فيه $AB = 2$, $AC = 3$, $BC = 5$ فإن قيمة $\cos(\widehat{CAB})$ تساوي:

a	0	b	$2 \sin x$	c	$-2 \sin x$	d	$2 \cos x$
---	---	---	------------	---	-------------	---	------------

3- ABC مثلث فيه $AB = 2$, $AC = 3$, $BC = 5$ فإن طول المتوسط يساوي:

a	0	b	$2 \sin x$	c	$-2 \sin x$	d	$2 \cos x$
---	---	---	------------	---	-------------	---	------------

الأحداث في الاحتمالات

الحدث	هو أي مجموعة جزئية من المجموعة التي تحوي جميع العناصر (Ω)
الحدث البسيط	هو الحدث الذي يحوي عنصر وحيد.
الحدث المستحيل	هو الحدث الذي لا يحوي أي عناصر (المجموعة الخالية ϕ)
الحدث الأكيد	هو الحدث الذي يحوي جميع العناصر (المجموعة Ω)
التقاطع ($A \cap B$ معاً)	هي العناصر المشتركة بين الحدثين
الاجتماع ($A \cup B$ أو A) (واحد منهم على الأقل)	هي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين A و B
المعاكس A'	هي العناصر غير الموجودة في A
الحدثان المتنافيان	هما الحدثان اللذان لا يقعان معاً (لا يوجد بينهما عناصر مشتركة) أي: $A \cap B = \phi$

قوانين تخص الاحتمالات

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(A') = 1$$

■ **الاحتمال الشرطي:** رمزه $A|B$ ويقرأ بأحد الأساليب:

1- A علماً أن B قد وقع

2- A بشرط B

3- A بعد B

قانونه:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

"احتمال التقاطع على احتمال الذي وقع"

■ **الاستقلال الاحتمالي:**

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

1- نحسب احتمال A

2- نحسب احتمال B

3- نحسب احتمال $A \cap B$

4- نختبر الشرط

الجلسة الامتحانية – الصف الثاني الثانوي العلمي

مسائل فضاء العينة

أحجار نرد رباعية الوجوه (أو سداسية):

أ- حجر نرد ورمي مرة واحدة:

$$\Omega = \{1,2,3,4\}$$

ب- حجر نرد أو حجر نرد مرتين:

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

رمي قطع النقود:

أ- مرة واحدة أو قطعة واحدة:

$$\Omega = \{H, T\}$$

ب- مرتين أو قطعتين:

$$\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$$

ت- ثلاث مرات أو ثلاثة قطع:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{c} HHH \\ HHT, HTH, THH \\ TTH, THT, HTT \\ TTT \end{array} \right\}$$

التمرين (1)

في تجربة القاء حجر نرد متجانس رباعي الوجوه ليكن A حدث ظهور عدد أولي و B حدث ظهور عدد زوجي، أياكون الحدثان A و B مستقلين؟!

التمرين (2)

نلقي حجر نرد وليكن A الحدث الدال على ظهور عدد فردي و B الحدث الدال على ظهور عدد أولي و C الحد الدال على ظهور عدد أكبر تماماً من 3

- احسب احتمال وقوع كل من الأحداث A, B, C
- احسب احتمال وقوع الأحداث $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cup B, C \cup B$
- احسب احتمال A' بطريقتين

التمرين (3)

في مدرستنا 30% من الطلاب يدرسون اللغة الفرنسية و 40% يدرسون الروسية و 60% يدرسون إحدى اللغتين على الأقل . احسب احتمال أن يكون طالباً مختاراً بشكل عشوائي ممن يدرسون اللغتين في آن معاً

الجلسة الامتحانية – الصف الثاني الثانوي العلمي

■ قواعد التمثيل الشجري:

- توافق كل عقدة حالة من حالات التجربة
- قانون العقد: مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع الصادرة من العقد يساوي 1
- يمثل مسار تام بدءاً من جذر الشجرة إلى نهاية طرف نهائي فيها الحدث الموافق لتقاطع جميع الأحداث التي يمر بها المسار
- إن احتمال مسار يساوي جداء ضرب الاحتمالات المسجلة على الفروع التي تكوّن هذا المسار
- احتمال الحدث D يساوي مجموع احتمالات المسارات المؤدية إلى D

المسألة (1)

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع المصابيح الكهربائية , عندما ورد طلب لعدد من المصابيح قدره 2000 مصباح , صنعت الورشة A منها 1200 مصباح وصنعت البقية الورشة B , هناك نسبة 4% من المصابيح التي من صناعة الورشة A معطوبة , في حين تكون نسبة 3% من مصابيح الورشة B معطوبة , نسحب عشوائياً مصباحاً من الطلب , نرمز بالرمز A إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة A " وبالرمز B إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة B " وبالرمز D إلى الحدث " المصباح معطوب " , المطلوب :

- 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة
- 2- احسب احتمال أن يكون المصباح معطوب
- 3- إذا كان المصباح معطوباً فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A

مسائل سحب كرتين											
معاً:				بدون إعادة:				مع إعادة:			
Ω				Ω				Ω			
Ω				Ω				Ω			

مثال: صندوق يحوي 3 كرات زرقاء وواحدة صفراء نسحب من الصندوق كرتين على التوالي بدون إعادة.

- 1- ما احتمال ظهور كرتين كرات من نفس اللون
- 2- ما احتمال ظهور كرتين مختلفتين في اللون

وظيفة: أعد المسألة السابقة في الحالتين (مع إعادة , معاً)