

السؤال الأول: ليكن f التابع المعرف على $[1, +\infty]$ وفق $f(x) = \frac{3x+2}{x+1}$ و المطلوب :

- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً

- جد عدداً حقيقياً A يحقق أن $f(x) \in [2.99, 3.01]$ عندما $x > A$

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرف على $[-\infty, 0]$ وفق : $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$ و المطلوب :

- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و ما هو التأويل الهندسي للنتيجة

- أوجد عدداً حقيقياً A يحقق أن $f(x) \in [0.25, 0.75]$ عندما $x > A$

السؤال الثالث : ليكن لدينا التابع f المعرف بالشكل $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ و المطلوب

- أوجد مجموعة تعريفه

- احسب نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه

السؤال الرابع : أوجد D_f واحسب النهاية عند اطراف المجال



الحلول :

السؤال الأول :

-1 إذن $y = 3$ مقارب أفقى في جوار $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$

-2 أولاً: نوجد المركز : $l = \frac{b+a}{2} = \frac{3.01+2.99}{2} = \frac{6}{2} = 3$

ثانياً: نوجد نصف قطر المجال

$$\varepsilon = b - l = 3.01 - 3$$

$$= 0.01 = \frac{1}{100}$$

ثالثاً: نعرض في القانون :

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{3x+2}{x+1} - 3 \right| < \frac{1}{100}$$

$$\left| \frac{3x+2 - 3x - 3}{x+1} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\left| \frac{-1}{x+1} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{100}$$

$$x+1 > 100$$

$$x > 99$$

نختار $A = \frac{1}{2}$ أو أي عدد أكبر منها

السؤال الثاني :

$$\text{التأويل الهندسي : } y = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} \quad -1$$

$$l = \frac{b+a}{2} = \frac{0.75+0.25}{2} = \frac{1}{2} \quad -2$$

ثانياً : نوجد نصف قطر المجال

$$\varepsilon = b - l = 0.75 - \frac{1}{2} = 0.25 = \frac{1}{4}$$

ثالثاً : نعرض في القانون :

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{x+1}{2x+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{4}$$

$$\left| \frac{2x+2 - 2x-1}{4x+2} \right| < \frac{1}{4}$$

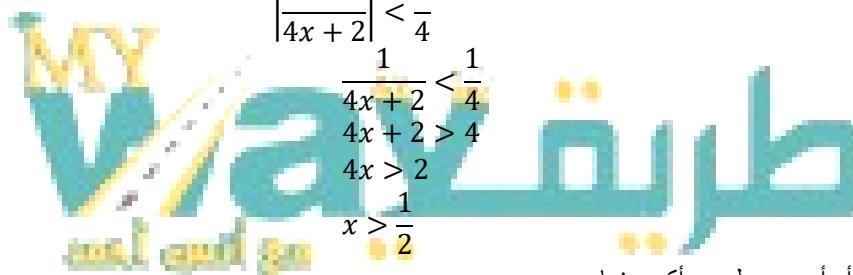
$$\left| \frac{1}{4x+2} \right| < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4x+2} < \frac{1}{4}$$

$$4x+2 > 4$$

$$4x > 2$$

$$x > \frac{1}{2}$$



نختار $A = \frac{1}{2}$ أو أي عدد طبيعي أكبر منها

السؤال الثالث :

التابع f تابع جذري معرف بشرط $0 \geq x^2 - 9$ و لدراسة إشارة مقدار من الدرجة الثانية فكنا قد تعلمنا اتباع النهج التالي :

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x-3)(x+3) = 0$$

$$x = 3 \quad or \quad x = -3$$

شكل جدول الإشارة :

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$x^2 - 9$	$++$	0	$-$	0
المترجمة	محقة غيرمحقة محقة			

عليه تكون مجموعة التعريف المطلوبة

$$D_f =] -\infty, -3] \cup [3, +\infty[$$

و نعلم أن النهايات تحسب فقط عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف لذا x لحساب النهاية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 9}$$

فإنا أولاً نحسب نهاية المضمن $+ \infty = +\infty$ (كونهتابع صحيح هنا فقط نأخذ نهاية الحد المسيطر x^2)

، ثم نعرض هذا الناتج داخل الجذر:

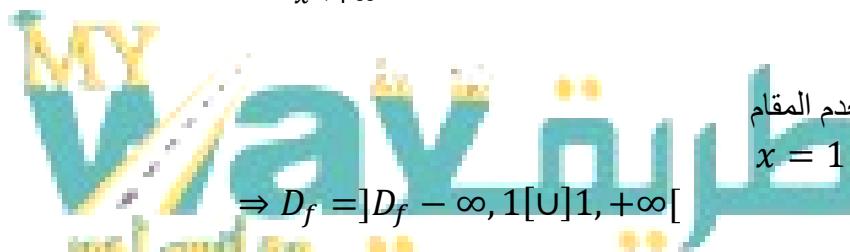
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 9)} = \sqrt{+\infty} = +\infty$$

و بالمثل نجد أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 9} = +\infty$$

السؤال الرابع :

مجموعة التعريف نعدم المقام
 $x = 1 - x = 0$



$$\Rightarrow D_f =]D_f - \infty, 1[\cup]1, +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x}{-x} \right) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{-x} \right) = -3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{3(1)+5}{1-(1)} \right) \\ &= \frac{+8}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{3(1)+5}{1-(1)} \right) \\ &= \frac{+8}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

رسالة من أستاذك

دائماً تذكر أن الله ما
وضع في قلبك رغبة
الوصول إلى شيء إلا
لعلمه بأنك قادرٌ على
تحقيقه