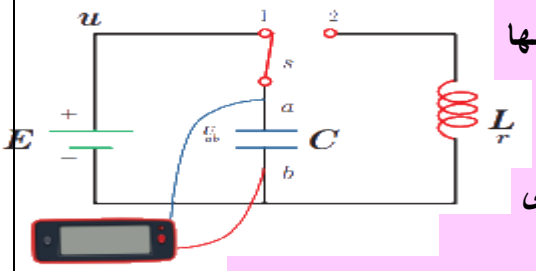
الدرس الرابع　الاهتزازات الكهربائية الحرّة

الدارات المهتزة (التيارات عالية التواتر)

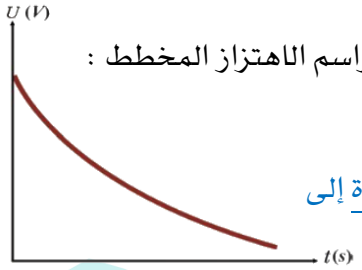


سؤال نظري نشكل دارة كهربائية تتألف من مكثفة ومولد يعمل على شحنها وعند تمام الشحن تظهر بقعة مضيئة ثابتة و الكمون ثابت على راسم الاهتزاز وهذا كله في حال كانت الدارة مغلقة عند النقطة (1) وعند وصل القاطعة عند النقطة (2) تتشكل دارة مؤلفة من مكثفة مشحونة موصولة على التسلسل مع وشيعة لها مقاومة فتبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها عبر الوشيعة

والمطلوب : كيف يكون شكل التفريغ مع التعليل في كل من الحالات الآتية :

1- مقاومة الوشيعة كبيرة　2- مقاومة الوشيعة صغيرة　3- مقاومة الوشيعة مهملة　دورات 2019 ـ 2020

الحل :



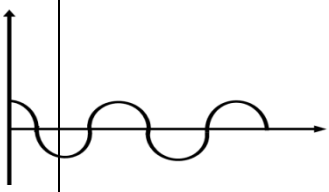
1- إذا كانت **الوشيعة مقاومتها كبيرة** تبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فيظهر على راسم الاهتزاز المخطط :

- **شكل التفريغ لا دوري متخامد باتجاه واحد**
- **التعليل** لأن المقاومة كبيرة ، تستهلك كامل الطاقة الكهربائية وتحولها دفعة واحدة إلى طاقة حرارية بفعل جول الحراري فيتخامد الاهتزاز

2- إذا كانت **الوشيعة مقاومتها صغيرة** تبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فنلاحظ المخطط الآتي:

- **شكل التفريغ دوري متخامد باتجاهين (شبه دور)**
- **التعليل** لأن المقاومة الصغيرة للوشيعة تبدأ باستهلاك الطاقة الكهربائية تدريجياً وتحويلها بعد فترة إلى طاقة حرارية بفعل جول الحراري لذا يبدأ الاهتزاز بالتخامد

3- إذا كانت **الوشيعة مهملة المقاومة**: عندها تبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فنلاحظ المخطط الآتي:



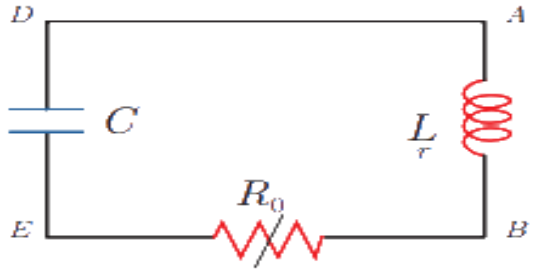
- **شكل التفريغ دوري جيبي متناوب غير متخامد سعة الاهتزاز ثابتة**
- **التعليل** لأنه بإهمال المقاومة نحافظ على الطاقة الكهربائية وهذه حالة مثالية لا تتحقق عملياً إلا إذا عوضنا الطاقات الضائعة .

سؤال نظري اشرح كيفية تبادل الطاقة بين الوشيعة والمكثفة؟

- تبدأ المكثفة المشحونة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فينشأ تيار في الوشيعة ويزداد تدريجياً إلى أن يصل الشدة العظمى في نهاية ربع الدور الأول وتنعدم الشحنة في المكثفة فيتولد في الوشيعة قوة محركة كهربائية متحرضة وتختزن طاقة كهرطيسية $E_L = \frac{1}{2} L I_{max}^2$
- ومن ثم يبدأ التيار في الوشيعة بشحن المكثفة فينقص تدريجياً لتزداد شحنة المكثفة إلى أن ينعدم تيار الوشيعة فتصبح شحنة المكثفة عظمى عند نهاية الربع الثاني وتختزن المكثفة الطاقة على شكل طاقة كهربائية $E_c = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$
- في الربعين الثالث والرابع تتكرر عمليتي الشحن والتفريغ في الاتجاه المعاكس نظراً لتغيير شحنة اللبوسين.

(بدء الزمن) t=0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$3\frac{T_0}{4}$	T_0
(مكثفة) q_{max}	q=0	$-q_{max}$	q=0	q_{max}
(وشيعة) I=0	$-I_{max}$	I=0	$+i_{max}$	I=0

سؤال نظري نشكل دارة كهربائية تحوي على التسلسل وشيعة (L,r) مكثفة مشحونة سعتها C ومقاومة R_0 حسب الشكل: استنتج المعادلة التفاضلية للدارة السابقة وكيف تصبح الاهتزازات حرة.



بما أن الدارة المغلقة فمجموع فروق الكمون يساوي الصفر

$$U_{AD}+U_{DE}+U_{EB}+U_{BA}=0$$

$$U_{AD}=0\ ,\ U_{DE}=\frac{\bar{q}}{c}\ ,\ U_{EB}=R_0\bar{\imath}\ ,\ U_{BA}=L\frac{d\bar{\imath}}{dt}+r\bar{\imath}$$

$$\frac{\bar{q}}{c}+R_0\bar{\imath}+L\frac{d\bar{\imath}}{dt}+r\bar{\imath}=0$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{q}}{c}+L\frac{d\bar{\imath}}{dt}+\bar{\imath}(R_0+r)=0 \xrightarrow{R=R_0+r \text{ المقاومة الكلية للدارة}}$$

$$\frac{\bar{q}}{c}+L\frac{d\bar{\imath}}{dt}+R\bar{\imath}=0 \overset{\text{ولكن}}{\Rightarrow} \bar{\imath}=(\bar{q})'_t \Rightarrow \frac{d\bar{\imath}}{dt}=(\bar{\imath})'_t=(\bar{q})''_t$$

$$\frac{\bar{q}}{c}+L(\bar{q})''_t+R(\bar{q})'_t=0 \xrightarrow{R=0 \text{ وفي الدارة المهتزة}} \frac{\bar{q}}{c}+L(\bar{q})''_t=0$$

$$\xrightarrow{(\bar{q})''_t \text{ نعزل}} \boxed{(\bar{q})''_t=-\frac{\bar{q}}{Lc}}$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{q}=q_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

وتصف اهتزاز الشحنات الكهربائية ،

♥ وتكون الاهتزازات حرة وذلك عندما تكون المقاومات معدومة.

سؤال نظري انطلاقاً من العلاقة $L(\bar{q})''_t+\frac{\bar{q}}{c}=0$ استنتج علاقة الدور الخاص للاهتزازت الحرة غير المتخامدة وبين دلالات الرموز والواحدات الدولية.

أو: انطلاقاً من العلاقة $\bar{U}_L+\bar{U}_C=0$ بدل السابقة

دورة 2014 الثانية

$$L(\bar{q})''_t+\frac{\bar{q}}{c}=0$$

$$\Rightarrow L(\bar{q})''_t=-\frac{\bar{q}}{c}\Rightarrow \boxed{(\bar{q})''_t=-\frac{\bar{q}}{Lc}}$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل :

$$\bar{q}=q_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن:

$$\Rightarrow \bar{\imath}=(\bar{q})'_t=-q_{max}\omega_0\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow (\bar{\imath})'_t=(\bar{q})''_t=-q_{max}\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow (\bar{q})''_t=-\omega_0^2\bar{q}$$

وبالتالي نجد: $-\omega_0^2 q=-\frac{q}{Lc}\Rightarrow \omega_0^2=\frac{1}{Lc}$

بالجذر التربيعي: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{Lc}}$

استنتاج الدور: $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}\Rightarrow=\frac{2\pi}{\frac{1}{\sqrt{Lc}}}$

$$\Rightarrow \boxed{T_0=2\pi\sqrt{Lc}}$$ **الدور الخاص للدارة المهتزة:** (علاقة توموسون)

T_0: دور الاهتزازات الكهربائية ويقدر بـ S

L: ذاتية الوشيعة وتقدر بـ H

C: سعة المكثفة وتقدر بـ F

سؤال نظري انطلاقاً من تابع الشحنة مع اعتبار $\bar{\varphi}=0$ استنتج عبارة تابع الشدة اللحظية وماهو فرق الطور بين تابع الشدة وتابع الشحنة؟ دورة 2015 الثانية

التيار هو المشتق الأول للشحنة ← تابع الشحنة

$$\Rightarrow \bar{q}=q_{max}\cos(\omega_0 t) \Rightarrow$$

$$\bar{\imath}=(\bar{q})'_t=-q_{max}\omega_0\sin(\omega_0 t)$$

حفظ دستور الإرجاع إلى الربع الأول ←

$$-\sin(\omega_0 t)=\cos(\omega_0 t+\frac{\pi}{2})$$

ويصبح التيار ←

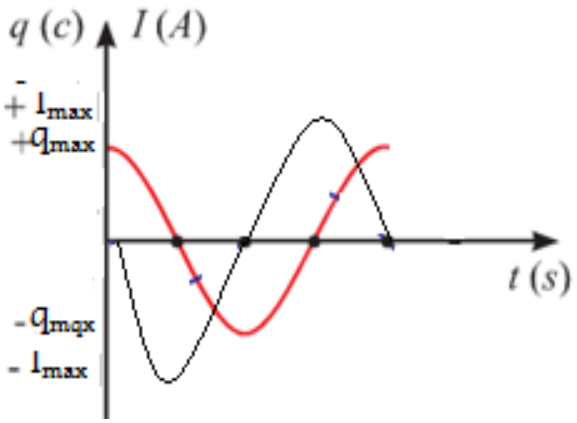
$$\boxed{\bar{\imath}=q_{max}\omega_0\cos(\omega_0 t+\frac{\pi}{2})}$$

نلاحظ أن تابع الشدة متقدم على تابع الشحنة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ وهما على ترابع

♥ عندما تكون شحنة المكثفة عظمى يكون التيار في الوشيعة معدوم

♥ عندما تكون التيار في الوشيعة أعظمي تكون شحنة المكثفة معدومة

الرسم البياني لمخطط ضابط الطور بين التيار والشحنة



سؤال نظري استنتج عبارة الطاقة الكلية في الدارة الكهربائية المهتزة مع رسم الخط البياني لها موضحاً تغيرات E_L , E_c مع الزمن .

دورة 2014 الأولى – 2015 الثانية ـ 2021

الطاقة الكلية هي مجموع طاقتي المكثفة والوشيعة

$$E = E_c + E_L$$

الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة: $E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c}$

الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة: $E_L = \frac{1}{2}Li^2$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t) \Rightarrow$$

$$\bar{\imath} = (\bar{q})'_t = -q_{max}\omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{c}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}Lq_{max}^2\omega_0^2 sin^2(\omega_0 t)$$

لكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{Lc}$:

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{c}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}Lq_{max}^2\frac{1}{Lc}sin^2(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{c}[\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t)]$$

حيث : $[\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t)] = 1$

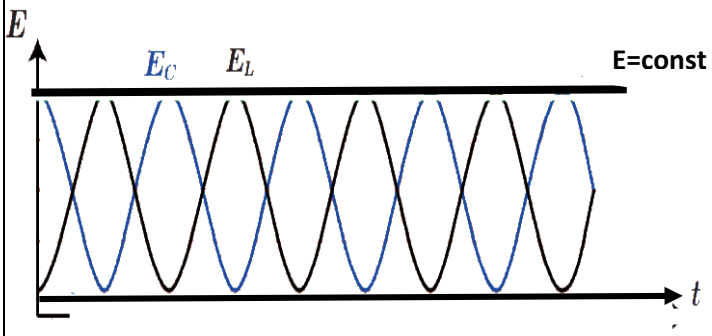
$$\boxed{\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{c} = const}$$

أو

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}Li_{max}^2 = const$$

نستنتج: الطاقة الكلية لدارة (L,c) مقدار ثابت في كل لحظة وتمثل بخط مستقيم يوازي محور الأزمنة

عندما تتعدم طاقة المكثفة تكون طاقة الوشيعة عظمى والعكس صحيح



فسر علمياً باستخدام العلاقات الرياضية (دورات)

تبدي الوشيعة ممانعة كبيرة لمرور التيارات عالية التواتر

$$X_L = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$$

بإهمال المقاومة (r) أمام (ωL)

$$X_L = \sqrt{(L\omega)^2} \Rightarrow X_L = L\omega$$

$$\Rightarrow X_L = L(2\pi f)$$

نلاحظ أن ردية الوشيعة تتناسب طرداً مع تواتر التيار أي إذا كانت التيار عالي التواتر تكون الممانعة أو الردية عالية جداً

لذلك يمر فيها تيار شدته المنتجة ضعيفة جداً

فسر علمياً باستخدام العلاقات الرياضية (دورات)

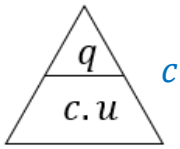
تبدي المكثفة ممانعة صغيرة للتيارات عالية التواتر

$$Xc = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow Xc = \frac{1}{(2\pi f)c}$$

نلاحظ أن ممانعة المكثفة تتناسب عكساً مع تواتر التيار

لذلك يمر فيها تيار شدته المنتجة كبيرة بسهولة لأن الممانعة صغيرة

ملاحظات لحل مسائل الدارة المهتزة



المكثفة : من المثلث : شحنة المكثفة (كولوم) $q = c.u$: سعة المكثفة (فاراد) $c = \frac{q}{u}$

♥ الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة: $t = 0 \Rightarrow \bar{q} = q_{max}$: $E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c}$

الوشيعة: ذاتيتها : $\boxed{L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2.s}{\ell}}$

أو يمكن حساب ذاتية وشيعة علم طولها ℓ وطول سلكها ℓ' من الاستنتاج :

$$\left.\begin{matrix} N = \frac{\ell'}{2\pi r} \\ S = \pi r^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{\frac{\ell'^2}{4\pi^2 r^2}.\pi r^2}{\ell} \Rightarrow \boxed{L = 10^{-7}\frac{\ell'^2}{\ell}}$$

الدارة المهتزة :

♥ دورها: $T_0 = 2\pi\sqrt{L.c} = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$ * تواترها: عند طلب التواتر: نحسب الدور ونقلبه

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.c}} = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

♥ نبضها: $w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{L.c}}$ تابع الشحنة اللحظية: $\bar{q} = q_{max}\,cos(\omega_0 t)$

♥ تابع الشدة اللحظية : $\bar{\imath} = (\bar{q})'_t = -\omega_0 q_{max}\,sin\,\omega_0\,t$ أو $\bar{\imath} = \omega_0 q_{max}\,cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

♥ شدة التيار الأعظمي: $I_{max} = \omega_0 q_{max}$

مسألة محلولة:

نشحن مكثفة سعتها $C = 1\mu F$ تحت توتر كهربائي $U_{ab} = 100V$، ثم نصلها في اللحظة $t = 0$ بين طرفي وشيعة ذاتيتها $L = 10^{-3}H$ ومقاومتها مهملة. **المطلوب حساب:**

1. الشحنة الكهربائية للمكثفة والطاقة الكهربائية المختزنة فيها عند اللحظة.
2. تواتر الاهتزازات الكهربائية المارة فيها. (باعتبار $\pi^2 \approx 10$)
3. شدة التيار الاعظمي I_{max} المار في الدارة .

الحل:

1. **حساب الشحنة الكهربائية العظمى :** $q_{max} = C\,U_{max}$

$$q_{max} = 1 \times 10^{-6} \times 100$$

$$\boxed{q_{max} = 1 \times 10^{-4}C}$$

حساب الطاقة الكهربائية المختزنة : $E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{1\times10^{-8}}{1\times10^{-6}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} = 0.5 \times 10^{-2}$$

$$\boxed{E = 5 \times 10^{-3}\,J}$$

2. **حساب f_0: نحسب الدور T_0 ونقلبه :** $T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}} = 2\pi\sqrt{10^{-9}} \xrightarrow{\pi^2 \approx 10} T_0 = 2\sqrt{\pi^2 \times 10^{-9}} = 2\sqrt{10^{-8}}$$

$$T_0 \approx 2 \times 10^{-4}s$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\times10^{-4}} \Rightarrow \boxed{f_0 = 5000Hz}$$

3. **حساب شدة التيار الاعظمي: من التابع الزمني للشدة اللحظية :** $I_{max} = \omega_0 q_{max}$

$$I_{max} = (2\pi f_0)q_{max}$$

$$I_{max} = 2\pi \times 5000 \times 10^{-4} \Rightarrow \boxed{I_{max} = \pi\ A}$$

اختبر نفسك:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي:

1. تتألف دارة مهتزة من مكثفة سعتها C، ووشيعة ذاتيتها L، دورها الخاص T_0، استبدلنا المكثفة Cبمكثفة أخرى سعتها $C' = 2C$، يصبح دورها الخاص T'_0 ، فتكون العلاقة بين الدورين:

a. $T'_0 = 2T_0$ b. $T'_0 = 2T_0$ c. $\boldsymbol{T'_0 = \sqrt{2}T_0}$ d. $T'_0 = \sqrt{2}T_0$

توضيح الإجابة : $T'_0 = 2\pi\sqrt{L.C'} = 2\pi\sqrt{L.(2C)} = \sqrt{2}T_0$

2. تتألف دارة مهتزة من مكثفة سعتها C، ووشيعة ذاتيتها L، وتوترها الخاص f_0، نستبدل الذاتية بذاتية أخرى بحيث $L' = 2L$، والمكثفة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{C}{2}$، فيصبح توترها الخاص:

a. $f'_0 = f_0$ b. $f'_0 = 2f_0$ c. $f'_0 = \frac{1}{2}f_0$ d. $f'_0 = \frac{1}{4}f_0$

توضيح الإجابة : $f'_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'.C'}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(2L).(\frac{C}{2})}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} = f_0$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1. تتألف دارة من مقاومة أومية ومكثفة فهل يمكن اعتبارها دارة مهتزة؟ ولماذا؟

لا يمكن، لعدم وجود وشيعة تختزن الطاقة التي تعطيها المكثفة.

2. متى يكون تفريغ المكثفة في وشيعة لا دورياً؟ ولماذا؟

يكون التفريغ لا دورياً إذا بلغت المقاومة قيمة كبيرة نسبياً.

التفسير: إن الطاقة التي تعطيها المكثفة للوشيعة و المقاومة تتحول إلى حرارة بفعل جول في المقاومة، حيث تتبدد كامل طاقة المكثفة دفعة واحدة أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبر الوشيعة ومقاومة الدارة.

3. استنتج أن طاقة دارة (L, C) مقدار ثابت في كل لحظة مع رسم الخطوط البيانية. (الحل في النظري سابقاً)

4. كيف يتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعة في دارة مهتزة خلال دور واحد؟ (الحل في النظري سابقاً)

5. لماذا تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ؟

تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ بسبب تبدد الطاقة بفعل جول الحراري في المقاومة الأومية.

6. اكتب التابع الزمني للشحنة اللحظية معتبراً مبدأ الزمن عندما تكون $\varphi = 0$، ثم استنتج عبارة الشدة اللحظية، ووازن بينهما من حيث الطور. (الحل في النظري سابقاً)

ثالثاً: أعطِ تفسيراً علمياً مع كتابة العلاقات المناسبة عند اللزوم:

1. تبدي المكثفة ممانعة كبيرة للتيارات منخفضة التواتر.	2. تبدي الوشيعة ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواتر
ممانعة المكثفة(اتساعية المكثفة) تعطى بالعلاقة: $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi f)C}$ نجد ان اتساعية المكثفة تتناسب **عكساً** مع تواتر التيار ففي حالة التيارات منخفضة التواتر تكون ممانعة المكثفة كبيرة	ممانعة الوشيعة مهملة المقاومة (ردية الوشيعة) تعطى بالعلاقة: $X_L = \omega L = (2\pi f)\, L$ نجد أن ردية الوشيعة تتناسب **طرداً** مع تواتر التيار ففي حالة التيارات عالية التواتر تكون ممانعة الوشيعة كبيرة.

رابعاً: حل المسائل الآتية: دورات 2015 – 2016

المسألة الثانية: نريد أن نحقق دارة مهتزة مفتوحة، طول موجة الاهتزاز الذي تشعه $200m$، فنؤلفها من ذاتية قيمتها $0.1\mu H$، ومن مكثفة متغيرة السعة. **المطلوب:**

احسب سعة المكثفة اللازمة لذلك علماً أن سرعة انتشار الاهتزاز: $C = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$

المعطيات: $L = 0.1 \times 10^{-6} = 10^{-7} H$

ملاحظة: نحسب سعة المكثفة من علاقة الدور الخاص ونستطيع حساب الدور من علاقة $\lambda = C.T_0$

الحل نعزل C $\Longrightarrow$ نربع $\Rightarrow$ $T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\, L.c$

سعة المكثفة $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2\, L}$

نحسب الدور : $\lambda = C.T_0 \Longrightarrow T_0 = \frac{\lambda}{C}$

$$T_0 = \frac{200}{3\times10^8} = \frac{2}{3} \times 10^{-6} s$$

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2\, L} = \frac{\frac{4}{9}\times10^{-12}}{4\pi^2\times10^{-7}}$$

$$C = \frac{1}{9} \times 10^{-6} F$$

المسألة الأولى: تتألف دارة مهتزة من:

- مكثفة إذا طبق بين لبوسيها فرق كمون $50V$ شحن كل من لبوسيها $0.5\mu C$.
- وشيعة طولها $10cm$ وطول سلكها $16\ m$ بطبقة واحدة مقاومتها مهملة.

المطلوب

1. احسب تواتر الاهتزازات الكهربائية المار فيها. باعتبار : $(32\pi \approx 100)$
2. احسب شدة التيار الأعظمي المار في الدارة

المعطيات: $\left(l = 10cm = 10^{-1}m\right)\ (l' = 16m)(U_{max} = 50V)\ (q_{max} = 0.5\mu C = 0.5 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-7} c)$

الحل:

1- التواتر مقلوب الدور $f_0 = \frac{1}{T_0}$

نحسب الدور : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

نحسب سعة المكثفة : $C = \frac{q_{max}}{U_{max}}$

$$C = \frac{5\times10^{-7}}{50} = 10^{-8} F$$

نحسب ذاتية الوشيعة : $L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2}{l} s$

$$N = \frac{l'}{2\pi r}\ ,\quad s = \pi r^2$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\left(\frac{l'}{2\pi r}\right)^2}{l} \pi r^2$$

$$L = 10^{-7} \frac{(l')^2}{l} = 10^{-7} \frac{(16)^2}{10\times10^{-2}}$$

$$L = 256 \times 10^{-6}\ H$$

نعوض في علاقة الدور :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-8} \times 256 \times 10^{-6}} = \underbrace{32\pi}_{100} \times 10^{-7}$$

$$T_0 = 10^{-5}\ s$$

نقلب الدور لحساب التواتر : $f_0 = \frac{1}{10^{-5}}$

$$f_0 = 10^5 \text{Hz}$$

2- $I_{max} = q_{max}\,\omega_0$

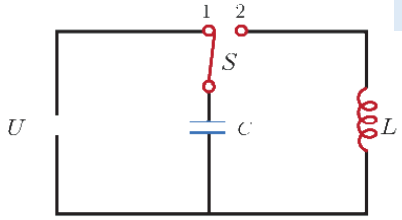
$$I_{max} = q_{max}\, 2\pi f_0$$

$$I_{max} = 5 \times 10^{-7} \times 2\pi \times 10^5$$

$$I_{max} = \pi \times 10^{-1}\ A$$

المسألة الثالثة: نكون دارة كما في الشكل المجاور والمؤلفة من:

a. مكثفة سعتها $C = 2 \times 10^{-5} F$.
b. وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L.
c. مولد يعطي توتراً ثابتاً قيمته $U_{max} = 6V$.
d. قاطعة.



1- نغلق القاطعة في الوضع (1) لنشحن المكثفة. احسب الشحنة المختزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

2- نغلق القاطعة في الوضع (2). فسر ما يحدث في الدارة

الحل: 1- $q_{max} = C\,U_{max}$

$$q_{max} = 2 \times 10^{-5} \times 6 = 12 \times 10^{-5}\ C$$

2- تتفرغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة على شكل تفريغ دوري متخامد باتجاهين تتناقص فيه سعة الاهتزاز لأن مقاومة الوشيعة الصغيرة تبدد طاقة المكثفة تدريجياً بفعل جول الحراري حتى ينعدم تيار التفريغ لعدم وجود مولد

المسألة الرابعة: شيهة دورة 2016

مكثفة شعتها $C = 10^{-12}F$، تشحن بوساطة مولد تيار متواصل ، فرق الكمون بين طرفيه $U_{max} = 10^3V$، ومقاومتها مهملة:

المطلوب:

1- احسب شحنة المكثفة و الطاقة المختزنة فيها.

2- بعد شحن المكثفة توصل بوشيعة ذاتيتها $L = 16mH$، مقاومتها الأومية مهملة. **المطلوب:**

a. صف ما يحدث.

b. احسب تواتر الاهتزازات الكهربائية.

c. اكتب التابع الزمني لكل من الشحنة وشدة التيار بدءاً من الشكل العام معتبراً مبدأ الزمن لحظة وصل المكثفة المشحونة بالوشيعة.

المعطيات: $(U_{max} = 10^3V)\ (C = 10^{-12}F)$

$(L = 16mH = 16 \times 10^{-3}H)$

الحل :

1- $q_{max} = C\ U_{max}$

$q_{max} = 10^{-12} \times 10^3 \Rightarrow \boxed{q_{max} = 10^{-9}C}$

$E = \frac{1}{2} q_{max}\ U_{max}$

$E = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \times 10^3 \Rightarrow \boxed{E = 5 \times 10^{-7}\ J}$

2- a- بما أن مقاومة الوشيعة مهملة فإن الاهتزازات كهربائية حرة غير متخامدة وتبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها جيبياً في الوشيعة وسعة الاهتزاز ثابتة وبدور اهتزاز T_0 والطاقة الكلية ثابتة تتحول بشكل دوري من كهربائية في المكثفة إلى كهرطيسية في الوشيعة دون زيادة أو نقصان

b- التواتر مقلوب الدور : $f_0 = \frac{1}{T_0}$

نحسب الدور : $T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-12} \times 16 \times 10^{-3}}$

$T_0 = 8\sqrt{\pi^2 \times 10^{-15}} \Rightarrow T_0 = 8 \times 10^{-7}s$

نقلب الدور لحساب التواتر : $\boxed{f_0 = \frac{10^7}{8}\,\text{Hz}}$

c- تابع الشحنة : $\bar{q} = q_{max}\ \cos(\omega_0 t)$

$\omega_0 = 2\,\pi f_0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi \times 10^7}{4}\ rad.s^{-1}$

تابع الشحنة $\Longrightarrow \boxed{\bar{q} = 10^{-9}\cos\frac{\pi \times 10^7}{4}t \quad (C)}$

تابع الشدة : $\bar{\imath} = \omega_0 q_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

$I_{max} = q_{max}\,\omega_0 = 10^{-9} \times \frac{\pi \times 10^7}{4} \Rightarrow I_{max} = \frac{\pi \times 10^{-2}}{4}A$

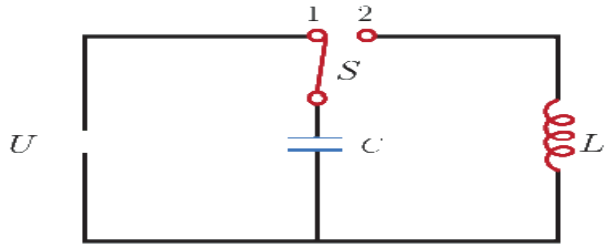
تابع التيار $\Longrightarrow \boxed{\bar{\imath} = \frac{\pi \times 10^{-2}}{4}\cos\left(\frac{\pi \times 10^7}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)(A)}$

المسألة الخامسة:

1. نركب الدارة الموضحة بالشكل حيث $U_{max} = 10^3V$ ، $C = 10^{-12}F$ ، $L = 10^{-3}Hz$

احسب القيمة العظمى لشحنة المكثفة.

2. احسب تواتر التيار المهتز المار في الوشيعة ونبضه و اكتب التابع الزمني للشدة اللحظية معتبراً مبدأ الزمن لحظة وصل القاطعة إلى النقطة (2)



الحل :

1- $q_{max} = C\ U_{max}$

$q_{max} = 10^{-12} \times 10^3$

$\boxed{q_{max} = 10^{-9}C}$

2- التواتر مقلوب الدور : $f_0 = \frac{1}{T_0}$

$T_0 = 2\sqrt{L\,C}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-12}}$

$T_0 = 2\sqrt{\pi^2 \times 10^{-15}} \Rightarrow T_0 = 2 \times 10^{-7}s$

$f_0 = \frac{1}{2 \times 10^{-7}} \Rightarrow \boxed{f_0 = 5 \times 10^6 Hz}$

النبض الخاص : $\omega_0 = 2\pi\ f_0$

$\omega_0 = 2\pi \times 5 \times 10^6$

$\boxed{\omega_0 = \pi \times 10^7\ rad.s^{-1}}$

تابع الشدة : $\bar{\imath} = \omega_0 q_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

نحسب الشدة العظمى : $I_{max} = q_{max}\omega_0$

$I_{max} = \pi \times 10^{-2}\ A$

تابع التيار $\Longrightarrow \boxed{\bar{\imath} = \pi \times 10^{-2}\cos\left(\pi \times 10^7 t + \frac{\pi}{2}\right)(A)}$