1- لدينا $\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{\lambda}{x}\right) = 2$

نعيد صياغة التابع :

$$\lim_{x\to+\infty} x\,\frac{\lambda}{x}\underbrace{\frac{\ln\left(1+\frac{\lambda}{x}\right)}{\frac{\lambda}{x}}}_{\text{مبرهنة}=1} = 2$$

$$\boxed{\lambda = 2}$$

2- نهاية التابع $f(x) = \frac{\ln(3-x)}{2x-4}$ عند $a = 2$

سنعيد صياغة التابع :

$$f(x) = \frac{\ln(1+2-x)}{2(x-2)}$$

$$f(x) = \frac{-1}{2}\,\frac{\ln(1+\underbrace{2-x}_{t})}{\underbrace{2-x}_{t}}$$

فصارت من الشكل :

$$f(x) = -\frac{1}{2}\underbrace{\frac{\ln(1+t)}{t}}_{\text{مبرهنة}} \to -\frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$$

3- لدينا $f(x) = x\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$. نقسم المضمون قسمة اقليدية فنجد :

$$f(x) = x\ln\left(1+\frac{-2}{x+1}\right)$$

نضرب و نقسم بـ $-\frac{2}{x+1}$

$$f(x) = \underbrace{x\,\frac{-2}{x+1}}_{\text{مسيطر}}\underbrace{\frac{ln\left(1+\frac{-2}{x+1}\right)}{-\frac{2}{x+1}}}_{\text{مبرهنة}=1}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2(1) = -2$$

4- لدينا :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-lnx} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

شرط الاستمرار:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{x}{x-lnx} = 0$$
$$f(0) = m$$

فحسب شرط الاستمرار (النهاية تساوي الصورة) يكون $m = 0$

5- حساب المشتق لتابع ذو فرعين يتم حصراً باستخدام تعريف العدد المشتق :

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x}{x-lnx}-0}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x-lnx}=0=f'(0)$$

6- نحدد المركز :

$$l=\lim_{x\to +\infty}f(x)=2$$

نحدد نصف القطر :

$$\varepsilon=b-l=2.01-2=0.01=\frac{1}{100}$$

$$|f(x)-l|<\varepsilon$$
$$\left|\frac{2lnx-1}{lnx+1}-2\right|<\frac{1}{100}$$
$$\left|-\frac{3}{lnx+1}\right|<\frac{1}{100}$$
$$\frac{3}{lnx+1}<\frac{1}{100}$$
$$\frac{lnx+1}{3}>100$$
$$lnx+1>300$$
$$lnx>299$$
$$x>e^{299}$$

فنختار $A=e^{299}$

7- بدراسة تغيرات التابع على مجموعة تعريفه $]-\infty,-\frac{1}{2}[\cup]0,+\infty[$

نجد أن :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$				$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$		$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

فنلاحظ أنه على كل مجال يمر السهم من الصفر مرة واحدة فللمعادلة حلان مختلفان

8- المعادلة :

$$f(x)=g(x)$$
$$\ln(x+1)=\frac{x}{x+1}$$

معادلة مختلطة

$$\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}=0$$

ندرس اطراد التابع على المجال $]-1,+\infty[$

فنجد :

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

فنلاحظ من الجدول أن التابع لا يبلغ الصفر إلا مرة واحدة و هي عندما $x = 0$ أي للمعادلة حل وحيد و هو الصفر

9- تماماً من التمرين السابق من الجدول نلاحظ أن $f(x) \geq 0$ على كامل المجال $]-1, +\infty[$

10- ننقل جميع المقادير إلى جهة :

$$\ln(x+1) - \sqrt{x+1} < 0$$

ندرس اطراد التابع

$$f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$$

x	-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$2ln2-2$	$\searrow$	

فنلاحظ أنه من الجدول :

$$f(x) \leq 2ln2 - 2 < 0$$
$$f(x) < 0$$

فهو سالب دوماً على المجال $]-1, +\infty[$

11- بنفس الأسلوب ننقل جميع الحدود إلى جهة $lnx - 2\sqrt{x} \leq 0$

فندرس اطراد التابع فنجد أن المتراجحة محققة على كامل المجال $]0, +\infty[$

12- لدينا $f(x) = (x+1)lnx$ نوجد المشتق :

$$f'(x) = lnx + \frac{1}{x}(x+1) = lnx + \frac{x+1}{x} = \frac{xlnx + x + 1}{x}$$

المقام موجب جسب مجموعة التعريف .... فالاشارة من إشارة البسط أي $xlnx + x + 1$

13- أيضاً نشتق فنجد أن

$$f'(x) = \frac{x^2lnx + x^2 - 1}{x^2}$$

المقام موجب تماماً .. فالاشارة تتفق مع إشارة $x^2lnx + x^2 - 1$