بنوك الشغف - الجبر

السؤال الأول

لديك جانباً جدول قانون احتمالي لمتحول عشوائي X:

x_i	0	1	2	3
p_i	a	$\frac{3}{8}$	b	$\frac{1}{8}$

1- جد قيمة a, b إذا علمت أن $E(x) = \frac{7}{8}$

2- احسب التباين و الانحراف المعياري

السؤال الثاني

ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية فيها $n = 3$ و $E(X) = 1$ عين قيم X و قانونه الاحتمالي

السؤال الثالث

ليكن لدينا المعادلة $z^2 - 4(sin\theta)z + 4 = 0$:

1- حل في C المعادلة السابقة

2- بفرض $\theta = \frac{\pi}{3}$ و z_1, z_2 حلول المعادلة السابقة . اكتب z_1, z_2 بالشكل الأسي

السؤال الرابع

ليكن $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1- أثبت وجود كثير حدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق أن $P(z) = (z+1)Q(z)$

2- استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$

3- بفرض A, B, C نقاط المستوي التي تمثل حلول المعادلة . أثبت أن ABC مثلث متساوي الأضلاع

السؤال الخامس

جد الجذرين التربيعين للعدد $w = -8 - 6i$ ثم حل المعادلة

$$z^2 + 2z + 3 + \frac{3}{2}i = 0$$

السؤال السادس

$$z^2 + (1+4i)z - 5 - i = 0$$

السؤال السابع

في معلم متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقطتين A, B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان :

$$Z_A = 1 + i \quad , \quad Z_B = 1 - i$$

1- عين العددين p, q حتى يكون Z_A, Z_B هما جذرا المعادلة $z^2 + pz + q = 0$

2- جد الشكل المثلثي للعدد Z_A ثم استنتج الشكل المثلثي للعدد Z_B

3- استنتج قيمة العدد $w = Z_A^6 + Z_B^6$

بنوك الشغف - الجبر

السؤال الثامن

من أجل أي معادلة من النمط $z^n = 1$ جد قيمة المجموع :

$$S = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1}$$

السؤال التاسع

نحو دراسة حلول المعادلة $(*)$ ... $z^3 = 8i$

1- جد حلول المعادلة $(*)$ بالشكلين الأسي و الجبري

2- أثبت أن النقاط M_0, M_1, M_2 النقاط الممثلة لحلول المعادلة $(*)$:

a- مثل النقاط M_0, M_1, M_2 في المستوي

b- بين طبيعة المثلث $M_0M_1M_2$

السؤال العاشر

ليكن العدد العقدي $j = e^{\frac{i2\pi}{3}}$ و لنفرض $M(z')$ صورة النقطة $M(z)$ وفق الدوران الذي مركزه نقطة A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

1- أثبت أن $1 + j + j^2 = 0$ و أثبت أن $-j^2 = e^{\frac{i\pi}{3}}$

2- أثبت أن $z' = a - j^2(z - a)$

3- لنفرض C صورة النقطة B وفق الدوران السابق :

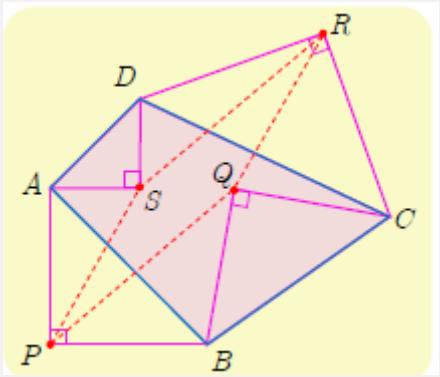
a- ما هي طبيعة المثلث ABC

b- أثبت أن $a + bj + cj^2 = 0$

السؤال الحادي عشر

نتأمل في مستوٍ مزود بمعلم متجانس رباعياً محدباً $ABCD$. ننشئ عليه مثلثات قائمة و متساوي الساقين PAB , QBC, RCD, SDA بحيث :

$$(\overrightarrow{QB}, \overrightarrow{QC}) = \frac{\pi}{2} \quad , \quad (\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}) = -\frac{\pi}{2}$$
$$(\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{SA}) = \frac{\pi}{2} \quad , (\overrightarrow{RC}, \overrightarrow{RD}) = -\frac{\pi}{2}$$



1- الدوران الذي مركزه P و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ ينقل A على B

أثبت أن :

$$p = \frac{1}{2}\big(a(1 + i) + b(1 - i)\big)$$

2- عبر بالمثل عن a, b, c, d بدلالة q, r, s

تيقن أن $p + r = q + s$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

بنوك الشغف - الجبر

السؤال الثاني عشر

نتأمل النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية $c = -4i$, $b = -4 + 4i$, $a = 8$

1- تحقق ان $b - c = i(a - c)$

2- استنتج طبيعة المثلث ABC

3- ليكن R التحويل الذي يقرن بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث $z' = e^{\frac{i\pi}{3}}z$

a- ما هو التحويل R

b- احسب a', b', c' الموافقة للنقاط A', B', C' صور النقاط A, B, C وفق التحويل R

4- لتكن P, Q, R منتصفات القطع $[A'B], [B'C], [C'A]$ و لتكن p, q, r الاعداد العقدية الممثلة لها :

احسب p, q, r

السؤال الثالث عشر

المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس , نعتبر R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

1- اكتب بالشكل المثلثي $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

2- لتكن النقطة A التي يمثلها العدد $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ و B صورة A بالدوران R , ليكن b العدد الممثل للنقطة B أثبت أن $b = d.a$

3- ليكن T الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OA}$ و النقطة C صورة النقطة B وفق T و c العدد العقدي الممثل للنقطة C

أ- تحقق أن $c = b + a$ ثم استنتج أن $c = a\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

ب- حدد $arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAC

السؤال الرابع عشر

$P(z) = z^3 - z^2 + 2z + 4$

1- أثبت أن $P(-1) = 0$ ثم عين كثير حدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق أن $P(z) = (z + 1)Q(z)$

2- استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$

3- بفرض A, B, C النقاط التي تمثلها حلول المعادلة السابقة . بين طبيعة المثلث ABC

4- جد العدد العقدي n الذي يحقق $a + c = b + n$ و ما هي طبيعة الرباعي $ABCN$

5- بفرض $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تحاكٍ مركزه المبدأ و نسبته 2

أ- جد الأعداد العقدية a', b', c'

ب- أثبت أن $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$

بنوك الشغف - الجبر

السؤال الخامس عشر

نريد توزيع 6 هدايا على 5 تلاميذ بحيث يحصل كل تلميذ على هدية واحدة على الأقل . ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية

السؤال السادس عشر

يُطلب من طالب دراسات عليا أن يدرس 6 كتب من أصل 8 :

1- بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الكتب الستة

2- بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الكتب الستة إذا علمت انه يوجد كتابين للغة الإنكليزية و العربية إجباريين

السؤال السابع عشر

نريد تشكيل لجنة مؤلفة من 3 أشخاص من مجموعة تحوي 6 أشخاص

1- بكم طريقة يمكن تشكيل اللجنة

2- بكم طريقة يمكن تشكيل اللجنة إذا علمت أن في المجموعة شخصان متخاصمان لا يجتمعان في اللجنة ذاتها

السؤال الثامن عشر

ليكن كثير الحدود $P(x) = (1+ax)^5(1+bx)^4$ حيث a, b **عددان طبيعيان** . ما هي القيم الممكنة للمجموع $a+b$ إذا علمت أن أمثال x تساوي 62 في $P(x)$

السؤال التاسع عشر

جد منشور المقدار $\left(e^{ix}+e^{-ix}\right)^3$ ثم اكتب $\cos^3 x$ بدلالة النسب المثلثية لمضاعفات الزاوية و احسب كلاً من :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\, dx \quad , \quad J = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{cos3x}{cosx}$$

السؤال العشرون

انشر المقدار $\left(1+\frac{x}{3}\right)^n$ ثم استنتج قيمة المجموع :

$$S_n = \binom{n}{0} + \frac{1}{3}\binom{n}{1} + \frac{1}{3^2}\binom{n}{2} + \cdots + \frac{1}{3^n}\binom{n}{n}$$

ثم احسب نهاية S_n

بنوك الشغف - الجبر

السؤال الواحد والعشرون

يحتوي صندوق U_1 على كرتين حمراوين و ثلاث كرات زرقاء و صندوق آخر U_2 يحوي n كرة حمراء و كرتين زرقاوين **نختار بشكل عشوائي أحد الصندوقين** ثم **نسحب منه كرة واحدة** و ليكن R الحدث الدال الحصول على كرة حمراء و B الحدث الدال على الحصول على كرة زرقاء

1- إذا علمت أن $P(U_1|R) = \frac{2}{5}$ احسب عدد الكرات الحمراء بالصندوق

2- نسحب من الصندوق U_2 ثلاث كرات على التتالي دون إعادة و ليكن X المتحول العشوائي الدال على عدد الكرات الحمراء المسحوبة . اكتب قيم X و نظّم جدول قانونه الاحتمالي

3- احسب التوقع الرياضي

السؤال الثاني والعشرون

يجري تزويد مجموعة من طلاب الثالث الثانوي بنموذجين تجريبيين قبل ذهابهم للامتحان و تزويد مجموعة أخرى بـ 4 نماذج .

إذا كان احتمال كون مسألة الـ 100 من بحث الجبر في أحد النماذج $\frac{1}{4}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد اختبارات المجموعة الأولى التي تحتوي على مسألة جبر 100

و Y المتحول العشوائي الذي يدل على عدد اختبارات المجموعة الثانية التي تحتوي على مسألة جبر 100

1- اكتب قيم كلاً من X, Y و قانونهما الاحتمالي

2- يمكن لطالب ما أن يبقى متفائلاً إذا كان نصف النماذج على الأقل لا يحوي مسألة 100 جبر احسب p_2 احتمال أن يبقى طالب من المجموعة الأولى متفائلاً حتى نهاية التدريب و احسب p_4 احتمال أن يبقى طالب من المجموعة الثانية متفائلاً حتى نهاية التدريب

3- قارن بين p_2, p_4 و استنتج المجموعة التي يكون طلابها أكثر تفائلاً

السؤال الثالث والعشرون

نتأمل التجربة الآتية:

صندوق يحوي ثلاث كرات : واحدة حمراء تحمل الرقم 1 اثنتان زرقاوان تحملان ارقم 2 و 3 نسحب

من الصندوق عشوائياً كرتين على التتالي مع إعادة ولتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لهذه التجربة :

- نعرف على Ω المتحول العشوائي X الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد الكرات الزرقاوات المسحوبة
- ونعرف على Ω المتحول العشوائي Y الذي يقرن بكل نتيجة سحب مجموعة رقمي الكرتين المسحوبين

بنوك الشغف - الجبر

1- اكتب قيم X وقانونه الاحتمالي

2- اكتب قيم Y و قانونه الاحتمالي

3- اكتب قانون الاحتمال للزوج (X,Y)

4- هل X,Y مستقلان عشوائياً

السؤال الرابع والعشرون

أكمل الجدول الآتي إذا علمت أن X و Y مستقلان احتمالياً:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الخامس والعشرون

يواجه حارس مرمى عدداً من ضربات الجزاء، إذا صد ضربة الجزاء n فإن احتمال أن يصد ضربة الجزاء $n+1$ يساوي 0.8 , وإذا لم يصد ضربة الجزاء n فإن احتمال أن يصد ضربة الجزاء $n+1$ هو 0.6.

نفترض أن احتمال أن يصد أول ضربة جزاء يساوي 0.7, ليكن A_n الحدث << يصد حارس المرمى ضربة الجزاء n >>

1- احسب احتمال $P(A_2|A_1)$ و $P(A_2|A_1')$.

2- استنتج أن $P(A_2)=0.74$.

3- نعرف المتتالية $p_n=P(A_n)$:

1- برهن أن $p_{n+1}=(0.2)p_n+0.6$.

2- لنعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ بالصيغة $u_n=p_n-0.75$ بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية أساسها 0.2.

استنتج عبارة p_n بدلالة n ثم احسب نهاية p_n.

السؤال السادس والعشرون

في المستوي العقدي المنسوب إلى المعلم المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية: $Z_A=\sqrt{3}+i$, $Z_B=\sqrt{3}-i$, $Z_C=3\sqrt{3}+i$ على الترتيب:

1- عين مجموعة $M\neq B$ التي تجعل العدد العقدي $\frac{Z_M-Z_C}{Z_M-Z_B}$ تخيلياً بحتاً.

2- جد العدد العقدي Z_D الممثل للنقطة D صورة النقطة B وفق الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

بنوك الشغف - الجبر

3- جد العدد العقدي $W = Z_A - Z_B$ ثم حل في C المعادلة $Z^2 = W$.

السؤال السابع والعشرون

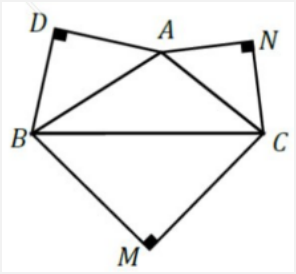
ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات بتجربة برنولية توقعه الرياضي $E(x) = 1$ والمطلوب:

أكمل الجدول المجاور.

x	0	1	2	3
$p(X = x)$				

السؤال الثامن والعشرون

نتأمل في المستوي العقدي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً. ننشئ خارجه النقاط D و M و N التي تجعل المثلثات DBA و MCB و NAC قائمة في D و M و N بالترتيب ومتساوية الساقين كما في الشكل المجاور.



بفرض a و b و c و d و m و n و الأعداد العقدية الممثلة بالترتيب للنقاط:

A و B و C و D و M و N . والمطلوب:

1- إذا كانت $F'(z')$ هي صورة $F(z)$ وفق دوران ربع دورة مباشرة حول $\Omega(w)$, فأثبت أن:

$$w = \frac{1}{2}[(1-i)z + (1+i)z']$$

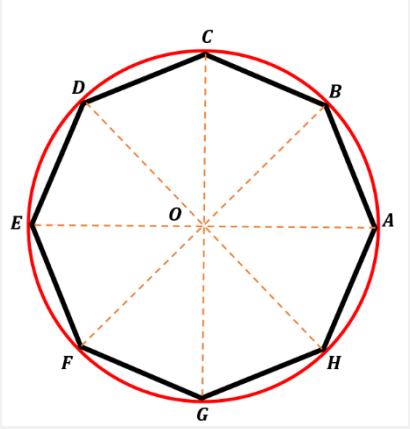
2- اكتب d بدلالة a و b , واكتب m بدلالة b و c واكتب n بدلالة c و a.

3- استنتج أن للمثلثين DMN و ABC مركز الثقل ذاته.

4- نختار معلماً مباشراً متجانساً مبدؤه النقطة A. أثبت أن المستقيمين (AM) و (DN) متعامدان , ثم استنتج أن $AM = DN$.

السؤال التاسع والعشرون

أولاً: نتأمل في معلم متجانس $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ في المستوي الشكل المرسوم جانباً.



لدينا ثما نقاط A, B, C, D, E, F, G, H موزعة على دائرة نصف قطرها 1 . و التي تمثل رؤوس مثمن منتظم

1- أثبت أن الشكل الجبري للعدد b هو

$$b = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2- اكتب الأعداد a, c, d بالشكل الجبري

3- ليكن I منتصف $[AD]$ استنتج قياساً للزاوية $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OI})$

4- احسب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بصيغتيه الجبرية و الأسية و استنتج $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

بنوك الشغف - الجبر

ثانياً:

1- ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
2- ما عدد الرباعيات التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
3- ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
4- ما عدد المثلثات المنفرجة التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
5- ما عدد المثلثات الحادة التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
6- ما عدد المستطيلات التي يمكن تشكيلها من رؤوس المثمن
7- ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من النقاط $\{A, B, C, D, E, F, G, H, O\}$
8- نسمي قطراً في المثمن : كل قطعة مستقيمة واصلة بين رأسيين غير متتاليين , ما عدد أقطار المثمن
9- ما عدد نقاط تقاطع أقطار المثمن
10- ما عدد الكلمات المؤلفة من 4 أحرف مختلفة من حروف رؤوس المثمن

السؤال الثلاثون

يضم نادي رياضي 4 سباحين و 8 لاعبي قوى و 6 لاعبي جمباز . يمارس كل لاعب لعبة واحدة فقط

أولاً : نطلب من ثلاثة لاعبين نختارهم عشوائياً ملء استبانة . احسب احتمال الأحداث الآتية :

A : يمارس اللاعبون الثلاثة ألعاب القوى

B : يمارس اللاعبون الثلاثة الرياضة ذاتها

ثانياً : نسبة الفتيات بين الذين يمارسون السباحة تساوي 25% و نسبة الفتيات بين الذين يمارسون العاب القوى 75% و نسبة الفتيات بين الذين يمارسون لعبة الجمباز 50%

نختار عشوائياً أحد أعضاء النادي . احسب p_1 احتمال أن تكون فتاة تمارس إحدى ألعاب القوى . احسب p_2 احتمال أن تكون فتاة

نختار عشوائياً فتاة من أعضاء النادي . احسب p_3 احتمال أن تكون لاعبة جمباز

السؤال الواحد والثلاثون

لتكن المجموعة $S = \{0,1,2, \dots ,15\}$:

1- ما عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاثة عناصر S؟
2- ما عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاثة عناصر S مجموعها ليس من مضاعفات 3؟