

التمرين الأول:ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & , x \neq 0 \\ m & , x = 0 \end{cases}$$

١. جد نهاية التابع f عند الصفر٢. عين قيمة العدد m ليكون التابع f مستمراً عند الصفر**التمرين الثاني:**ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق:

$$f(x) = x + \frac{E(x)}{x^2 + 1}$$

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط البياني في جوار $+\infty$ **التمرين الثالث:**ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على

$$[1, +\infty[\cup]-\infty, -1]$$
 وفق:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط البياني في جوار $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط البياني C **التمرين الرابع:**ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

١. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ٢. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$ ٣. ادرس الوضع النسبي بين Δ والخط C **التمرين الخامس:**ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:

$$f(x) = \sqrt{9x^2 - 6x + 3}$$

١. أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ٢. اكتب $9x^2 - 6x + 3$ بالصيغة القانونية٣. ادرس نهاية h عند $+\infty$ حيث:

$$h = f(x) - \sqrt{(3x - 1)^2}$$

٤. استنتج أن الخط C يقبل مستقيم مقارب مائلعند $+\infty$ يطلب إيجاد معادلته٥. أثبت أن C يقع فوق المقارب المائل**التمرين السادس:**ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-3\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x + 3}$$

١. احسب $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ٢. احسب $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$ ٣. استنتج معادلة المقارب المائل Δ ٤. ادرس الوضع النسبي بين Δ و C **التمرين السابع:**ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$$

١. اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0, 2]$ ٢. ارسم التابع $f(x)$ على المجال $[0, 2]$ ٣. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ٤. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ ٥. ادرس استمرارية التابع f عند النقطة التي فاصلتها $x = 1$

انتهت الأسئلة..

بالتوفيق الدائم ^ _ ^

التمرين الثاني:

ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق:

$$f(x) = x + \frac{E(x)}{x^2 + 1}$$

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$
مقارب مائل للخط البياني في جوار $+\infty$
نشكل الفرق:

$$h(x) = f(x) - y_{\Delta}$$

$$= x + \frac{E(x)}{x^2 + 1} - x$$

$$= \frac{E(x)}{x^2 + 1}$$

نوجد نهاية الفرق:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$$

$$x - 1 < E(x) \leq x$$

نقسم على $x^2 + 1$

$$\frac{x - 1}{x^2 + 1} < \frac{E(x)}{x^2 + 1} \leq \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$\frac{x - 1}{x^2 + 1} < h(x) \leq \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x - 1}{x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right) = 0$$

استناداً إلى مبرهنة الإحاطة الأولى فإن:

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 0$$

وبالتالي المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$

مقارب مائل للخط البياني للتابع f في جوار $+\infty$

التمرين الأول:

ليكن f التابع المعرفة على R وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}, & x \neq 0 \\ m, & x = 0 \end{cases}$$

١. جد نهاية التابع f عند الصفر

٢. عين قيمة العدد m ليكون التابع f مستمراً عند الصفر

الطلب الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

$$f(x) = \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$= \frac{x \sin x (\sqrt{x^2 + 1} + 1)}{(\sqrt{x^2 + 1} - 1)(\sqrt{x^2 + 1} + 1)}$$

$$= \frac{x \sin x (\sqrt{x^2 + 1} + 1)}{x^2 + 1 - 1}$$

$$= \frac{x \sin x}{x^2} \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + 1)$$

$$= \frac{\sin x}{x} \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (1)(2) = 2$$

علماً أن:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 1$$

الطلب الثاني:

لكي يكون التابع f مستمر عند الصفر يجب تحقق

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$$

$$f(0) = m$$

$$\rightarrow 2 = m$$

وبالتالي

$$m = 2$$

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على
 $[1, +\infty[\cup]-\infty, -1]$ وفق:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل
 للخط البياني في جوار $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي
 للمقارب Δ والخط البياني C

إثبات أن المستقيم Δ مقارب مائل للخط البياني:

نشكل الفرق:

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) - y_{\Delta} \\ &= x - \sqrt{x^2 - 1} - 2x \\ &= -x - \sqrt{x^2 - 1} \end{aligned}$$

نوجد نهاية الفرق:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\infty - \infty$

$$\begin{aligned} h(x) &= -x - \sqrt{x^2 - 1} \\ &= \frac{(-x - \sqrt{x^2 - 1})(-x + \sqrt{x^2 - 1})}{-x + \sqrt{x^2 - 1}} \\ &= \frac{-x^2 + x^2 - 1}{-x + \sqrt{x^2 - 1}} \\ &= \frac{-1}{-x + \sqrt{x^2 - 1}} \\ &= \frac{1}{-x + \sqrt{x^2 - 1}} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) &= \frac{1}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$
 مقارب مائل للخط البياني في جوار $-\infty$

دراسة الوضع النسبي:

نشكل الفرق (مشكلينو من الطلب السابق)

$$h(x) = -x - \sqrt{x^2 - 1}$$

نعلم الفرق:

$$-x - \sqrt{x^2 - 1} = 0$$

نعزل الجذر:

$$\sqrt{x^2 - 1} = -x$$

بشرط $x < 0$ نربع الطرفين:

$$x^2 - 1 = x^2$$

$$-1 = 0$$

إذاً الفرق لا ينعدم..

ننظم جدول الوضع النسبي ولتحديد الإشارات نأخذ
 قيمة اختيارية من المجال الموافق ونعوضها في

الفرق $h(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$h(x)$		+		-
الوضع النسبي		Δ فوق c		Δ تحت c

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على R وفق:

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

١. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٢. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$

مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$

٣. ادرس الوضع النسبي بين Δ والخط C

الطلب الأول:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$f(x) = x + \frac{x}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

لما كان $x \rightarrow +\infty$ فإن $|x| = x$

$$f(x) = x + \frac{x}{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$$= x + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$

$$f(x) = x + \frac{x}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

لما كان $x \rightarrow -\infty$ فإن $|x| = -x$

$$f(x) = x + \frac{x}{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$$= x - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty - 1 = -\infty$$

الطلب الثاني:

نشكل الفرق:

$$h(x) = f(x) - y_{\Delta}$$

$$= x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - x - 1$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$$

نوجد نهاية الفرق:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$$

$$= \frac{x}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} - 1$$

لما كان $x \rightarrow +\infty$ فإن $|x| = x$

$$= \frac{x}{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} - 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

وبالتالي المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$

مقارب مائل للخط البياني في جوار $+\infty$

الطلب الثاني:

$$\begin{aligned} & 9x^2 - 6x + 3 \\ &= 9 \left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \right) \\ &= 9 \left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \right) \\ &= 9 \left[\left(x - \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{2}{9} \right] \\ &= 9 \left(x - \frac{1}{3} \right)^2 + 2 \\ &= (3x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

الطلب الثالث:

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) - \sqrt{(3x - 1)^2} \\ &= \sqrt{9x^2 - 6x + 3} - \sqrt{(3x - 1)^2} \\ &= \sqrt{(3x - 1)^2 + 2} - \sqrt{(3x - 1)^2} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) &= \infty - \infty \end{aligned}$$

وهي حالة عدم تعيين من الشكل $\infty - \infty$

$$\begin{aligned} h(x) &= \sqrt{(3x - 1)^2 + 2} - \sqrt{(3x - 1)^2} \\ &= \frac{(\sqrt{(3x - 1)^2 + 2} - \sqrt{(3x - 1)^2})(\sqrt{(3x - 1)^2 + 2} + \sqrt{(3x - 1)^2})}{\sqrt{(3x - 1)^2 + 2} + \sqrt{(3x - 1)^2}} \\ &= \frac{(3x - 1)^2 + 2 - (3x - 1)^2}{\sqrt{(3x - 1)^2 + 2} + \sqrt{(3x - 1)^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{(3x - 1)^2 + 2} + \sqrt{(3x - 1)^2}} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) &= \frac{2}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

الطلب الثالث:

نشكل الفرق:

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$$

نعدم الفرق:

$$h(x) = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 1$$

$$x = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = x$$

بشرط $x > 0$ نربع الطرفين:

$$x^2 + 1 = x^2$$

$$1 = 0$$

إذاً الفرق لا ينعدم..

نظم جدول الوضع النسبي وفق:

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$	$-$	$-$
الوضع النسبي	c تحت Δ	

التمرين الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق:

$$f(x) = \sqrt{9x^2 - 6x + 3}$$

١. أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٢. اكتب $9x^2 - 6x + 3$ بالصيغة القانونية

٣. ادرس نهاية h عند $+\infty$ حيث:

$$h = f(x) - \sqrt{(3x - 1)^2}$$

٤. استنتج أن الخط C يقبل مستقيم مقارب مائل

عند $+\infty$ يطلب إيجاد معادلته

٥. أثبت أن C يقع فوق المقارب المائل

الطلب الأول:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

الطلب الرابع:

تعالوا نتذكر سوا إحدى حالات استنتاج معادلة المقارب المائل

والتي هي: $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$ كنا نستنتج أنو معادلة المقارب المائل هي: $y = ax + b$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \sqrt{(3x-1)^2}) = 0$$

هلق على حسب الحالة يلي فوق أنا لازم احكيلو

أنو معادلة المقارب المائل في جوار $+\infty$ هي:

$$y = \sqrt{(3x-1)^2}$$

بس برأيكم نحنا هيك نكون انتهينا ؟؟ طبعا لا..

منكمل بالحل وفق إحدى التذكرات واللي هي:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

كنا نحكي لما $x \rightarrow +\infty$ فإن $|x| = x$ ولما $x \rightarrow -\infty$ فإن $|x| = -x$

طيب تعالوا نطبق نفس الكلام حنا..

$$y = \sqrt{(3x-1)^2}$$

$$y = |3x-1|$$

رح نتعلم كيف منفك القيمة المطلقة:

أول خطوة منعدم مضمون القيمة المطلقة وفق:

$$3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3}$$

نظم جدول الإشارة المؤلف من ثلاثة حقول وفق:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x-1$	-	0	+
$ 3x-1 $	$-3x+1$	0	$3x-1$

$$|3x-1| = \begin{cases} -3x+1, & x \in]-\infty, \frac{1}{3}[\\ 3x-1, & x \in]\frac{1}{3}, +\infty[\end{cases}$$

وبالتالي المقارب المائل الذي في جوار $+\infty$ معادلته هي: $y = 3x-1$, سهلة ^_^

الطلب الخامس:

لدينا:

$$h(x) = \frac{f(x) - \sqrt{(3x-1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{(3x-1)^2 + 2} + \sqrt{(3x-1)^2}}{2} > 0$$

إذا الخط C يقع فوق المقارب

التمرين السادس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-3\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x+3}$$

$$1. \text{ احسب } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$2. \text{ احسب } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$$

3. استنتج معادلة المقارب المائل Δ 4. ادرس الوضع النسبي بين Δ و C

الطلب الأول:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x+3}$$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x^2 + 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \rightarrow a = 2$$

الطلب الثاني:

$$\begin{aligned} f(x) - 2x &= \frac{2x^2 - 7x - 3}{x+3} - 2x \\ &= \frac{2x^2 - 7x - 3 - 2x^2 - 6x}{x+3} \\ &= \frac{-11x - 3}{x+3} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = -11 \rightarrow b = -11$$

الطلب الثالث:

من الطلب السابق نستنتج أن معادلة المقارب المائل

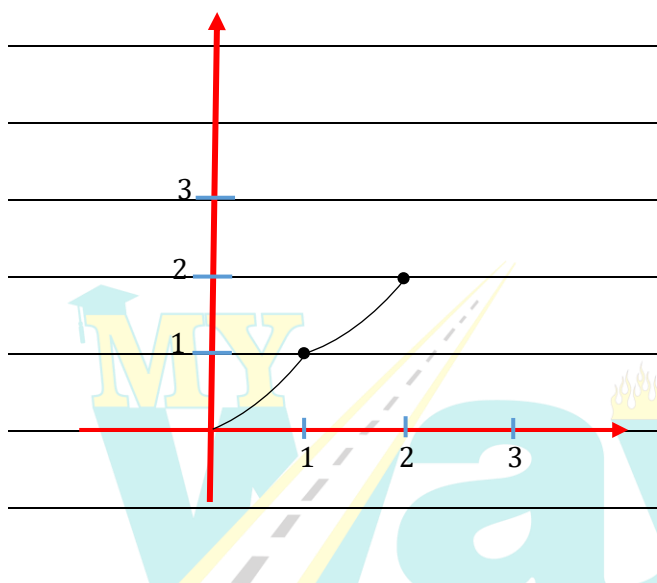
في جوار $+\infty$ تعطى وفق: $\Delta: y = 2x - 11$

الطلب الأول:

$$E(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0,1[\\ 1, & x \in [1,2[\\ 2, & x = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0,1[\\ 1 + (x-1)^2, & x \in [1,2[\\ 2, & x = 2 \end{cases}$$

الطلب الثاني:



$$\frac{f(x)}{x} = \frac{E(x) + (x - E(x))^2}{x}$$

$$x - 1 < E(x) \leq x$$

$$-x + 1 > -E(x) \geq -x$$

$$1 > x - E(x) \geq 0$$

$$1 > (x - E(x))^2 \geq 0$$

$$E(x) + 1 > E(x) + (x - E(x))^2 \geq E(x)$$

بشرط $x > 0$

$$\frac{E(x) + 1}{x} > \frac{E(x) + (x - E(x))^2}{x} \geq \frac{E(x)}{x}$$

الطلب الرابع:

نشكل الفرق:

$$h(x) = f(x) - y_{\Delta}$$

$$= \frac{2x^2 - 7x - 3}{x + 3} - 2x + 11$$

$$= \frac{2x^2 - 7x - 3 - 2x^2 - 6x + 11x + 33}{x + 3}$$

$$= \frac{30}{x + 3}$$

نعدم الفرق:

$$h(x) = 0$$

$$\frac{30}{x + 3} = 0$$

$$30 \neq 0$$

إذا الفرق لا ينعدم..

ننظم جدول الوضع النسبي ولتحديد الإشارات نأخذ قيمة اختيارية من المجال الموافق ونعوضها في

الفرق $h(x)$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$	
$h(x)$		-		+
الوضع النسبي		Δ تحت c		Δ فوق c

التمرين السابع:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعروف على

المجال $[0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$$

١. اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة

عن $E(x)$ على المجال $[0, 2]$

٢. ارسم التابع $f(x)$ على المجال $[0, 2]$

٣. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

٤. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

٥. ادرس استمرارية التابع f عند النقطة

التي فاصلتها $x = 1$

$$E(x) + 1 > f(x) \geq E(x)$$

إيجاد نهاية التابع $g(x)$ وفق:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \\ x - 1 < E(x) \leq x \\ x < E(x) + 1 \leq x + 1 \\ x < g(x) \leq x + 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{aligned}$$

استناداً إلى مبرهنة المقارنة فإن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

إيجاد نهاية التابع $h(x)$ وفق:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \\ x - 1 < E(x) \leq x \\ x - 1 < E(x) \leq x \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1) = +\infty \end{aligned}$$

استناداً إلى مبرهنة المقارنة فإن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

ومنه:

$$f(x) \geq h(x)$$

استناداً إلى مبرهنة المقارنة فإن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

استنتاج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ وفق:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x)) = +\infty$$

الطلب الخامس:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & ; x \in [1,2[\\ 2 & ; x = 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$

$$f(1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 1$$

وبالتالي التابع f مستمر عند الواحد..

إيجاد نهاية التابع $g(x)$ وفق:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \\ x - 1 < E(x) \leq x \\ x < E(x) + 1 \leq x + 1 \\ \text{بشرط } x > 0 \\ \frac{x}{x} < \frac{E(x) + 1}{x} \leq \frac{x + 1}{x} \\ 1 < g(x) \leq \frac{x + 1}{x} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{x} = 1$$

استناداً إلى مبرهنة الإحاطة الأولى فإن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$$

إيجاد نهاية التابع $h(x)$ وفق:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \\ x - 1 < E(x) \leq x \\ \text{بشرط } x > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x - 1}{x} < \frac{E(x)}{x} \leq \frac{x}{x}$$

$$\frac{x - 1}{x} < h(x) \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{x} = 1$$

استناداً إلى مبرهنة الإحاطة الأولى فإن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 1$$

ومنه:

$$g(x) > \frac{f(x)}{x} \geq h(x)$$

استناداً إلى مبرهنة الإحاطة الأولى:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

الطلب الرابع:

$$\lim_{(x \rightarrow +\infty)} f(x)$$

$$\begin{aligned} x - 1 < E(x) \leq x \\ -x + 1 > -E(x) \geq -x \\ 1 > x - E(x) \geq 0 \end{aligned}$$

$$1 > (x - E(x))^2 \geq 0$$

$$E(x) + 1 > E(x) + (x - E(x))^2 \geq E(x)$$