السؤال الأول :ليكن f التابع المعرف على $]1,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{3x+2}{x+1}$ و المطلوب :

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً

2- جد عدداً حقيقياً A يحقق أن $f(x)\in]2.99,3.01[$ عندما $x>A$

السؤال الثاني :ليكن f التابع المعرف على $]0,\_\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{x+1}{2x+1}$ و المطلوب :

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و ما هو التأويل الهندسي للنتيجة

2- أوجد عدداً حقيقياً A يحقق أن $f(x)\in]0.25,0.75[$ عندما $x>A$

السؤال الثالث : ليكن لدينا التابع f المعرف بالشكل $f(x)=\sqrt{x^2-9}$ و المطلوب

1- أوجد مجموعة تعريفه

2- احسب نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه

السؤال الرابع : أوجد D_f واحسب النهاية عند اطراف المجال $f(x)=\frac{3x+5}{1-x}$

الحلول :

السؤال الأول :

1- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ إذن $y=3$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

2- أولا: نوجد المركز : $l=\frac{b+a}{2}=\frac{3.01+2.99}{2}=\frac{6}{2}=3$

ثانياً: نوجد نصف قطر المجال

$$\varepsilon=b-l=3.01-3$$
$$=0.01=\frac{1}{100}$$

ثالثاً: نعوض في القانون :

$$|f(x)-l|<\varepsilon$$
$$\left|\frac{3x+2}{x+1}-3\right|<\frac{1}{100}$$
$$\left|\frac{3x+2-3x-3}{x+1}\right|<\frac{1}{100}$$
$$\left|\frac{-1}{x+1}\right|<\frac{1}{100}$$
$$\frac{1}{x+1}<\frac{1}{100}$$
$$x+1>100$$
$$x>99$$

نختار $A = 99$ أو أي عدد أكبر منها

السؤال الثاني :

-1 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ التأويل الهندسي : $y = \frac{1}{2}$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

-2 أولاً : نوجد مركز المجال $l = \frac{b+a}{2} = \frac{0.75+0.25}{2} = \frac{1}{2}$

ثانياً : نوجد نصف قطر المجال

$$\varepsilon = b - l = 0.75 - \frac{1}{2} = 0.25 = \frac{1}{4}$$

ثالثاً : نعوض في القانون :

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$
$$\left|\frac{x+1}{2x+1} - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{4}$$
$$\left|\frac{2x+2-2x-1}{4x+2}\right| < \frac{1}{4}$$
$$\left|\frac{1}{4x+2}\right| < \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4x+2} < \frac{1}{4}$$
$$4x+2 > 4$$
$$4x > 2$$
$$x > \frac{1}{2}$$

نختار $A = \frac{1}{2}$ أو أي عدد طبيعي أكبر منها

السؤال الثالث :

التابع f تابع جذري معرف بشرط $x^2 - 9 \geq 0$ و لدراسة إشارة مقدار من الدرجة الثانية فكنا قد تعلمنا اتباع النهج التالي :

$$x^2 - 9 = 0$$
$$(x-3)(x+3) = 0$$
$$x = 3 \quad or \quad x = -3$$

نشكل جدول الإشارة :

x	$-\infty \quad -3 \qquad 3 \qquad +\infty$
$x^2 - 9$	$+ + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + + +$
المترجحة	محققة غيرمحققة محققة

عليه تكون مجموعة التعريف المطلوبة

$$D_f =]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$$

و نعلم أن النهايات تحسب فقط عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف لذا x لحساب النهاية

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-9}$$

فإننا أولاً نحسب نهاية المضمون $\lim_{x\to-\infty}(x^2-9)=+\infty$ (كونه تابع صحيح هنا فقط نأخذ نهاية الحد المسيطر x^2)

، ثم نعوض هذا الناتج داخل الجذر:

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-9}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}(x^2-9)}=\sqrt{+\infty}=+\infty$$

و بالمثل نجد أن :

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-9}=+\infty$$

السؤال الرابع :

مجموعة التعريف نعدم المقام

$1-x=0$ ومنه $x=1$

$$\Rightarrow D_f=]D_f-\infty,1[\cup]1,+\infty[$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x}{-x}\right)=-3$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x}{-x}\right)=-3$$

$$\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^-}\left(\frac{3(1)+5}{1-(1)}\right)$$
$$=\frac{+8}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^+}\left(\frac{3(1)+5}{1-(1)}\right)$$
$$=\frac{+8}{0^-}=-\infty$$

رسالة من أستاذك

دائماً تذكر أن الله ما وضع في قلبك رغبة الوصول إلى شيء إلا لعلمه بأنك قادرٌ على تحقيقه