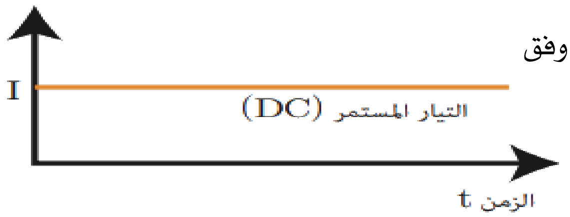
الدرس الخامس   الاهتزازات الكهربائية القسرية

التيار الجيبي المتناوب



التيار المتواصل: هو تيار ثابت الجهة والشدة مع الزمن وتمثل شدته وفق الخط البياني

التيار المتناوب: هو تيار متغير الجهة والشدة والتوتر جيبياً مع الزمن ونحصل عليه عملياً بتدوير إطار شاقولي من النحاس بسرعة زاوية ثابتة حول محور شاقولي مار من مركزه فنحصل على التابع الزمني للقوة المحركة التحريضية الآنية المتناوبة: $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max} \sin \omega t$

ينتج عنها تيار متناوب جيبي وتوتر متناوب جيبي تابعه الزمني:

تابع الشدة اللحظية: $\bar{\iota} = I_{max} \cos(\omega t + \bar{\varphi}_1)$

تابع التوتر اللحظي: $\bar{U} = U_{max} \cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$

وحيث: $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1$ فرق الطور بين الشدة والتوتر ويتغيّر بتغيّر مكونات الدارة

سؤال نظري فسر الكترونياً نشوء التيار المتواصل

التيار المتواصل (المستمر): رمزه Dc هو تيار ثابت الجهة والشدة مع مرور الزمن ينتج عن الحركة الإجمالية للإلكترونات الحرة من الكمون المنخفض إلى الكمون المرتفع وباتجاه واحد وتنتج هذه الحركة عن الحقل الكهربائي الثابت بالجهة والشدة والناتج عن فرق الكمون المطبق الثابت بالجهة والشدة والذي نحصل عليه من البطاريات

سؤال نظري فسر الكترونياً نشوء التيار المتناوب واذكر شروط انطباق قوانين التيار المتواصل على تيار متناوب جيبي؟ (دورة 2015 الأولى)

يتولد التيار المتناوب الجيبي من الحركة الإهتزازية للإلكترونات الحرة حول مواضع وسطية بسعة اهتزاز صغيرة من رتبة ميكرو متر و بتواتر اهتزاز يساوي تواتر التيار الناتج

وتنتج الحركة الاهتزازية للإلكترونات عن الحقل الكهربائي المتغير بالقيمة والجهة والذي ينتشر بسرعة الضوء بجوار الناقل وينتج هذا التغير في الحقل من تغير قيمة واشارة التوتر بين قطبي المنبع و رمزه Ac.

الشروط: **1.** تواتر التيار المتناوب الجيبي صغير جداً. 2. دارة قصيرة بالنسبة لطول الموجة.

ملاحظة:

حيث: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{50} = 6 \times 10^6 m$

فإذا اخترنا دارة أبعادها من رتبة عدة أمتار فإن االلكترونات تتحرك باالتجاه نفسه وتهتز على توافق في نفس اللحظة ويجتاز مقطع الدارة نفس العدد من االلكترونات وكأنه تيار متواصل يجتاز الدارة

وتهتز تلك االلكترونات بالنبض الذي يفرضه المولد لذلك سُميت باالهتزازات الكهربائية القسرية

الشدة المنتجة (الفعّالة): وهي الشدة الثابتة المكافئة لشدة تيار متواصل يعطي نفس الكمية من الحرارة التي يعطيها تيار متناوب جيبي خلال نفس الزمن وفي نفس الناقل :

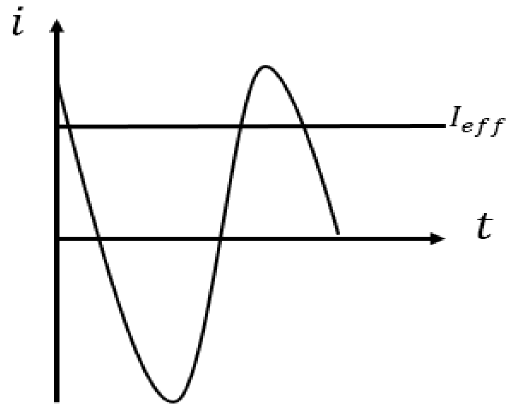
الشدة المنتجة تساوي الشدة العظمى على $\sqrt{2}$:

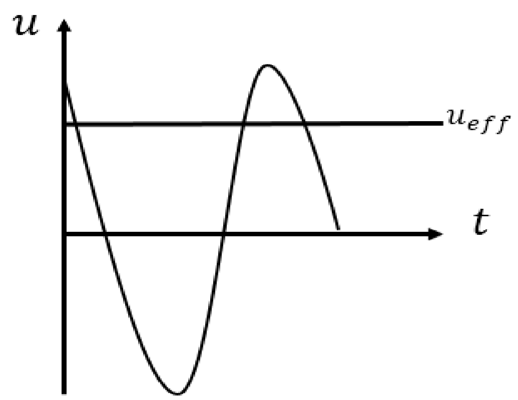
$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

التوتر المنتج (الفعّال) : هو توتر ثابت يكافئ توتر تيار متواصل يعطي نفس كمية الحرارة التي يعطيها توتر تيار متناوب جيبي خلال نفس الزمن وفي نفس الناقل

التوتر المنتج تساوي التوتر الأعظمي على $\sqrt{2}$:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$





مثال :

مأخذ تيار متناوب جيبي تابع شدته اللحظي يعطى بالعلاقة :

$$\bar{\imath} = 3\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

احسب كلاً من الشدة المنتجة وتواتر التيار

الشدة المنتجة : $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3A$

تواتر التيار : $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$

مثال :

مأخذ تيار متناوب جيبي تابع توتره اللحظي يعطى بالعلاقة :

$$\bar{u} = 50\sqrt{2}\cos 130\pi t$$

احسب كلاً من التوتر المنتج وتواتر التيار

توتر المنتج : $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50\ (V)$

تواتر التيار : $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{130\pi}{2\pi} = 65(Hz)$

الاستطاعات في التيار المتناوب الجيبي

سؤال نظري عرف: الاستطاعة اللحظية والاستطاعة المتوسطة المستهلكة والاستطاعة الظاهرية وعامل الاستطاعة مع كتابة العلاقات الرياضية المبينة لكل منها؟

♥ **الاستطاعة اللحظية $\bar{p}$:** هي جداء التوتر اللحظي $\bar{u}$ بالشدة اللحظية $\bar{p} = \bar{\imath}.\bar{u}$ وتتغير من لحظة إلى أخرى

♥ **الاستطاعة المتوسطة المستهلكة P_{avg}:** الاستطاعة الثابتة التي تقدم في الزمن **t** الطاقة الكهربائية **E** نفسها التي يقدمها التيار المتناوب الجيبي (معدل الطاقة الكهربائية المقدمة نتيجة مرور التيار المتناوب الجيبي خلال زمن **t**)

$$P_{avg} = I_{eff}.U_{eff}.\cos\bar{\varphi}$$

♥ **الاستطاعة الظاهرية P_A :** وهي أكبر قيمة للاستطاعة المتوسطة .

$$P_A = I_{eff}.U_{eff}$$

♥ **عامل الاستطاعة $\cos\bar{\varphi}$:**

$$\frac{P_{avg}}{P_A} = \frac{I_{eff}U_{eff}\cos\varphi}{I_{eff}.U_{eff}} = \cos\bar{\varphi}$$

لا واحدة لعامل الإستطاعة

استنتاج قوانين أوم لكل من المقاومة الأومية والوشيعة والمكثفة

سؤال نظري: في دارة تيار متناوب تحوي مقاومة صرفة R نطبق بين طرفيها توتراً لحظياً $\bar{U}$ فيمر تيار كهربائي تعطى شدته اللحظية بالعلاقة : $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

المطلوب

1- استنتج التابع الزمني للتوتر اللحظي بين طرفي المقاومة والعلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج

2- استنتج الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في المقاومة الصرفة والطاقة الحرارية فيها

الحل:

1- $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

$$\bar{U} = R.\bar{\imath} \xrightarrow{\text{نعوض } \bar{\imath}}$$

$$\bar{U} = \mathrm{R}.I_{max} \cos \omega t$$

$$\boxed{\bar{U} = U_{max} \cos \omega t}$$

تابع التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة

$$U_{max} = \mathrm{R}\, I_{max}$$

نقسم الطرفين على $\sqrt{2}$: $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \mathrm{R}\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

ولكن : $X_R = R$ ممانعة المقاومة

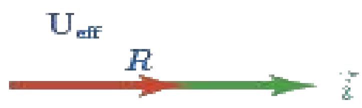
$$\boxed{U_{eff} = X_R.I_{eff}}$$

العلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج

$$\varphi_R = 0$$

التوتر على توافق مع الشدة

تمثيل فرينل للمقاومة :



2- استنتاج الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في المقاومة الأومية :

$$P_{avg} = I_{eff}.U_{eff}.\cos\bar{\varphi}$$

$$\varphi_R = 0 \Rightarrow \cos\varphi_R = 1$$

$$P_{avg} = I_{eff}.U_{eff}$$

ولكن : $U_{eff} = R.I_{eff}$

الإستطاعة حرارية في المقاومة $\boxed{P_{avg} = R\, I_{eff}^2}$

الطاقة تصرف في المقاومة على شكل حراري بفعل جول :

الطاقة الحرارية تساوي الاستطاعة الحرارية ضرب الزمن

$$E = P_{avg}.t = R\, I_{eff}^2.t$$

$$\boxed{E = R\, I_{eff}^2.t}$$

مسألة خارجية :

مأخذ تيار متناوب جيبي تواتره $50(Hz)$ وتوتره المنتج $U_{eff} = 50\ (V)$ نضع بين طرفيه مقاومة صرفة $R = 25(\Omega)$ **والمطلوب**

1- أحسب الشدة المنتجة للتيار بين طرفي المقاومة

2- أكتب التابع الزمني لكل من الشدة والتوتر اللحظيين بين طرفي المقاومة الصرفة

3- أحسب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في المقاومة والطاقة الحرارية المنتشرة عنها خلال **6 sec**

الحل :

1- $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{25}$

$$\Rightarrow \boxed{I_{eff} = 2\ (A)}$$

2- تابع الشدة $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

حساب النبض :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 \Rightarrow$$

$$\omega = 100\pi (rad.s^{-1})$$

$$I_{max} = I_{eff}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(A)$$

$$\xrightarrow{\text{تابع الشدة}} \boxed{\bar{\imath} = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t\ \ (A)}$$

تابع التوتر : $\bar{U} = U_{max} \cos \omega t$

$$U_{max} = U_{eff}\sqrt{2} = 50\sqrt{2}\ (V)$$

$$\xrightarrow{\text{تابع التوتر}} \boxed{\bar{u} = 50\sqrt{2} \cos 100\pi t\ \ (V)}$$

3- الاستطاعة الحرارية : $P_{avg} = R\, I_{eff}^2$

$$P_{avg} = 25 \times 4 = 100\ (watt)$$

حساب الطاقة الحرارية : $E = P_{avg}.t$

$$E = 100 \times 6 = 600(J)$$

سؤال نظري: في دارة تيار متناوب تحوي وشيعة مهملة المقاومة L نطبق بين طرفيها توتراً لحظياً $\bar{U}$ فيمر تيار كهربائي تعطى شدته اللحظية بالعلاقة :

$$\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$$

المطلوب

1- استنتج التابع الزمني للتوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة والعلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج

2- برهن أن الاستطاعة المستهلكة المتوسطة في الوشيعة المهملة المقاومة معدومة

الحل:

-1 $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

$$\bar{U} = L\frac{d\bar{\imath}}{dt} \xRightarrow{\text{نعوض } \bar{\imath}}$$

$$\frac{d\bar{\imath}}{dt} = -\omega I_{max} \sin \omega t$$

ولكن $-\sin \omega t = \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{d\bar{\imath}}{dt} = \omega I_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \xRightarrow{\text{نعوض في } \bar{U}}$$

$$\bar{U} = L\omega I_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underbrace{\boxed{\bar{U} = U_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}}_{\text{تابع التوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة مهملة المقاومة}}$$

$$U_{max} = L\omega I_{max}$$

نقسم الطرفين على $\sqrt{2}$: $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = L\omega \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

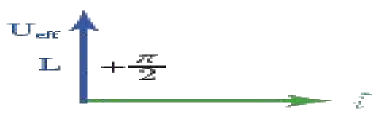
ولكن : $X_L = L\omega$ ممانعة الوشيعة المهملة المقاومة (ردية الوشيعة)

$$\underbrace{\boxed{U_{eff} = X_L . I_{eff}}}_{\text{العلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج}}$$

$$\varphi_L = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

التوتر متقدم على الشدة وهما على ترابع

تمثيل فرينل للوشيعة المهملة المقاومة



-2 **لا تستهلك الوشيعة مهملة المقاومة طاقة كهربائية (الاستطاعة المتوسطة في الوشيعة المهملة المقاومة معدومة)**

$$\varphi_L = +\frac{\pi}{2} \Longrightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض في: $P_{avg} = I_{eff} U_{eff} \cos\varphi$

$$P_{avgL} = 0$$

لانها تختزن طاقة كهرطيسية خلال ربع الدور الاول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

مسألة خارجية :

مأخذ تيار متناوب جيبي تواتره $50Hz$ وتوتره المنتج $U_{eff} = 40\ V$ نضع بين طرفيه وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها $L = \frac{1}{5\pi} H$ **والمطلوب**

1- أحسب ردية الوشيعة .

2- أحسب الشدة المنتجة للتيار وأكتب التابع الزمني لكل من الشدة والتوتر اللحظين بين طرفي الوشيعة

الحل

1- حساب ردية الوشيعة : $X_L = L\omega$

حساب النبض :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 \Longrightarrow$$

$$\omega = 100\pi (rad.s^{-1})$$

$$X_L = \frac{1}{5\pi} \times 100\pi \Longrightarrow \boxed{X_L = 20\Omega}$$

-2 $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{X_L} = \frac{40}{20}$

$$\Longrightarrow \boxed{I_{eff} = 2\ (A)}$$

♥ تابع الشدة $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

التيار الأعظمي : $I_{max} = I_{eff}\sqrt{2} = 2\sqrt{2} (A)$

$$\xRightarrow{\text{تابع الشدة}} \boxed{\bar{\imath} = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t\ \ (A)}$$

♥ تابع التوتر : $\bar{U} = U_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$U_{max} = U_{eff}\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\ (V)$$

$$\xRightarrow{\text{تابع التوتر}} \boxed{\bar{u} = 40\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ \ (V)}$$

سؤال نظري: في دارة تيار متناوب تحوي مكثفة سعتها C نطبق بين لبوسيها توتراً لحظياً $\bar{U}$ فيمر تيار كهربائي تعطى شدته اللحظية بالعلاقة :

$$\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$$

المطلوب

1- استنتج التابع الزمني للتوتر اللحظي بين لبوسي المكثفة و العلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج

2- برهن أن الاستطاعة المستهلكة المتوسطة في المكثفة معدومة

الحل:

-1

$$\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$$

$$\bar{U} = \frac{\bar{q}}{C}$$

$$\bar{q} = \int \bar{\imath}\, dt$$

$$\bar{q} = \int (I_{max} \cos \omega t)\, dt$$

$$\bar{q} = \frac{1}{\omega} I_{max} \sin \omega t$$

$$\sin \omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\bar{q} = \frac{1}{\omega} I_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \xrightarrow{\text{نعوض في } \bar{U}}$$

$$\bar{U} = \frac{1}{\omega c} I_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{\bar{U} = U_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

تابع التوتر اللحظي بين لبوسي المكثفة

$$U_{max} = \frac{1}{\omega c} I_{max}$$

نقسم الطرفين على $\sqrt{2}$: $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\omega c} \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

ولكن : $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ممانعة المكثفة (اتساعية المكثفة)

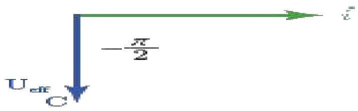
$$\boxed{U_{eff_C} = X_C . I_{eff}}$$

العلاقة التي تربط الشدة المنتجة بالتوتر المنتج

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

التوتر متأخر على الشدة وهما على تراربع

تمثيل فرينل للمكثفة :



-2 **لا تستهلك المكثفة طاقة كهربائية**

(الاستطاعة المتوسطة في المكثفة معدومة)

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض في: $P_{avg} = I_{eff} U_{eff} \cos\varphi$

فنجد: $P_{avgC} = 0$

لأنها تختزن طاقة كهربائية خلال ربع الدور الاول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

مسألة خارجية:

مأخذ تيار متناوب جيبي تواتره $50Hz$ وتوتره المنتج $U_{eff} = 40\ V$ نضع بين طرفيه مكثفة سعتها $C = \frac{1}{1000\pi} F$ **والمطلوب**

1- أحسب اتساعية المكثفة .

2- أحسب الشدة المنتجة للتيار و أكتب التابع الزمني لكل من الشدة و التوتر اللحظين بين لبوسي المكثفة

الحل:

1- حساب اتساعية المكثفة : $X_C = \frac{1}{\omega C}$

حساب النبض :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 \Longrightarrow$$

$$\omega = 100\pi (rad.s^{-1})$$

$$X_C = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{1000\pi}} \Longrightarrow \boxed{X_C = 10(\Omega)}$$

-2 $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{X_C} = \frac{40}{10}$

$$\Longrightarrow \boxed{I_{eff} = 4\ (A)}$$

♥ تابع الشدة $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$

التيار الأعظمي : $I_{max} = I_{eff}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(A)$

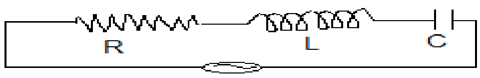
$$\xrightarrow{\text{تابع الشدة}} \boxed{\bar{\imath} = 4\sqrt{2} \cos 100\pi t\ \ (A)}$$

♥ تابع التوتر : $\bar{U} = U_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$$U_{max} = U_{eff}\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\ (V)$$

$$\xrightarrow{\text{تابع التوتر}} \boxed{\bar{u} = 40\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ \ (V)}$$

سؤال نظري : نؤلف دارة تحوي على التسلسل مقاومة أومية R وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها L ومكثفة سعتها C ويمر في هذه الدارة تيار متناوب جيبي يعطى تابع الشدة اللحظية له بالعلاقة : $\bar{\imath} = I_{max} \cos \omega t$ عندما نطبق بين طرفي الدارة توتراً لحظياً يعطى بالعلاقة : $\bar{U} = U_{max} \cos(\omega t + \bar{\varphi})$ ، وبفرض : $(U_{eff_L} > U_{eff_C})$



المطلوب استنتج العلاقات اللازمة لحساب كل من الممانعة الكلية للدارة والتوتر المنتج الكلي وعامل استطاعة الدارة باستخدام إنشاء فرينل

تذكرة في كل جهاز:

♥ في المقاومة $\varphi_R = 0$ التوتر على توافق مع الشدة ، ويعطى بالعلاقة: $U_{eff_R} = R.I_{eff}$

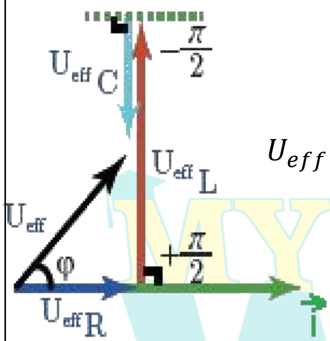
♥ في الوشيعة مهملة المقاومة $\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$ rad التوتر متقدم على الشدة وهما على تربع ، ويعطى بالعلاقة: $U_{eff_L} = X_L.I_{eff}$

♥ في المكثفة $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$ rad التوتر متأخر عن التيار وهما على تربع ، ويعطى بالعلاقة: $U_{eff_C} = X_C.I_{eff}$

الحل : نرسم إنشاء فرينل ولا ننسَ : إنشاء فرينل على التسلسل $\bar{\imath}$ ثابت وَ $\bar{u}$ مجموع حيث $\bar{\imath}$ يمثل محور الصفحات

$$\bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_L + \bar{u}_C$$

التوترات المنتجة تجمع هندسياً : $\overrightarrow{U_{eff}} = \overrightarrow{U_{eff_R}} + \overrightarrow{U_{eff_L}} + \overrightarrow{U_{eff_C}}$



حسب فيثاغورث من المثلث القائم : $U_{eff}{}^2 = U_{eff_R}{}^2 + \left(U_{eff_L} - U_{eff_C}\right)^2$

$$U_{eff} = \sqrt{U_{eff_R}{}^2 + \left(U_{eff_L} - U_{eff_C}\right)^2} \xrightarrow{\text{نعوض التوترات}} U_{eff} = \sqrt{R^2 I_{eff}^2 + \left(X_L I_{eff} - X_c I_{eff}\right)^2}$$

$$U_{eff} = I_{eff}\sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}$$

الممانعة الكلية للدارة : $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}}$

التوتر المنتج الكلي بين طرفي الدارة : $\boxed{U_{eff} = Z.I_{eff}}$

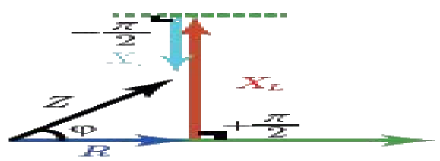
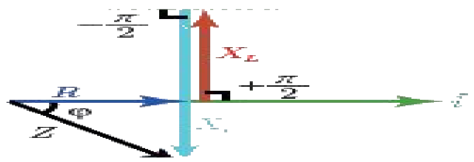
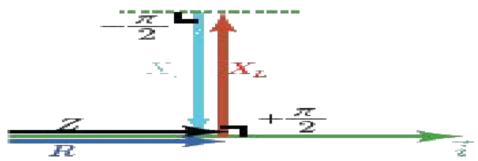
عامل استطاعة الدارة من إنشاء فرينل نجد : $\boxed{\cos\bar{\varphi} = \frac{U_{eff_R}}{U_{eff}} = \frac{R.I_{eff}}{Z.I_{eff}} = \frac{R}{Z}}$

سؤال نظري نؤلف دارة تحوي على التسلسل مقاومة أومية R وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها L ومكثفة سعتها C

ماذا نسمي هذه الدارة في كل من الحالات الآتية موضحاً إجابتك باستخدام إنشاء فرينل :

1. ردية الوشيعة أكبر من اتساعية المكثفة 2. ردية الوشيعة أصغر من اتساعية المكثفة 3. ردية الوشيعة مساوية لاتساعية المكثفة

الحل:

الحالة الأولى	ردية الوشيعة X_L > اتساعية المكثفة X_C	❖ التوتر متقدم على الشدة ❖ دارة ذات ممانعة ذاتية .	
الحالة الثانية	ردية الوشيعة X_L < اتساعية المكثفة X_C	❖ التوتر متأخر عن الشدة ❖ دارة ذات ممانعة سعوية .	
الحالة الثالثة	ردية الوشيعة X_L = اتساعية المكثفة X_C	❖ التوتر على توافق مع الشدة . ❖ تسمى هذه الحالة بالطنين الكهربائي أو التجاوب الكهربائي	

سؤال نظري: في إحدى دارات التيار المتناوب الجيبي ، تستخدم خاصيّة التجاوب الكهربائي (الطنين) في عملية التوليف في أجهزة الاستقبال ، **المطلوب :**

1. في أي دارة يحدث التجاوب الكهربائي (الطنين) ؟
2. ماهو التجاوب الكهربائي ؟
3. ماذا يتحقق في حالة الطنين ؟
4. اكتب العلاقة المحددة لكل من ردية الوشيعة واتساعية المكثفة في التيار المتناوب واكتب العلاقة بينهما في حالة التجاوب الكهربائي ثم استنتج علاقة دور التيار في هذه الحالة [دورة 2016 الأولى]

الحل :

1. **يحدث في دارة تحوي على التسلسل مقاومة R ووشيعة ذاتيتها L ومكثفة سعتها C .**
2. هو تساوي النبض الخاص لاهتزاز الالكترونات ω_0 مع النبض القسري ω الذي يفرضه المولد في الدارة ويسمى نبض الطنين ω_r
3. يتحقق في حالة التجاوب الكهربائي (الطنين) مايلي :

❖ ردية الوشيعة = اتساعية المكثفة $L\omega = \frac{1}{\omega C}$ ❖ ممانعة الدارة أصغر ما يمكن $Z = R$

❖ التوتر على توافق مع الشدة. ❖ الشدة المنتجة للتيار الذي يمر في الدارة أكبر ما يمكن (أعظمي) $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$

❖ الاستطاعة المتوسطة أكبر ما يمكن لأن: $\vartheta = 0 \Leftarrow \cos\vartheta = 1$ ❖ عامل الاستطالة يساوي الواحد $\cos\vartheta = 1$

❖ ردية الوشيعة $X_L = L\omega$ ، الاتساعية المكثفة $X_C = \frac{1}{\omega C}$ وفي حالة التجاوب تتساوى ردية الوشيعة واتساعية المكثفة $X_L = X_C$

$$L\omega_r = \frac{1}{\omega_r C} \xrightarrow{\text{نعزل } \omega_r} \omega_r^2 = \frac{1}{LC} \xrightarrow{\text{بجذر الطرفين}} \boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ **نبض الطنين**

$$\xrightarrow{\text{ولكن } \omega_r = 2\pi f_r} 2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$ **تواتر الطنين**

$$\xrightarrow{\text{ولكن } T_r = \frac{1}{f_r}} \boxed{T_r = 2\pi\sqrt{LC}}$$ **دور الطنين**

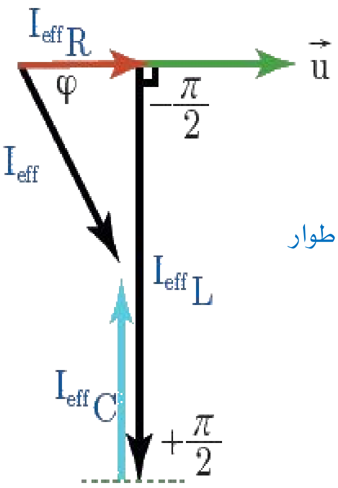
. تستخدم خاصيّة الطنين في عملية التوليف في أجهزة الاستقبال

التيارات التفرعية

نؤلف دارة تحوي على التفرع مقاومة أومية R ووشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها L ومكثفة سعتها C و عندما نطبق على الدارة توتراً لحظياً يعطى بالعلاقة : $\bar{U} = U_{max}\cos\omega t$ ، فيمر في الدارة تيار متناوب جيبي وبفرض: $(I_{eff_L} > I_{eff_C})$

المطلوب استنتج العلاقات اللازمة لحساب كل من الشدة المنتجة الكلية وعامل استطاعة الدارة باستخدام إنشاء فرينل

تذكرة في كل جهاز:



♥ في المقاومة $\varphi_R = 0$ التوتر على توافق مع الشدة ، ويعطى بالعلاقة :

♥ في الوشيعة مهملة المقاومة $\varphi_L = -\frac{\pi}{2}\ rad$ التوتر متقدم على الشدة وهما على ترابع

♥ في المكثفة $\varphi_C = +\frac{\pi}{2}\ rad$ التوتر متأخر عن التيار وهما على ترابع

الحل : نرسم إنشاء فرينل ولا ننسَ : إنشاء فرينل على التفرع $\bar{u}$ ثابت وَ $\bar{i}$ مجموع حيث $\bar{u}$ يمثل محور الأطوار

$$\bar{i} = \bar{i}_R + \bar{i}_L + \bar{i}_C$$

الشدات المنتجة تجمع هندسياً : $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}} + \overrightarrow{I_{eff_C}}$

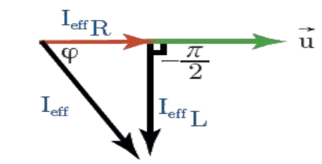
حسب فيثاغورث من المثلث القائم : $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + \left(I_{eff_L} - I_{eff_C}\right)^2$

الشدة المنتجة الكلية للدارة : $\boxed{I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + \left(I_{eff_L} - I_{eff_C}\right)^2}}$

عامل استطاعة الدارة من إنشاء فرينل نجد : $\boxed{\cos\bar{\varphi} = \frac{I_{eff_R}}{I_{eff}}}$

نميّز في دارة التفرع ثلاثة حالات :

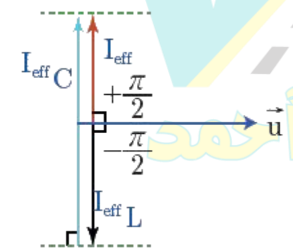
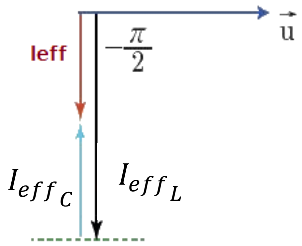
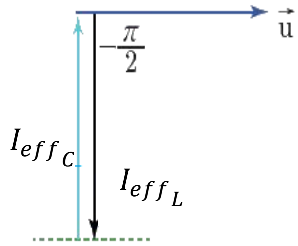
1. فرعان الأول يحوي مقاومة صرفة والثاني يحوي وشيعة مهملة المقاومة :

الطور في الفرع الأول	الطور في الفرع الثاني	الشدة المتجهة شعاعيا	حساب الشدة المتجهة الكلية	إنشاء فرينل للدارة
$\overline{\vartheta}_R = 0$ التوتر على توافق مع الشدة	$\overline{\vartheta}_L = -\frac{\pi}{2}$ التوتر متقدم على الشدة	$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}}$	حسب فيثاغورث $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + I_{eff_l}^2$ $I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_l}^2}$	

2. فرعان الأول يحوي مقاومة صرفة والثاني يحوي وشيعةلها المقاومة :

الطور في الفرع الأول	الطور في الفرع الثاني	الشدة المتجهة شعاعيا	حساب الشدة المتجهة الكلية من	إنشاء فرينل للدارة
$\overline{\vartheta}_R = 0$ التوتر على توافق مع الشدة	$\overline{\vartheta}_L$ حادة سالبة التوتر متقدم على الشدة	$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}}$	بتربيع العلاقة الشعاعية السابقة نجد : $I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}I_{eff_2}\cos(\overline{\varphi}_2 - \overline{\varphi}_1)$ بجذر الطرفين نجد علاقة التجيب $I_{eff} = \sqrt{I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}I_{eff_2}\cos(\overline{\varphi}_2 - \overline{\varphi}_1)}$	

3. فرعان الأول يحوي وشيعة مهملة المقاومة والثاني يحوي مكثفة:

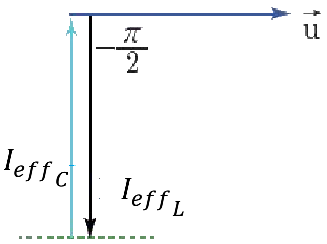
الطور في الفرع الأول	الطور في الفرع الثاني	الشدة المتجهة شعاعيا	ثلاثة حالات	حساب الشدة المتجهة الكلية من الأنشاء	إنشاء فرينل للدارة
$\overline{\vartheta}_L = -\frac{\pi}{2}$ التوتر متقدم على الشدة	$\overline{\vartheta}_C = +\frac{\pi}{2}$ التوتر متأخر على الشدة	$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_L}} + \overrightarrow{I_{eff_C}}$	$X_L > X_C$ ⇨ $I_{eff_C} > I_{eff_L}$	$I_{eff} = I_{eff_C} - I_{eff_L}$ الكبير ناقص الصغير	
			$X_L < X_C$ ⇨ $I_{eff_L} > I_{eff_C}$	$I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C}$ الكبير ناقص الصغير	
			$X_L = X_C$ ⇨ $I_{eff_L} = I_{eff_C}$	$I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C}$ ⇨ $\boxed{I_{eff} = 0}$ حالة خنق التيار	

سؤال نظري : **في إحدى تجارب التيار المتناوب الجيبي تستخدم الدارة الخانقة للتيار في وصل خطوط الطاقة الكهربائية مع الأرض بهدف ترشيح التواترات التي يلتقطها الخط من الجو . والمطلوب :**

1. مم تتألف الدارة الخانقة ؟
2. اكتب العلاقة المحددة لكل من ردية الوشيعة واتساعية المكثفة في التيار المتناوب واكتب العلاقة بينهما في حالة الخنق و استنتج علاقة دور التيار في هذه الحالة
3. برهن أن الشدة في الدارة الخارجية تنعدم باستخدام إنشاء فرينل

الحل :

1. تتألف الدارة من فرعان من أحدهما وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها L والفرع الآخر من مكثفة سعتها C



2. ردية الوشيعة $X_L = L\omega$ ، اتساعية المكثفة $X_C = \frac{1}{\omega C}$

في حالة الدارة الخانقة يكون : $X_L = X_C$

$$L\omega_r = \frac{1}{\omega_r C} \xrightarrow{\text{نعزل } \omega_r} \omega_r^2 = \frac{1}{LC} \xrightarrow{\text{بجذر الطرفين}} \boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ **نبض الدارة**

$$\xrightarrow{\omega_r = 2\pi f_r} 2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$ **تواتر الدارة**

$$\xrightarrow{\text{ولكن } T_r = \frac{1}{f_r}} \boxed{T_r = 2\pi\sqrt{LC}}$$ **دور الدارة**

3. $X_L = X_C \Rightarrow I_{eff_L} = I_{eff_C}$

من إنشاء فرينل نجد: $I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = 0}$

اختبر نفسي

أولاً: أعط تفسيراً علمياً لما يأتي بإستخدام العلاقات الرياضية المناسبة عند اللزوم:

1) لا تستهلك الوشيعة مهملة المقاومة طاقة كهربائية (الاستطاعة المتوسطة في الوشيعة المهملة المقاومة معدومة)

لانها تختزن طاقة كهرطيسية خلال ربع الدور الاول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

$$\varphi_L = +\frac{\pi}{2} \Longrightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض في: $P_{avg} = I_{eff} . U_{eff} . \cos\overline{\varphi}$

$$P_{avgL} = 0$$

2) لا تستهلك المكثفة طاقة كهربائية (الاستطاعة المتوسطة في المكثفة معدومة)

لأنها تختزن طاقة كهربائية خلال ربع الدور الاول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \Longrightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض في: $P_{avg} = I_{eff} . U_{eff} . \cos\overline{\varphi}$

فنجد: $P_{avgC} = 0$

3) لا تمرر المكثفة تياراً متواصلاً عند وصل لبوسيها بمأخذ تيار متواصل

بسبب وجود العازل بين لبوسيها الذي يسبب انقطاع في الدارة.

ممانعة المكثفة $X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi f\, C}$ من أجل التيار المتواصل الذي هو حركة اجمالية للإلكترونات الحرة دون اهتزاز أي تواتر الاهتزاز معدوم أي $f = 0 \Rightarrow X_C \longrightarrow \infty$ أي الممانعة تسعى للانهاية أي لا يمر التيار المتواصل .

4) تسمح المكثفة بمرور تيار متناوب جيبي عند وصل لبوسيها بمأخذ هذا التيار المتناوب ولكنها تعرقل هذا المرور .

عند وصل لبوسي مكثفة بمأخذ تيار متناوب فإن مجموعة الإلكترونات الحرة التي يسبب مأخذ التيار المتناوب اهتزازها تشحن لبوسي المكثفة خلال ربع دور بشحنتين متساويتين ومن نوعين مختلفين دون ان تخترق عازله، ثم تتفرغان في ربع الدور الثاني، و في النوبة الثانية (الربعين الثالث و الرابع) تتكرر عمليتا الشحن و التفريغ مع تغير شحنة كل من اللبوسين.

وتعرقل هذا المرور لأن المكثفة تبدي ممانعة للتيار المتناوب بسبب الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتها.

5) تكون الشدة المنتجة واحدة في عدة أجهزة موصوله على التسلسل مهما اختلفت قيم ممانعتها .

إن الإلكترونات الحرة في دارة قصيرة يجتازها تيار تواتره صغير تكاد تهتز بتوافق كامل فتبدو مقاطع الدارة في كل لحظة وكأن تياراً متواصلاً يجتازها شدته هي الشدة اللحظية للمتناوب وجهته هي جهة التيار المتناوب في هذه اللحظة. وباختلاف الممانعات تختلف قيم التوتر وتبقى I_{eff} نسبتها ثابتة

$$I_{eff} = \frac{U_{eff_R}}{R} = \frac{U_{eff_L}}{X_L} = \frac{U_{eff_C}}{X_C}$$

6) تستعمل الوشيعة ذات النواة الحديدية كمعدلة في التيار المتناوب.

لأن L ذاتية الدارة تتغير بتغير وضع النواة داخل الوشيعة و بالتالي تتغير رديتها $X_L = L\omega$ فتتغير الشدة المنتجة

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z_L} = \frac{U_{eff}}{\sqrt{r^2+(L\omega)^2}}$$

7) توصف الاهتزازات الكهربائية في التيار المتناوب بالقسرية.

تهتز الإلكترونات في الدارة بالنبض الذي يفرضه المولد لذلك تسمى بالاهتزازات الكهربائية الحاصلة بالاهتزازات القسرية، و يشكل المولد فيها جملة محرضة و بقية الدارة جملة مجاوبة.

8) الطاقة تصرف في المقاومة على شكل حراري بفعل جول ؛ (خارجي)

الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في المقاومة الأومية : $P_{avg} = \boldsymbol{I_{eff}.U_{eff}.\cos\overline{\varphi}}$

$$\varphi_R = 0 \Rightarrow \cos\varphi_R = 1$$

$$P_{avg} = I_{eff}U_{eff}$$

ولكن : $U_{eff} = RI_{eff}$

$P_{avg} = R.\,{I_{eff}}^2$ الإستطاعة حرارية في المقاومة

9) يسلك الناقل الأومي (المقاومة) السلوك نفسه في التيارين المتواصل والمتناوب (خارجي)

نسبةُ التّوتُّر المُطبَّق بينَ طرفيَ ناقلٍ أومي إلى شدّةِ التيّار المُتواصِل المارّ فيه تُساوي مِقدار ثابت $\frac{U}{I} = R$

نسبةُ التّوتُّر المُنتج المُطبَّق بينَ طرفَي ناقلٍ أومي إلى الشِّدَّة المُنتِجة للتيّار المُتناوِب المارّ فيه تُساوي مقدار ثابت $\frac{U_{eff}}{I_{eff}} = R$

10) تقومُ الوشيعةُ بدورِ مُقاوَمة أومية في التيّار المُتواصل وتقومُ بدورِ مُقاوَمة وذاتيّة في التيّار المُتناوب. (خارجي)

نسبةُ التّوتُّر المُطبَّق بينَ طرفيَ الوشيعة إلى شدّةِ التيّار المُتواصِل المارّ فيها تُساوي مِقدار ثابت $\frac{U}{I} = r$ وهو مقاومة الوشيعة .

نسبةُ التّوتُّر المُنتج المُطبَّق بينَ طرفَي الوشيعة إلى الشِّدَّة المُنتِجة للتيّار المُتناوِب المارّ فيها تُساوي $\frac{U_{eff}}{I_{eff}} = Z_L$

حيث : ممانعة الوشيعة $Z_L = \sqrt{r^2 + X_L^2}$

ثانياً- أهمية عامل الاستطاعة في نقل الطاقة الكهربائية من مولد التيار إلى الجهاز الكهربائي:

يطلب من أصحاب التجهيزات الكهربائية الصناعية ألا ينقص عامل الاستطاعة في تجيزاتهم عن 0.86 ،لكي لا تخسر مؤسسة الكهرباء طاقة إضافية كبيرة نسبياً بفعل جول في خطوط نقلها و هي طاقة لا يسجلها العدّاد ولا يدفع ثمنها المستهلك، **المطلوب:**

استنتج العلاقة التي تربط الاستطاعة الضائعة في خطوط النقل التي مقاومتها R بدلالة عامل الاستطاعة بفرض ثبات التوتر المنتج و الاستطاعة المتوسطة للدارة.

الاستنتاج:

$$P_{avg} = U_{eff}\, I_{eff}\, cos\varphi$$

$$I_{eff} = \frac{P_{avg}}{U_{eff}\, cos\varphi}$$

تصرف الاستطاعة في المقاومة حرارياً بفعل جول $P' = RI_{eff}^2$

$$P' = R\left(\frac{P_{avg}}{U_{eff}\, cos\varphi}\right)^2$$

$$\boxed{P' = R\,\frac{P_{avg}^2}{U_{eff}^2 \cos^2\varphi}}$$

الاستطاعة الحرارية الضائعة تتناسب عكساً مع مربع عامل الاستطاعة فعندما تصبح قيمة عامل الاستطاعة كبيرة تنقص الاستطاعة الضائعة.

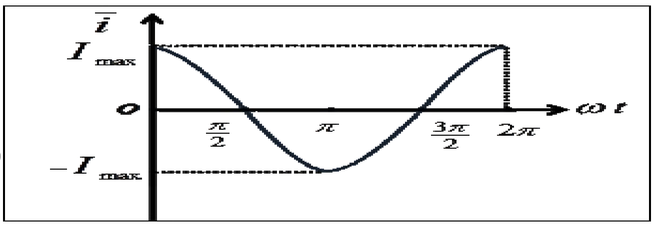
ثالثاً: دارة تيار متناوب جيبي تابع شدته اللحظية $i = I_{max}cos\omega t$

ارسم المنحني البياني الممثل لكل من الشدة اللحظية والتوتر اللحظي بدلالة ωt (مخطط ضابط الطور) في كل من الحالات الآتية:

1- مقاومة أومية فقط. 2- وشيعة مهملة المقاومة فقط. 3- مكثفة فقط.

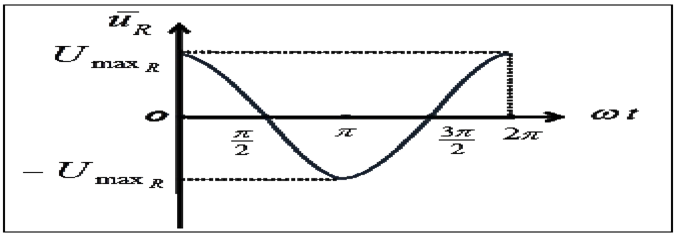
الحل:

تابع الشدة اللحظية للأجهزة الثلاثة : $\bar{\imath} = I_{max}cos\omega t$



1. تابع التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة الصرفة

$$\overline{u_R} = U_{maxR}\cos(\omega t)$$

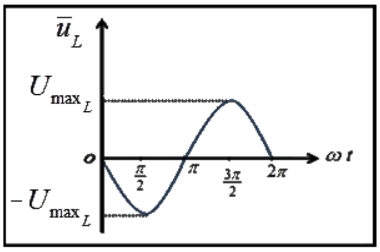


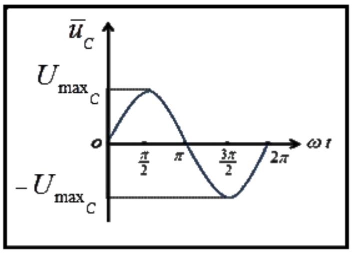
2. تابع التوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة :

$$\overline{u_L} = U_{maxL}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

3. تابع التوتر اللحظي بين لبوسي المكثفة :

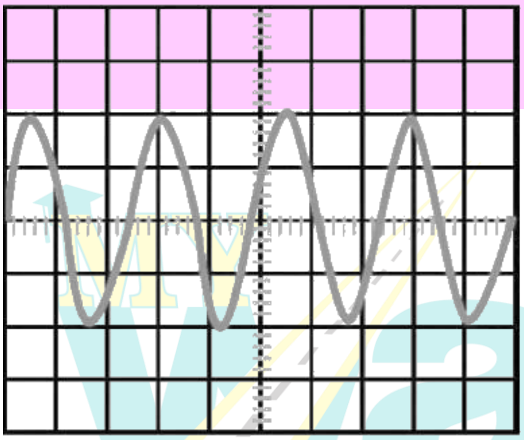
$$\overline{u_C} = U_{maxC}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$





رابعاً: يعطي راسم الاهتزاز إشارة التوتر المطبق في مدخلة مع حساسية المدخل عند $500\ mV$ لكل تدريجة $500\ mV/div$ و قاعدة الزمن عند $0.2\ ms/div$ ، **المطلوب:**

1- هل التوتر المشاهد مستمر أم متغير أم متناوب جيبي.
2- عين دور وتواتر هذه الإشارة.
3- احسب القيمة المنتجة للتوتر.



الحل:

1- متناوب جيبي.

2- $500mV/div = 0.5V/div$

$$T = 12 \times 0.2 = 2.4\ ms = 24 \times 10^{-4} s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{24\times10^{-4}} = 614.66\ Hz$$

3- $U_{max} = 10 \times 0.5 = 5V$

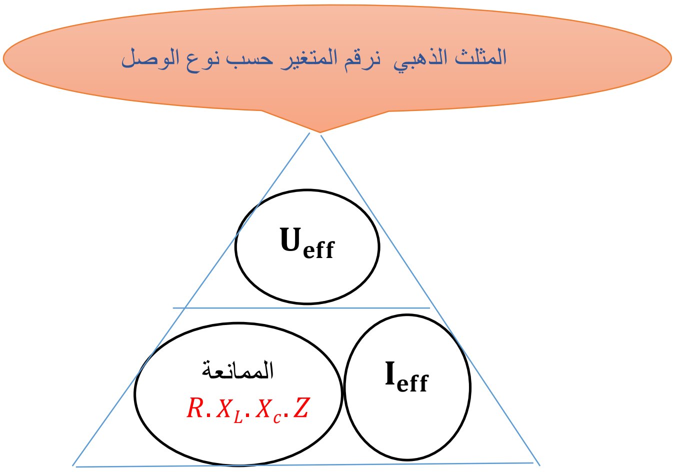
$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}V$$

ملاحظات الدرس الخامس التيار المتناوب الجيبي

التوابع (معادلة الشدة اللحظية والتوتر اللحظي)	تابع الشدة اللحظية: $\bar{I} = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_1)$		تابع التوتر اللحظي: $\bar{U} = U_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$	
عندما يعطى التابع في نص المسألة	الشدة المنتجة: $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$	تواتر التيار: $f = \frac{\omega}{2\pi}$	التوتر المنتج: $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$	تواتر التيار: $f = \frac{\omega}{2\pi}$
عندما يطلب تابع أو معادلة للتوتر أو الشدة	نكتب الشكل العام ثم نعوض الثوابت ونضع الواحدة		نكتب الشكل العام ثم نعوض الثوابت ونضع الواحدة	

على تسلسل التيار **I** ثابت و **U** متغير

على تفرع التوتر **U** ثابت و **I** متغير



التوتر المنتج $U_{eff} = Z.I_{eff}$

الشدة المنتجة $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}$

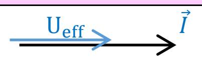
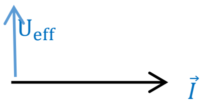
من المثلث

الممانعة الكلية $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$

المقاومة الصرفة $R = \frac{U_{effR}}{I_{effR}}$

(ممانعة)ردية الوشيعة $X_L = \frac{U_{effL}}{I_{effL}}$

(ممانعة) اتساعية المكثفة $X_c = \frac{U_{effc}}{I_{effc}}$

الجهاز	الممانعة X	الطور φ (تسلسل)	الطور φ (تفرع)	الحالة بين $\vec{I}$ و $\vec{U}$ تسلسل	إنشاء فرينل تسلسل	الاستطاعة المتوسطة المستهلكة $P_{avg}=I_{eff}.U_{eff}.cos\varphi$
المقاومةالصرفة R	$X_R=R$	$\varphi=0$	$\varphi=0$	تجعل التوتر على توافق مع الشدة		$\varphi=0\Rightarrow cos\varphi=1\Rightarrow$ $P_{avg}=I_{eff}.U_{eff}\xrightarrow{U_{eff}=R.I_{eff}}$ الاستطاعة الحرارية $\boxed{P_{avg}=R.I_{eff}{}^2}$
الذاتية L (وشيعة مهملة مقاومة)	ممانعتها $X_L=L\omega$ (ردية الوشيعة)	$\varphi=+\frac{\pi}{2}$	$\varphi=-\frac{\pi}{2}$	تقدم التوتر على الشدة		$\varphi=\frac{\pi}{2}\Rightarrow cos\varphi=0\Rightarrow P_{avg}=0$ الذاتية لاتستهلك طاقة
المكثفة C	ممانعتها $X_C=\frac{1}{\omega c}$ (اتساعية المكثفة)	$\varphi=-\frac{\pi}{2}$	$\varphi=+\frac{\pi}{2}$	تؤخر التوتر عن الشدة		$\varphi=\frac{\pi}{2}\Rightarrow cos\varphi=0\Rightarrow P_{avg}=0$ المكثفة لاتستهلك طاقة

تطبيقات لحساب الممانعة الكلية و الاستطاعة المتوسطة المستهلكة وعامل استطاعة الدارة على بعض الدارات التسلسلية

دارة تحوي على التسلسل :	مقاومة صرفة (R) ووشيعة لها مقاومة (r , L) ومكثفة (C)	مقاومة صرفة (R) ووشيعة مهملة مقاومة (L) ومكثفة (C)	مقاومة صرفة (R) ومكثفة (C)	وشيعة لها مقاومة (r , L)
الممانعة الكلية للدارة Z :	$Z=\sqrt{(r+R)^2+(X_L-X_C)^2}$	$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$	$Z=\sqrt{R^2+X_C^2}$	$Z=\sqrt{r^2+X_L^2}$
عامل الاستطاعة $cos\varphi=\frac{\text{المقاومة}}{\text{الممانعة}}$ (زر)	$cos\varphi=\frac{r+R}{Z}$	$cos\varphi=\frac{R}{Z}$	$cos\varphi=\frac{R}{Z}$	$cos\varphi=\frac{r}{Z}$
الاستطاعة المتوسطة $P_{avg}=(\text{المقاومة})\times(\text{التيار})^2$	$P_{avg}=(r+R).I_{eff}^2$	$P_{avg}=R.I_{eff}^2$	$P_{avg}=R.I_{eff}^2$	$P_{avg}=r.I_{eff}^2$

الوشيعة التي لها مقاومة $(L\,,r)$

رديتها	$X_L=L\omega$	$Z_L=\sqrt{r^2+X_L^2}\xrightarrow{\text{نربع ونعزل}L}$ $\Rightarrow$ الذاتية $L=\frac{\sqrt{Z_2^2-r^2}}{\omega}$
ممانعتها	$Z_L=\sqrt{r^2+X_L^2}$	
طورها	على تسلسل: $(+\varphi)$ حادة موجبة	على تفرع: $(-\varphi)$ حادة سالبة
إنشاء فرينل على التفرع	تعطي مثلث غير قائم نكتب : (علاقة شعاعية – علاقة التجيب)	

العلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{I_{eff}}=\overrightarrow{I_{eff1}}+\overrightarrow{I_{eff2}}$

علاقة التجيب :

$$I_{eff}{}^2=I_{eff1}^2+I_{eff2}^2+2I_{eff1}.I_{eff2}.cos(\varphi_2-\varphi_1)$$

$cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow$ $\varphi=\pm\frac{\pi}{4}\,rad$	$cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow$ $\varphi=\pm\frac{\pi}{6}\,rad$	$cos\varphi=\frac{1}{2}\Rightarrow$ $\varphi=\pm\frac{\pi}{3}\,rad$

ملاحظات الاستطاعة وعامل الاستطاعة والطاقة

♥ **حساب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة :**

- الاستطاعة التوسطة المستهلكة على التسلسل وأجزاء التفرع من :

$P_{avg}=$ أو من : المقاومة بمربع التيار $(\text{التيار})^2\times(\text{المقاومة})$

$I_{eff}.U_{eff}.cos\varphi$

- الاستطاعة المستهلكة في جملة الفرعين $p_{avg}=p_{avg1}+p_{avg2}$

$p_{avg}=I_{eff1}.U_{eff}.cos\varphi_1+I_{eff2}.U_{eff}.cos\varphi_2$

♥ **حساب عامل استطاعة الدارة :**

♥ في التسلسل وأجزاء التفرع : $cos\varphi=\frac{\text{المقاومة}}{\text{الممانعة}}$ (زر)

♥ في الدارة التفرعية الكلية : $cos\varphi=\frac{P_{avg}}{I_{eff}.U_{eff}}$

♥ **حساب الطاقة الحرارية للمقاومة** $\boxed{E=p_{avgR}.t}$

♥ **المصباح الكهربائي ذو الذاتية المهملة يعتبر مقاومة صرفة R**

♥ **جهاز تسخين كهربائي ذاتيته مهملة يعتبر مقاومة صرفة R**

♥ **إذا وصل جهاز من طرفي جهاز فالوصل تفرع**

♥ **يعطي شدة تيار I وتوتر متواصل U نحسب مقاومة الوشيعة** $r=\frac{U_{\text{متواصل}}}{I_{\text{متواصل}}}$

- **حالة التجاوب الكهربائي (الطنين الكهربائي)** $X_L = X_C$ *وفق الشروط :*

1- دارة تسلسل 2- تغيير في الدارة (تغيير تواتر أو إضافة جهاز جديد) 3- ذكر إحدى الجمل الأربعة :

❖ الممانعة أصغر مايمكن $Z = R$ ❖ التيار بأكبر قيمة له $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$ ❖ عامل الاستطاعة يساوي الواحد $cos\varphi = 1$ ❖ التوتر على وفاق مع الشدة $\varphi = 0$)

في حالة التجاوب الكهربائي (الطنين) نكتب $(X_L = X_C \Rightarrow L\omega = \frac{1}{\omega c})$ ونعزل المجهول ونحسب تيار جديد من العلاقة $(I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R})$

♥ **حالات خاصة :**

في التسلسل عندما يضيف جهاز ويذكر جملة (بقيت شدة التيار نفسها) ⇐ Zقبل الإضافة $=$ Zبعد الإضافة

في التفرع عندما يضيف جهاز ويذكر جملة (فرق الكمون على توافق مع التيار) : نرسم إنشاء فرينل لكل الدارة وشعاع (I) المضاف نرسمه لحد ال (U) فنحصل على مثلث قائم ، نحسب منه (I) المضاف

♥ **خاص بالمكثفات** :

خاص بالمكثفات	وصل المكثفات على التسلسل	ضم المكثفات على التفرع
تحديد نوع الضم (نقارن C مع السعة الكلية C_{eq})	$C_{eq} < C$	$C_{eq} > C$
حساب سعة المكثفة المضافة (C')	جمع مقاليب $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C}}$	جمع عادي $C_{eq} = C + C' \Rightarrow \boxed{C' = C_{eq} - C}$
حساب عدد المكثفات المتماثلة (n)	نقسم على n $C = \frac{C_1}{n} \Rightarrow \boxed{n = \frac{C_1}{C}}$	نضرب ب n $C = n.C_1 \Rightarrow \boxed{n = \frac{C}{C_1}}$

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى (درس): يعطى تابع التوتر اللحظي بين نقطتين **a** و **b** بالعلاقة : $\bar{U} = 130\sqrt{2}\cos 100\pi t \ (v)$

1. أحسب التوتر المنتج للتيار وتواتره
2. نصل بين النقطتين **a** و **b** وشيعة مقاومتها $(r = 25\Omega)$ ، وذاتيتها $(L = \frac{3}{5\pi}H)$. احسب الشدة المنتجة. وعامل استطاعة الدارة والاستطاعة المتوسطة المستهلكة فيها .
3. نرفع الوشيعة ، ثم نصل النقطتين **a** و **b** بمقاومة $(R = 30\Omega)$ موصولة على التسلسل مع مكثفة سعتها $(c = \frac{1}{4000\pi}F)$. ووشيعة مقاومتها مهملة فتصبح الشدة المنتجة للتيار بأكبر قيمة ممكنة لها ، أحسب قيمة ذاتية الوشيعة و الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة .

المعطيات : $\bar{U} = 130\sqrt{2}\cos 100\pi t \ (v)$

الحل :

1- التوتر المنتج $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

$U_{eff} = \frac{130\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{U_{eff} = 130\ (V)}$

تواتر التيار $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f = 50\ Hz}$

2- $\mathrm{L} = \frac{3}{5\pi}H$, $r = 25\Omega$

♥ حساب شدة التيار المنتجة: $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z_L}$

نحسب ممانعة الوشيعة Z_L: $Z_L = \sqrt{r^2 + x_L^2}$

نحسب ردية الوشيعة $X_L = L\omega$

$X_L = \frac{3}{5\pi} \times 100\pi = 60(\Omega)$

$\Rightarrow Z_L = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{625 + 3600}$

$Z_L = \sqrt{4225} = 65(\Omega)$

نعوض لحساب شدة التيار المنتجة

$I_{eff} = \frac{130}{65} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = 2(A)}$

♥ حساب عامل استطاعة الدارة $cos\varphi$

$cos\varphi = \frac{r}{Z_L} = \frac{25}{65} \Rightarrow \boxed{cos\varphi = \frac{5}{13}}$

♥ حساب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة:

$P_{avg} = I_{eff} . U_{eff}\ cos\varphi$

$P_{avg} = 2 \times 130 \times \frac{5}{13} \Rightarrow \boxed{P_{avg} = 100\ watt}$

3- $c = \frac{1}{4000\pi}F$, $R = 30\Omega$

, $L = ?$, $I'_{eff} = ?$

التيار بأكبر قيمة ممكنة له ⇐ (تجاوب كهربائي)

♥ حساب ذاتية الوشيعة $X_L = X_C$

$L\omega = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 c}$

$L = \frac{1}{(100\pi)^2 \times \frac{1}{4000\pi}} = \frac{1}{10000\pi^2 \times \frac{1}{4000\pi}}$

$L = \frac{4}{10\pi} \Rightarrow \boxed{L = \frac{2}{5\pi}(H)}$

♥ حساب شدة التيار المنتجة:

$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{130}{30}$

$\boxed{I'_{eff} = \frac{13}{3}(A)}$

المسألة الثانية (درس) : نطبق توتراً متواصلاً 6 V على طرفي وشيعة ،فيمر فيها تيار شدته 0.5 A، وعندما نطبق توتراً متناوباً جيبياً بين طرفي الوشيعة نفسها قيمته المنتجة (الفعّالة) 130 V تواتره 50Hz يمر فيها تيار شدته المنتجة 10 A **والمطلوب حساب**

1. مقاومة الوشيعة ، وذاتيتها
2. عدد لفات الوشيعة علماً أن مساحة مقطعه $\frac{1}{80}\,m^2$ وطولها 1 m
3. أحسب سعة المكثفة الواجب ربطها على التسلسل مع الوشيعة السابقة حتى يصبح عامل استطاعة الدارة يساوي الواحد ثم حساب الشدة المنتجة للتيار والاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة عندئذٍ

الحل :

-1

♥ معلومات التيار المتواصل:

$I = 0.5 = \frac{1}{2}(A)$ ، $U = 6(V)$

الوشيعة في حالة التيار المتواصل تعمل عمل مقاومة فقط

$$r = \frac{U}{I} = \frac{6}{\frac{1}{2}} \Longrightarrow \boxed{r = 12\ (\Omega)}$$

♥ معلومات التيار المتناوب

$I_{eff} = 10(A)\quad U_{eff} = 130\ (V)$

$f = 50(Hz)$

حساب ذاتية الوشيعة من X_L

نحسب ممانعة الوشيعة أولاً: $Z_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$

$$Z_L = \frac{130}{10} = 13(\Omega)$$

حساب X_L من Z_L: $Z_L = \sqrt{r^2 + X_L^2}$

$$\overset{\text{نربع}}{\Longrightarrow} Z_L^2 = r^2 + X_L^2 \overset{\text{نعزل}}{\Longrightarrow} X_L^2 = Z_L^2 - r^2 \overset{\text{نجذر}}{\Longrightarrow}$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - r^2} = \sqrt{169 - 144}$$

$$X_L = \sqrt{25} \Longrightarrow X_L = 5(\Omega)$$

نحسب L من X_L: $X_L = L\omega$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5}{2\pi \times 50} \Longrightarrow \boxed{L = \frac{1}{20\pi}(H)}$$

-2 $S = \frac{1}{80}(m^2)\quad l = 1(m)\quad (\pi^2 \approx 10)$

نحسب عدد لفات الوشيعة من قانون ذاتيتها

$$L = 4\pi \times 10^{-7} N^2 \frac{S}{l} \overset{\text{نعوض}}{\Longrightarrow}$$

$$\frac{1}{20\pi} = 4\pi \times 10^{-7} N^2 \frac{1}{80}$$

$$1 = 10^{-6} N^2 \Longrightarrow N^2 = 10^6$$

$$\overset{\text{نجذر}}{\Longrightarrow} \boxed{N = 10^3\ \text{لفة}}$$

-3 عامل الاستطاعة يساوي الواحد ⟸ (تجاوب كهربائي)

♥ حساب سعة المكثفة $X_L = X_c$

$$L\omega = \frac{1}{\omega c} \Longrightarrow$$

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{20\pi} \times 10000\pi^2} \Longrightarrow \boxed{C = \frac{1}{500\pi}(F)}$$

♥ حساب الشدة المنتجة للتيار

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{r} = \frac{130}{12} A$$

♥ حساب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة

$$P_{avg} = \underbrace{I'_{eff}}_{\text{جديد}} \cdot \underbrace{U_{eff}}_{\text{نفسو}} \underbrace{\cos\varphi}_{1}$$

$$P_{avg} = \frac{130}{12} \times 130 \times 1$$

$$\boxed{P_{avg} = \frac{16900}{12}(watt)}$$

مسألة خارجية: نضع وشيعة ذاتيتها $L = \frac{1}{\pi}(H)$ ومقاومتها $r = 100\ \Omega$ بين نقطتين $(a\,,b)$ ونطبق بين النقطتين توتر متناوب جيبي قيمة توتره المنتج $U_{eff} = 200(V)$ وتواتره $f = 50Hz$ **والمطلوب**

1. أحسب ممانعة الوشيعة
2. أحسب الشدة المنتجة للتيار المارة في الدارة ثم أكتب التابع الزمني للشدة اللحظية المارة فيها
3. أكتب التابع الزمني للتوتر اللحظي المطبق بين طرفي الوشيعة
4. أحسب سعة المكثفة الواجب إضافتها على التسلسل مع الوشيعة السابقة لتبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها .

المعطيات: $L = \frac{1}{\pi}(H)$ ، $r = 100\ \Omega$ ، $U_{eff} = 200(V)$ ، $f = 50Hz$

.1 ممانعة الوشيعة $Z_L = \sqrt{r^2 + X_L^2}$

نحسب ردية الوشيعة X_L

$$X_L = L\omega$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(50) = 100\pi(rad.s^{-1})$$

$$X_L = \frac{1}{\pi} \times 100\pi = 100\Omega$$

$$Z_L = \sqrt{(100)^2 + (100)^2} = \sqrt{10000 \times 2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{Z_L = 100\sqrt{2}\ \Omega}$$

.2 حساب الشدة المنتجة للتيار

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z_L} = \frac{200}{100\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{I_{eff} = \sqrt{2}\ (A)}$$

تابع الشدة اللحظية

$$i = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

التيار الأعظمي $I_{max} = I_{eff}.\sqrt{2}$

$$I_{max} = 2\ (A)\quad \varphi = 0$$

$$\boxed{i = 2\cos 100\pi t\ (A)}$$

.3 $\boxed{u = U_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})}$

التوتر الأعظمي $U_{max} = U_{eff}.\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\ (V)$

حساب φ من: $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{r}{Z_L} = \frac{100}{100\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = +\frac{\pi}{4} rad}$$

$$\Rightarrow \boxed{U = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})(V)}$$

.4 لتبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها $\boxed{c = ?}$

$$\underset{\text{قبل الإضافة}}{Z} = \underset{\text{بعد الإضافة}}{Z'}$$

$$\sqrt{r^2 + X_L^2} = \sqrt{r^2 + (X_L - X_c)^2}$$

$$\overset{\text{نربع}}{\Rightarrow} r^2 + X_L^2 = r^2 + (X_L - X_c)^2$$

$$(X_L - X_c)^2 = X_L^2 \overset{\text{نجذر}}{\Longrightarrow}$$

$$X_L - X_c = \pm X_L$$

- إما

$X_L - X_c = +X_L \Rightarrow X_c = 0$ مرفوض

- أو

$$X_L - X_c = -X_L \Rightarrow X_c = 2X_L$$

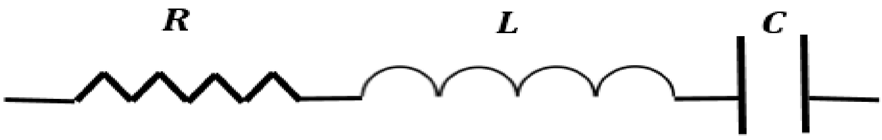
$$\frac{1}{\omega c} = 2X_L \Rightarrow c = \frac{1}{2X_L.\omega}$$

$$c = \frac{1}{2\times100\times100\pi} \Rightarrow \boxed{c = \frac{1}{20000\pi}(F)}$$

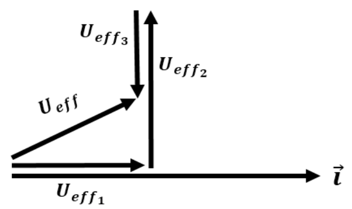
المسألة الخامسة (درس) : (دورة 2013- شبيهة 2017) مأخذ تيار متناوب جيبي ، تواتره $f = 50Hz$ ، نربط بين طرفيه الأجهزة الآتية على التسلسل : مقاومة أومية R ، وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها L ، مكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\pi} F$ فيكون التوتر المنتج بين طرفي كل من أجزاء الدارة هو على الترتيب : $U_{eff_1} = 30V , U_{eff_2} = 80V, U_{eff_3} = 40V$. **المطلوب**

1. استنتج قيمة التوتر المنتج الكلي بين طرفي المأخذ باستخدام إنشاء فرينل .
2. احسب قيمة الشدة المنتجة المارة في الدارة ، ثم اكتب التابع الزمني لتلك الشدة .
3. احسب الممانعة الكلية للدارة . 4. احسب ذاتية الوشيعة ، واكتب التابع الزمني للتوتر بين طرفيها .
5. أحسب عامل استطاعة الدارة . 6. نضيف إلى المكثفة في الدارة السابقة مكثفة ´C مناسبة فتصبح الشدة المنتجة للتيار بأكبر قيمة لها ، **والمطلوب :** a) حدد الطريقة التي تم بها ضم المكثفتين . b) احسب سعة المكثفة المضمومة ´C . c) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة في هذه الحالة .

المعطيات : $U_{eff_1} = 30V , U_{eff_2} = 80V, U_{eff_3} = 40V$ ، $C = \frac{1}{4000\pi}F$ ، $f = 50Hz$



.1 إنشاء فرينل



حسب فرينل:

$$\overrightarrow{U_{eff}} = \overrightarrow{U_{eff_1}} + \overrightarrow{U_{eff_2}} + \overrightarrow{U_{eff_3}}$$

$$U_{eff}^2 = U_{eff_1}^2 + \left(U_{eff_2} - U_{eff_3}\right)^2$$

$$U_{eff} = \sqrt{U_{eff_1}^2 + \left(U_{eff_2} - U_{eff_3}\right)^2}$$

نعوض:

$$U_{eff} = \sqrt{(30)^2 + (80 - 40)^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500}$$

$$\boxed{U_{eff} = 50\ (V)}$$

.2 حساب الشدة المنتجة I_{eff} :

$$I_{eff} = \frac{U_{eff_3}}{X_C}$$

نحسب اتساعية المكثفة X_C: $X_C = \frac{1}{\omega c}$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi(50) = 100\pi\ (rad.s^{-1})$$

$$X_c = \frac{1}{100\pi\times\frac{1}{2000\pi}} = 20(\Omega)$$

$$\Rightarrow I_{eff} = \frac{40}{20} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = 2(A)}$$

التابع الزمني للشدة:

$$i = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

$$I_{max} = I_{eff}.\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(A)$$

$\bar{\varphi} = 0$ (تسلسل I ثابت)

$$\boxed{i = 2\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (A)}$$

.3 حساب الممانعة الكلية :

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{50}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z = 25(\Omega)}$$

.4 نحسب ذاتية الوشيعة من X_L:

$$X_L = \frac{U_{eff_2}}{I_{eff}} = \frac{80}{2} = 40\ (\Omega)$$

$$X_L = L\omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40}{100\pi}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{4}{10\pi} = \frac{2}{5\pi}\ (H)}$$

التابع الزمني للتوتر بين طرفي الوشيعة:

$$\bar{U}_2 = U_{max_2}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$$

$$U_{max2} = U_{eff_2}\sqrt{2} = 80\sqrt{2}(V)$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{2}\ (rad)$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{U}_2 = 80\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})(V)}$$

.5 $cos\varphi = \frac{R}{Z}$

نحسب R أولاً: $R = \frac{U_{eff_1}}{I_{eff}} = \frac{30}{2} = 15\ (\Omega)$

$$\boxed{cos\varphi = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}}$$

.6 الشدة المنتجة للتيار بأكبر قيمة لها $\Longleftarrow$ حالة تجاوب كهربائي

a) نحسب $\boxed{C_{eq}}$ ثم نقارنها مع $C = \frac{1}{2000\pi}F$ لمعرفة نوع الوصل

$$X_L = X_c \Rightarrow L\omega = \frac{1}{\omega c_{eq}} \Rightarrow$$

$$c_{eq} = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{2}{5\pi}\times 10000\pi^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{1}{4000\pi}F}$$

$C_{eq} < C$ الوصل على التسلسل

b) الوصل على تسلسل (جمع مقاليب)

$$\frac{1}{c_{eq}} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c'} \Rightarrow \frac{1}{c'} = \frac{1}{c_{eq}} - \frac{1}{c} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{c'} = \frac{1}{\frac{1}{4000\pi}} - \frac{1}{\frac{1}{2000\pi}} \Rightarrow \frac{1}{c'} = 2000\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{c' = \frac{1}{2000\pi}F}$$

c) حساب الاستطاعة المستهلكة المتوسطة

$$P_{avg} = \underbrace{I'_{eff}}_{\text{جديد}}\ \underbrace{U_{eff}}_{\text{نفسو}}\ \underbrace{cos\varphi}_{\text{واحد}}$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}(A)$$

$$P_{avg} = \frac{10}{3} \times 50 \times 1 \Rightarrow \boxed{P_{avg} = \frac{500}{3}(watt)}$$

المسألة السادسة (درس)

: نصل طرفي مأخذ تيار متناوب جيبي توتره المنتج $U_{eff} = 100V$، وتواتره $50Hz$ إلى دارة تحوي على التسلسل مقاومة R، ومكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\pi}F$،

المطلوب:

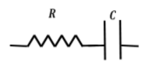
.1 احسب قيمة المقاومة إذا كان فرق الكمون المنتج بين طرفيها $60V$.

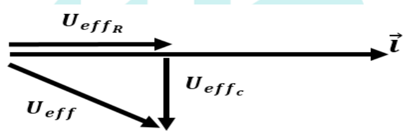
.2 نضيف على التسلسل إلى الدارة السابقة وشيعة مناسبة مقاومتها مهملة بحيث تبقى الشدة المنتجة نفسها، احسب ذاتية هذه الوشيعة.

.3 نغير تواتر التيار في الدارة الاخيرة بحيث يحصل توافق بالطور بين شدة التيار والتوتر المطبق، احسب قيمة التواتر الجديد.

.4 تحذف المقاومة الصرف من الدارة الأخيرة ويعاد ربط المكثفة على التفرع مع الوشيعة بين طرفي مأخذ التيار، احسب قيمة الشدة المنتجة الأصلية للدارة في هذه الحالة باستخدام إنشاء فرينل.

1- حساب التوتر المنتج بين طرفي المكثفة باستخدام إنشاء فرينل (الوصل تسلسل i ثابت)





$$\overrightarrow{U_{eff}} = \overrightarrow{U_{eff_R}} + \overrightarrow{U_{eff_c}}$$

فيثاغورث: $U_{eff}^2 = U_{eff_R}^2 + U_{eff_c}^2$

$$\Rightarrow U_{eff_c} = \sqrt{U_{eff}^2 - U_{eff_R}^2}$$

$$U_{eff_C} = \sqrt{(100)^2 - (60)^2}$$

$$U_{eff_C} = \sqrt{10000 - 3600}$$

$$U_{eff_C} = \sqrt{6400} = 80(V)$$

نحسب اتساعية المكثفة $X_c = \frac{1}{\omega c}$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(50)$$

$$\omega = 100\pi\ rad.s^{-1}$$

$$X_C = \frac{1}{100\pi\times\frac{1}{4000}\pi} = 40(\Omega)$$

- حساب I_{eff}: $I_{eff} = \frac{U_{eff_c}}{X_c}$

$$I_{eff} = \frac{80}{40} = 2\ (A)$$

- نحسب R: $R = \frac{U_{eff_R}}{I_{eff}}$

$$R = \frac{60}{2} \Rightarrow \boxed{R = 30(\Omega)}$$

2- لتبقى شدة التيار نفسها

$$\underbrace{Z}_{\text{قبل الإضافة}} = \underbrace{Z'}_{\text{بعد الإضافة}}$$

$$\sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{نربع}} R^2 + X_c^2 = R^2 + (X_L - X_c)^2$$

$$(X_L - X_c)^2 = X_c^2 \xrightarrow{\text{نجذر}}$$

$$X_L - X_c = \pm X_c$$

إما $X_L - X_c = -X_c \Rightarrow X_L = 0$ مرفوض

أو $X_L - X_c = +X_C \Rightarrow X_L = 2X_C$

$$\Rightarrow L\omega = 2X_c \Rightarrow L = \frac{2X_c}{\omega}$$

$$L = 2 \times \frac{40}{100\pi} = \frac{8}{10\pi} \Rightarrow$$

$$\boxed{L = \frac{4}{5\pi}(H)}$$

3- توافق في الطور بين الشدة و التوتر $\Longleftarrow$ تجاوب كهربائي

$$X_L = X_c \Rightarrow L\omega_r = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow$$

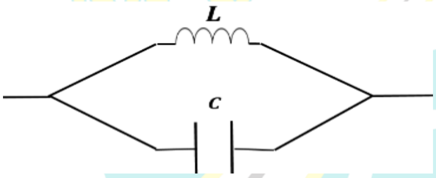
$$\omega_r^2 = \frac{1}{Lc} \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \Rightarrow$$

$$2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \Rightarrow \boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{4}{5\pi}\times\frac{1}{4000\pi}}} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{5000}}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{\sqrt{5000}}{2}HZ$$

4- وشيعة مهملة المقاومة ومكثفة على التفرع

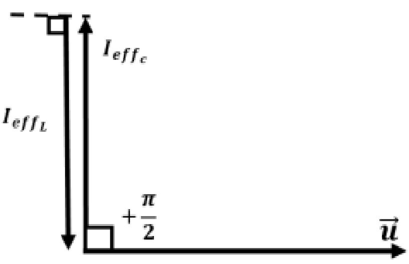


من الطلب الثالث إن: $X_L = X_c$

$$I_{eff_L} = \ldots$$

التوتر ثابت I_{eff_c} $\begin{cases} I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{X_L} \\ I_{eff_c} = \frac{U_{eff}}{X_c} \end{cases}$

إنشاء فرينل:



$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_L}} + \overrightarrow{I_{eff_c}}$$

من الإنشاء $I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_c}$

$$\xrightarrow{I_{eff_L} = I_{eff_c}} \boxed{I_{eff_{\text{كلي}}} = 0}$$

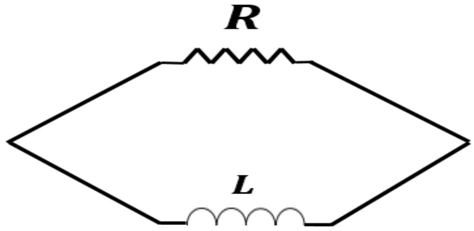
- حالة خنق تيار.

مسألة خارجية : مأخذ تيار متناوب جيبي توتره اللحظي يعطى بالعلاقة: $\bar{u} = 60\sqrt{2}cos100\pi t\ \ (V)$ نضع بين طرفي المأخذ فرعين يحوي الأول مقاومة صرفة $R = 15\ \Omega$ والثاني يحوي وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها $L = \frac{1}{5\pi}(H)$ **والمطلوب :**

1. أحسب التوتر المنتج للتيار وتواتره
2. أحسب الشدة المنتجة للتيار في كلا الفرعين وأكتب معادلة الشدة في كل فرع .
3. أحسب الشدة المنتجة الكلية في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل .
4. أحسب الاستطاعة المتوسطة الكلية المصروفة في كلا الفرعين .

المعطيات $\bar{u} = 60\sqrt{2}cos100\pi t\ \ (V)$ ، $R = 15\ \Omega$ ، $L = \frac{1}{5\pi}(H)$

الحل :



-1 التوتر المنتج $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Longrightarrow U_{eff} = 60\ (V)$

تواتر التيار: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} \Longrightarrow f = 50\ (Hz)$

-2

♥ الشدة المنتجة في فرع المقاومة الصرفة

$$I_{eff_R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{60}{15} = 4\ (A)$$

معادلة الشدة: $\bar{\imath}_R = I_{max_R}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_R)$

$I_{max_R} = I_{eff_R}.\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(A)$ ، $\varphi_R = 0$

$$\Longrightarrow \boxed{i_R = 4\sqrt{2}cos100\pi t(A)}$$

♥ الشدة المنتجة في فرع الوشيعة

$$I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{X_L}$$

$$X_L = L\omega = \frac{1}{5\pi} \times 100\pi = 20(\Omega)$$

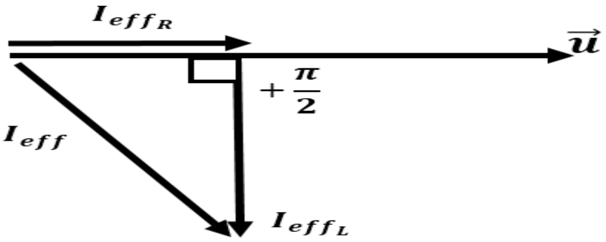
$$I_{eff_L} = \frac{60}{20} = 3(A)$$

معادلة الشدة: $i_L = I_{max_L}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_L)$

$I_{max_L} = I_{eff_L}.\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(A)$ ، $\varphi_L = -\frac{\pi}{2}\ rad$

$$i_L = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})(A)$$

-3 إنشاء فرينل (الوصل تفرع U ثابت)



$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}}$$

حسب فيثاغورث: $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$\boxed{I_{eff} = 5\ (A)}$$

-4 الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين:

$$P_{avg} = P_{avg_R} + P_{avg_L}$$

$$P_{avg} = R\, {I_{eff_R}}^2 + 0$$

$$P_{avg} = 15 \times 16$$

$$\Longrightarrow P_{avg} = 240\ (watt)$$

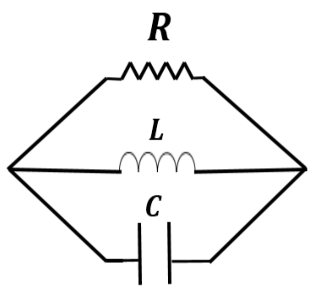
مسألة خارجية : مأخذ تيار متناوب جيبي توتره اللحظي يعطى بالعلاقة: $\bar{u} = 120\sqrt{2}cos100\pi t\ \ (V)$ نضع بين طرفي المأخذ ثلاثة فروع يحوي الأول مقاومة صرفة $R = 30\ \Omega$ والثاني يحوي وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها $L = \frac{1}{5\pi}(H)$ ويحوي الثالث مكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\ \pi}\ F$

والمطلوب :

1. أحسب التوتر المنتج للتيار وتواتره
2. أحسب الشدة المنتجة للتيار في كل فرع وأكتب معادلة الشدة في كل فرع .
3. أحسب الشدة المنتجة الكلية في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل .
4. أحسب الاستطاعة المتوسطة الكلية المصروفة في الجملة وعامل استطاعة الدارة .

المعطيات : $\bar{u} = 120\sqrt{2}cos100\pi t\ \ (V)$ ، $R = 30\ \Omega$ ، $L = \frac{1}{5\pi}(H)$ ، $C = \frac{1}{4000\ \pi}\ F$

الحل :



-1 التوتر المنتج : $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Longrightarrow U_{eff} = 120(V)$

تواتر التيار : $f = \frac{\omega}{2f} = \frac{100\pi}{2\pi} \Longrightarrow f = 50\ (Hz)$

-2 الشدة المنتجة ومعادلتها في كل فرع :

♥ الشدة المنتجة في فرع المقاومة الصرفة

$$I_{eff_R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{120}{30} = 4(A)$$

معادلة الشدة: $i_R = I_{max_R}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_R)$

$$I_{max_R} = I_{eff_R}.\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(A)$$

$$\varphi_R = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\imath}_R = 4\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (A)}$$

♥ الشدة المنتجة في فرع الوشيعة:

$$I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{X_L}$$

$$X_L = L\omega = \frac{1}{5\pi} \times 100 = 20(\Omega)$$

$$I_{eff_L} = \frac{120}{20} = 6\ (A)$$

معادلة الشدة: $\bar{\imath}_L = I_{max_L}\cos(\omega t + \overline{\varphi_L})$

$$I_{max_L} = I_{eff_L}.\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(A)$$

$$\varphi_L = -\frac{\pi}{2} rad$$

$$\boxed{\bar{\imath}_L = 6\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})(A)}$$

♥ الشدة المنتجة في فرع المكثفة

$$I_{eff_c} = \frac{U_{eff}}{X_c}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{4000\pi}} = 40\ (\Omega)$$

$$I_{eff_c} = \frac{120}{40} = 3(A)$$

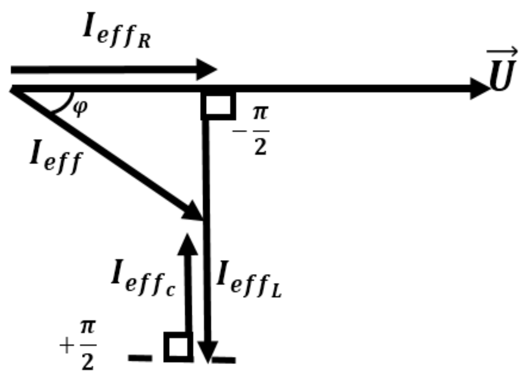
معادلة الشدة: $\bar{\imath}_c = I_{max_c}\cos(\omega t + \overline{\varphi_c})$

$$I_{max_c} = I_{eff_c}.\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(A)$$

$$\varphi_c = +\frac{\pi}{2} rad$$

$$\boxed{\bar{\imath}_c = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A)}$$

-3 إنشاء فرينل (الوصل تفرع U ثابت)



$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}} + \overrightarrow{I_{eff_c}}$$

حسب فيثاغورث $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + \left(I_{eff_L} - I_{eff_c}\right)^2$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + \left(I_{eff_L} - I_{eff_c}\right)^2}$$

$$I_{eff} = \sqrt{16 + (6-3)^2} = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{eff} = 5\ (A)}$$

-4 الاستطاعة المتوسطة في الجملة

$$P_{avg} = P_{avg_R} + P_{avg_L} + P_{avg_c}$$

$$P_{avg} = RI_{eff_R}^2 + 0 + 0$$

$$P_{avg} = RI_{eff_R}^2$$

$$P_{avg} = 30 \times 16 = 480\ (watt)$$

عامل استطاعة الدارة (من إنشاء فرينل)

$$cos\varphi = \frac{I_{eff_R}}{I_{eff}} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0.8$$

المسألة الرابعة (درس) : يعطى تابع التوتر اللحظي بين طرفي مأخذ بالعلاقة :

$$\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos120\pi t\ (V)$$ **والمطلوب**

1. احسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار
2. نضع بين طرفي المأخذ مصباحاً كهربائياً ذاتيته مهملة ، فيمر تيار شدته المنتجة $(6A)$. احسب قيمة المقاومة الأومية للمصباح، واكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها .
3. نصل بين طرفي المقاومة في الدارة السابقة وشيعة عامل استطاعتها $\left(\frac{1}{2}\right)$ فيمر في الوشيعة تيار شدته المنتجة $(10A)$ ، احسب ممانعة الوشيعة ومقاومتها والاستطاعة المستهلكة فيها ، ثم اكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها .
4. احسب قيمة الشدة المنتجة في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل .
5. احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين ، وعامل استطاعة الدارة
6. أحسب سعة المكثفة الواجب ربطها على التفرع بين طرفي المأخذ لتصبح شدة التيار الأصلية الجديدة على وفاق في الطور مع التوتر المطبق عندما تعمل الفروع الثلاثة معاً

المعطيات: $\bar{u} = 120\sqrt{2}cos120\pi t\ (V)$

1- التوتر المنتج : $U_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120(V)$

تواتر التيار : $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi} = 60Hz$

2- مصباح كهربائي ذاتيته مهملة أي مقاومة صرفة R:

$I_{effR} = 6(A) \qquad R = ?$

♥ حساب المقاومة الصرفة:

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{effR}} = \frac{120}{6} = 20\Omega$$

♥ تابع الشدة في المقاومة

$$\bar{\imath}_R = I_{max_R}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_R)$$

$$I_{maxR} = I_{effR}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\ A$$

$\varphi = 0 \qquad \omega = 120\pi\ rad.s^{-1}$

$$\boxed{i_R = 6\sqrt{2}\cos 120\pi t\ \ (A)}$$

3- الوشيعة لها مقاومة $\Leftarrow \cos\varphi_2 = \frac{1}{2}$

$I_{eff2} = 10(A)$

♥ حساب ممانعة الوشيعة

$$Z_2 = \frac{u_{eff}}{I_{eff2}} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

♥ حساب مقاومة الوشيعة :

$$\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_2} \Rightarrow r = Z_2.\cos\varphi_2$$

$$r = 12 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r = 6\Omega}$$

♥ حساب الاستطاعة المستهلكة في الوشيعة:

$$P_{avg2} = .I_{eff2}.u_{eff}.\cos\varphi_2$$

$$P_{avg2} = 10 \times 120 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P_{avg2} = 600(watt)}$$

♥ تابع الشدة اللحظية في الوشيعة:

$$\bar{\imath}_2 = I_{max2}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$$

$$I_{max2} = I_{eff2}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}(A)$$

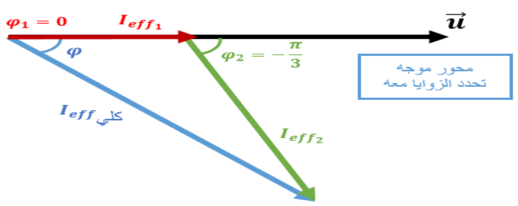
$$\omega = .\ \cos\varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}rad$$

$120\pi\ rad.s^{-1}$

الوصل تفرع نختار الزاوية $-\frac{\pi}{3}$

$$\boxed{\bar{\imath}_2 = 10\sqrt{2}\cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right) A}$$

4- الشدة في الدارة الأصلية (الكلية ، الخارجية) $I_{eff\,كلي} = ?$



نربع الطرفين ، علاقة التجيب : $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff1}} + \overrightarrow{I_{eff2}}$

$$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$I_{eff} = \sqrt{36 + 100 + 2 \times 10 \times 6 \times \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{I_{eff} = \sqrt{196} = 14(A)}$$

5- الاستطاعة الكلية $P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2}$

$$P_{avg} = I_{eff1}u_{eff}\cos\varphi_1 + I_{eff2}u_{eff}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 6 \times 120 \times 1 + 10 \times 120 \times \frac{1}{2}$$

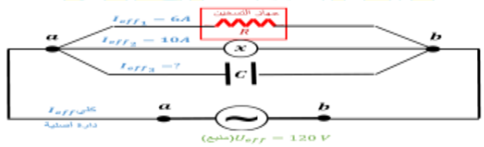
$$\boxed{P_{avg} = 1320(wat)}$$

حساب عامل استطاعة الدارة (لا تنسَ الدارة تفرعية)

$$P_{avg} = I_{eff}u_{eff}\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{u_{eff}I_{eff}} = \frac{1320}{120 \times 14} = \frac{66}{6 \times 14} = \frac{11}{14}$$

6- نحسب سعة المكثفة C من X_c بعد حسابها من: $X_c = \frac{u_{eff}}{I_{eff3}}$



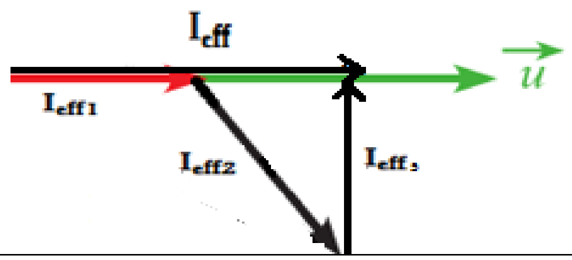
نحسب I_{eff3} من المثلث القائم في إنشاء فرينل :

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{I_{eff3}}{I_{eff2}} \Rightarrow I_{eff3} = I_{eff2}\sin\frac{\pi}{3}$$

$$I_{eff3} = 10\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$$

$$X_c = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}\Omega$$

$$X_c = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{120\pi.8\sqrt{3}} = \frac{1}{960\pi\sqrt{3}}\ F$$



المسألة 22 (عامة) يغذي تيار متناوب جيبي يعطى توتره اللحظي $\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$ الجهازين الآتيين المربوطين على التفرع:

a. جهاز تسخين كهربائي ذاتيته مهملة يرفع درجة حرارة $1kg$ من الماء من الدرجة $0C°$ إلى الدرجة $72C°$ خلال $7min$ بمردود تسخين 100%

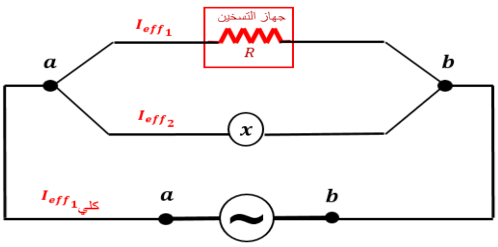
b. محرك استطاعته $600Wat$ وعامل استطاعته $\frac{1}{2}$ فيه التيار متأخر بالطور عن التوتر، **والمطلوب**

1. احسب الشدة المنتجة للتيار في كل من الفرعين، واكتب تابع الشدة اللحظية في كل منهما.

2. احسب الشدة المنتجة الكلية باستخدام إنشاء فرينل، واحسب عامل استطاعة الدارة.

3. احسب سعة المكثفة التي ضمت أيضاً على التفرع في الدارة جعلت الشدة الكلية متفقة بالطور مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الأجهزة جميعاً، واحسب قيمة الشدة المنتجة في الدارة الأصلية عندئذ.

4. نستعمل التوتر السابق لتغذية دارة تتألف من فرعين يحوي أحدهما المكثفة السابقة ويحوي الآخر وشيعة مهملة المقاومة احسب ردية الوشيعة التي تنعدم من أجلها شدة التيار في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل.



المعطيات: $c = 4200\ j\ kg^{-1}C°^{-1}$ (الحرارة الكتلية للماء)

a. <u>الفرع الأول:</u> **جهاز تسخين مقاومته مهملة (مقاومة صرفة)**

خلال: $\Delta t = 7\ min = 7 \times 60s$ ، مردود التسخين 100% ، $t_1 = 0°\ C \xrightarrow{\text{إلى}} 72°C$ ، $m = 1kg$ (ماء)

b. <u>الفرع الثاني:</u> محرك $P_{avg} = 600\ watt$ ، $\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}$ (التيار متأخر بالطور عن التوتر)

-1 $I_{eff_1} = ?$ ، $I_{eff_2} = ?$ وكتابة تابع الشدة اللحظية في كل من الفرعين.

♥ لحساب $I_{eff_1} = ?$ (الفرع الأول)

حسب مبدأ التوازن الحراري:

$\frac{100}{100} \times$ (الطاقة الحرارية المنتشرة عن مرور التيار في المقاومة خلال فاصل زمني) = (الطاقة الحرارية التي يكتسبها الماء خلال الفاصل زمني نفسه (Δt))

$$E = P_{avg_R}.t = I_{eff}U_{eff}.t = RI^2_{eff}.t$$

$$\underbrace{\underset{kg}{m}\,.\,\underset{\frac{J}{kg.°C}}{C}\,.\,\underset{°C}{\Delta t}}_{J} = \underbrace{I_{eff_1}U_{eff}t}_{J}$$

$$\Rightarrow I_{eff_1} = \frac{m\,c\,\Delta t}{U_{eff}t}$$

لحساب $U_{eff} = ?$: $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\ V$

$$I_{eff_1} = \frac{1\times4200\times(72-0)}{120\times7\times60} \Rightarrow \boxed{I_{eff_1} = 6A}$$

التابع الزمني للتيار في الفرع الأول: $\bar{\imath}_1 = I_{max_1}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_1)$

$\omega = 100\pi\ rad.s^{-1}$

جهاز التسخين مقاومة صرفة $\Leftarrow \varphi_1 = 0$ (وفاق)

$I_{max_1} = I_{eff_1}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}A$

نعوض الثوابت: $\boxed{\bar{\imath}_1 = 6\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (A)}$

♥ لحساب $I_{eff_2} = ?$ (الفرع الثاني)

$P_{avg_2} = U_{eff}I_{eff_2}\cos\varphi_2$ ، $\left[\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}\right]$

$$I_{eff_2} = \frac{P_{avg_2}}{U_{eff}\cos\varphi_2} = \frac{600}{120\times\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{I_{eff_2} = 10A}$$

كتابة التابع الزمني للتيار في الفرع الثاني: $\bar{\imath}_2 = I_{max_2}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$

$I_{max_2} = I_{eff_2}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

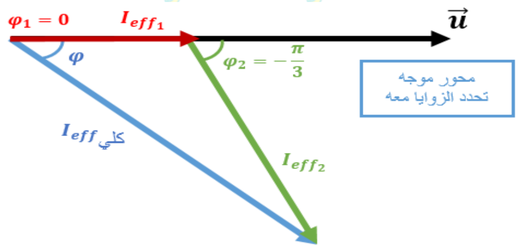
$\omega = 100\pi\ rad.s^{-1}$

$\cos\varphi_2 = \frac{1}{2} \Longrightarrow \bar{\varphi}_2 = -\frac{\pi}{3}rad$

التيار متأخر بالطور عن التوتر

$$\boxed{\bar{\imath}_2 = 10\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)A}$$

2- الشدة في الدارة الأصلية (الكلية ، الخارجية) $I_{eff\,كلي} = ?$



$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff1}} + \overrightarrow{I_{eff2}}$$

نربع الطرفين ، علاقة التجيب:

$$I^2_{eff} = I^2_{eff1} + I^2_{eff2} + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff} = \sqrt{I^2_{eff1} + I^2_{eff2} + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$I_{eff} = \sqrt{36 + 100 + 2\times10\times6\times\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{I_{eff} = \sqrt{196} = 14(A)}$$

♥ حساب عامل استطاعة الدارة (لا تنسَ الدارة تفرعية)

$$P_{avg} = I_{eff}u_{eff}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P_{avg\,\text{كلي}}}{u_{eff}I_{eff}}$$

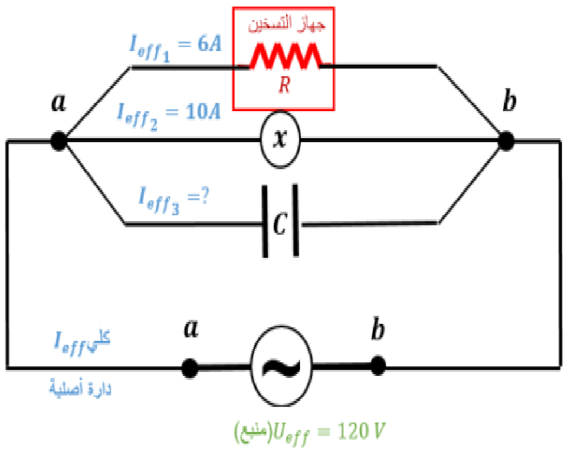
الاستطاعة الكلية $P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2}$

$$P_{avg} = I_{eff1}u_{eff}\cos\varphi_1 + I_{eff2}u_{eff}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 6\times 120\times 1 + 10\times 120\times\frac{1}{2} = 1320(wat)$$

$$\cos\varphi = \frac{1320}{120\times 14} = \frac{66}{6\times 14} = \frac{11}{14}$$

3- نحسب سعة المكثفة C من X_C بعد حسابها من: $X_C = \frac{u_{eff}}{I_{eff3}}$



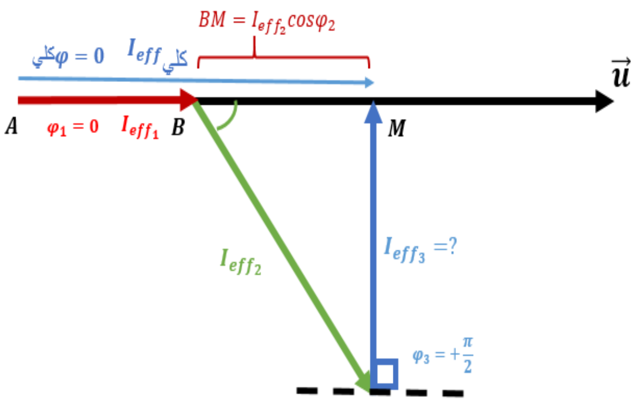
نحسب I_{eff3} من المثلث القائم في إنشاء فرينل :

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{I_{eff3}}{I_{eff2}} \Rightarrow I_{eff3} = I_{eff2}\sin\frac{\pi}{3}$$

$$I_{eff3} = 10\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$$

$$X_c = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}\Omega$$

$$X_c = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{100\pi.8\sqrt{3}} = \frac{1}{800\pi\sqrt{3}}\ F$$



لحساب $I_{eff\,\text{كلي}} = ?$

$$\vec{I}_{eff\,\text{كلي}} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2} + \vec{I}_{eff_3}$$

من الشكل: $I_{eff\,\text{كلي}} = AB + BM$

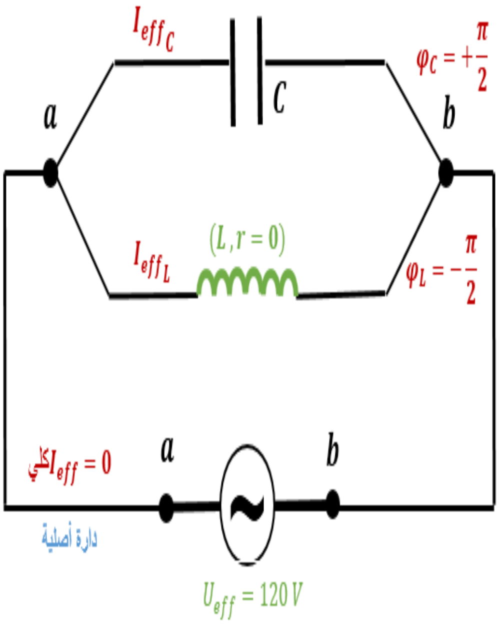
$$I_{eff} = I_{eff_1} + I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$I_{eff} = 6 + 10\times\frac{1}{2} = 11\ A$$

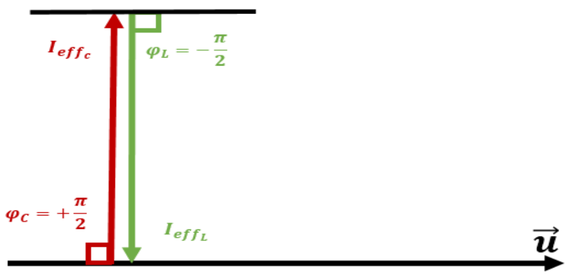
ملاحظة: مع الحل الهندسي لا نأخذ إشارة $[\varphi]$ بعين الاعتبار.

4- $X_L = ?$ (ردية الوشيعة)

التي من أجلها $I_{eff\,\text{كلي}} = 0$ (في الدارة الأصلية)



<u>إنشاء فرينل لهذه الدارة:</u>



من الإنشاء نجد: $\vec{I}_{eff\,\text{كلي}} = \vec{I}_{eff_C} + \vec{I}_{eff_L} = \vec{0}$

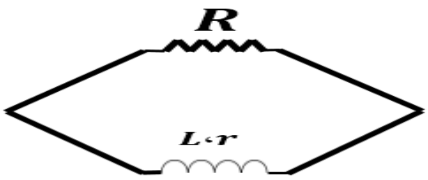
$$I_{eff\,\text{كلي}} = I_{eff_C} - I_{eff_L} = 0 \Longrightarrow I_{eff_C} = I_{eff_L}$$

$$\frac{U_{eff}}{X_C} = \frac{U_{eff}}{X_L} \xRightarrow{\text{الوصل تفرع}} X_C = X_L$$

وتدعى حالة اختناق التيار. $X_L = 8\sqrt{3}\Omega$

المسألة الثالثة (درس) : (دورة 1999) مأخذ لتيار متناوب جيبي بين طرفيه توتر لحظي يعطى بالعلاقة : $\bar{u} = 200\sqrt{2}cos100\pi t\ (V)$ نصلهما لدارة تحوي فرعين يحوي الأول مقاومة صرفة يمر فيها تيار شدته المنتجة (4A) ، ويحوي الفرع الثاني وشيعة يمر فيها تيار شدته المنتجة (5A) ، فيمر في الدارة الخارجية التيار شدته المنتجة (7A) . **والمطلوب حساب :**

1. أحسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار
2. قيمة المقاومة الصرفة ، وممانعة الوشيعة .
3. عامل استطاعة الوشيعة .
4. الاستطاعة الكلية المستهلكة في الدارة ، وعامل استطاعة الدارة



-1 التوتر المنتج

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{U_{eff} = 200(V)}$$

تواتر التيار

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} \Longrightarrow$$

$$\boxed{f = 50\ (Hz)}$$

-2

♥ قيمة المقاومة الصرفة

$$R + \frac{U_{eff}}{I_{eff_1}} = \frac{200}{4} \Longrightarrow \boxed{R = 50(\Omega)}$$

♥ ممانعة الوشيعة

$$Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{200}{5} \Longrightarrow \boxed{Z_2 = 40(\Omega)}$$

-3 الوصل تفرع $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}}$

نربع الطرفين (علاقة التجيب)

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}.I\_ff_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

نعوض

$$49 = 16 + 25 + 2 \times 4 \times 5\cos(\varphi_2 - 0)$$

$$cos\varphi_2 = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 0.2$$

-4 الاستطاعة المستهلكة في جملة الفرعين

$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2}$$

$$P_{avg} = I_{eff_1}.U_{eff}cos\varphi_1 + I_{eff_2}U\_effcos\varphi_2$$

$$= 4 \times 200 \times 1 + 5 \times 200 \times \frac{1}{5}$$

$$P_{avg} = 800 + 200$$

$$\boxed{P_{avg} = 1000\ (watt)}$$

عامل استطاعة الدارة

$$P_{avg} = I_{eff}.U_{eff}cos\varphi$$

$$cos\varphi = \frac{P_{avg}}{I_{eff}.U_{eff}}$$

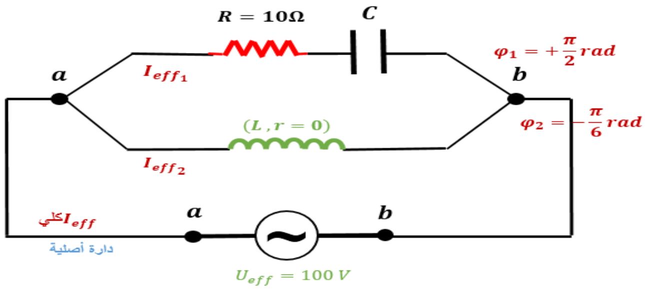
$$cos\varphi = \frac{1000}{7\times 200} = \frac{10}{14}$$

$$\boxed{cos\varphi = \frac{5}{7}}$$

المسألة 23 (عامة)

مأخذ تيار متناوب جيبي بين طرفيه توتر منتج **100V** نصله لدارة تحوي على فرعين الأول مقاومة ومكثفة فيمر تيار شدته المنتجة I_{eff_1} متقدم بالطور $\frac{\pi}{3}$**rad** عن التيار الأصلي ويحوي الفرع الثاني وشيعة يمر فيها تيار شدته المنتجة I_{eff_2} متأخر بالطور $\frac{\pi}{6}$**rad** عن التيار الأصلي ويمر في الدارة الأصلية تيار تابع شدته اللحظية **$i = 20cos100\pi t$** محققاً توافقاً في الطور مع التوتر المطبق، **المطلوب**

1. استنتج قيمة كل من I_{eff_2} ،I_{eff_1} باستخدام إنشاء فرينل.
2. إذا كانت قيمة المقاومة في الفرع الأول **10Ω** احسب ممانعة هذه الفرع واتساعية المكثفة فيه.
3. إذا كانت رديه الوشيعة في الفرع الثاني $\frac{10}{\sqrt{6}}$**Ω** احسب مقاومة الوشيعة.



من معطيات المسألة: $i = 20\cos 100\pi t$

أي أن $[I_{eff\,كلي}]$ دارة أصلية على وفاق بالطور مع التوتر المطبق

$\varphi_{(كلي)} = 0 \rightarrow$ (تيار)

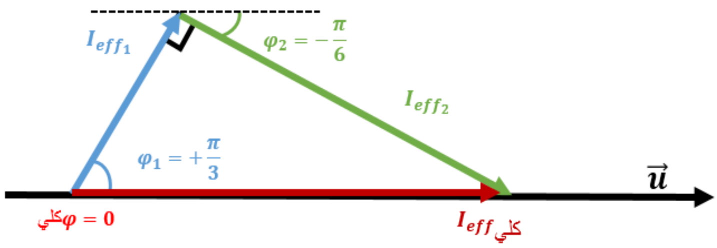
$$I_{eff\,كلي} = \frac{I_{max}}{\sqrt2} = \frac{20}{\sqrt2} = 10\sqrt2\,A$$

$I_{eff_1} = ?$ ، $I_{eff_2} = ?$

فرع أول $\varphi_1 = \underbrace{+}_{U\ \text{متقدم على}} \frac{\pi}{3} rad$ ، فرع ثاني $\varphi_2 = \underbrace{-}_{\text{متأخر عن}\ U} \frac{\pi}{6} rad$

الحل:

إنشاء فرينل للدارة



من إنشاء فرينل نلاحظ أن المثلث قائم:

$$\cos\varphi_1 = \frac{I_{eff_1}}{I_{eff(كلي)}} \Rightarrow I_{eff_1} = I_{eff\,كلي}\cos\varphi_1 \xRightarrow{\cos60=\frac{1}{2}}$$

$$I_{eff_1} = 10\sqrt2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{I_{eff_1} = 5\sqrt2 (A)}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{I_{eff_2}}{I_{eff(كلي)}} \Rightarrow I_{eff_2} = I_{eff(كلي)}\sin\varphi_1 \xRightarrow{\sin60=\frac{\sqrt3}{2}}$$

$$I_{eff_2} = 10\sqrt2 \times \frac{\sqrt3}{2} \Rightarrow \boxed{I_{eff_2} = 5\sqrt6\ (A)}$$

-2 $R = 10\Omega$

♥ $Z_1 = ?$ (ممانعة الفرع الأول)

$$Z_1 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_1}} = \frac{100}{5\sqrt2} = \frac{20}{\sqrt2} \Rightarrow \boxed{Z_1 = 10\sqrt2\Omega}$$

♥ $X_c = ?$ (اتساعية المكثفة)

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_c^2} \Rightarrow {Z_1}^2 = R^2 + X_c^2$$

$$(10\sqrt2)^2 = (10)^2 + X_c^2$$

$$X_c^2 = 100 \times 2 - 100 = 100$$

$$\Rightarrow \boxed{X_c = 10\Omega}$$

-3 $X_L = \frac{10}{\sqrt6}\ \Omega$

مطلوب حساب $r = ?$ (مقاومة الوشيعة)

طريقة أولى:

$$\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_L} \Rightarrow r = Z_L\cos\varphi_2$$

نحسب $Z_L = ?$

$$Z_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{100}{5\sqrt6} = \frac{20}{\sqrt6}\ \Omega$$

$$r = \frac{20}{\sqrt6} \times \frac{\sqrt3}{2} = \frac{10\sqrt3}{\sqrt2\sqrt3} \Rightarrow \boxed{r = \frac{10}{\sqrt2}\Omega}$$

طريقة ثانية:

$$Z_L = \sqrt{r^2 + X_L^2} \Rightarrow \left(\frac{20}{\sqrt6}\right)^2 = r^2 + \left(\frac{10}{\sqrt6}\right)^2$$

$$r^2 = \frac{400}{6} - \frac{100}{6} = \frac{300}{6} = \frac{100}{2} \Rightarrow \boxed{r = \frac{10}{\sqrt2}\Omega}$$

المسألة 24 (عامة) يعطى فرق الكمون بين النقطتين (b ,a) بالعلاقة : $\bar{u} = 100\sqrt2 \cos 100\pi t$

1. احسب فرق الكمون المنتج بين النقطتين ، وتواتر التيار .
2. نصل (b ,a) بمقاومة صرف (50Ω) اكتب تابع شدة التيار في هذه المقاومة .
3. نصل (b ,a) بفرع آخر يحوي على التسلسل مقاومة صرف (50Ω) مع مكثفة سعتها C فيمر تيار شدته المنتجة ($\sqrt2$A) . اكتب تابع شدة التيار المار فيه واحسب سعة المكثفة C .
4. احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل .
5. احسب ذاتية الوشيعة المهملة المقاومة الواجب ربطها على التفرع بين النقطتين (b ,a) لتصبح شدة التيار الأصلية على وفاق بالطور مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الفروع الثلاث معاً ، ثم احسب قيمة الشدة المنتجة الأصلية للتيار

-1 $U_{eff}=?$ ، $f=?$

♥ فرق الكمون المنتج : $U_{eff}=\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100\ V$

♥ تواتر التيار : $\omega=2\pi f \Longrightarrow f=\frac{100\pi}{2\pi}=50\ Hz$

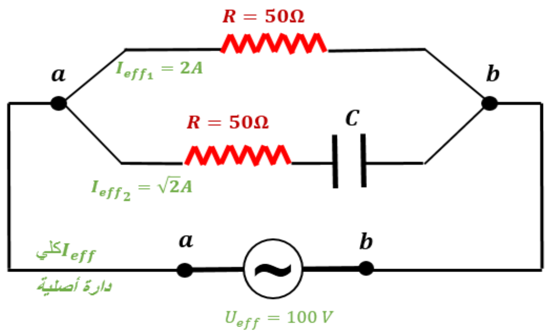
-2 تابع شدة التيار في المقاومة الصرفة :

$$\bar{\imath}=I_{max}\cos(\omega t+\bar{\varphi})$$

$$I_{eff}=\frac{U_{eff}}{R}=\frac{100}{50}=2A\ ,\ \varphi=0\ rad$$

$$\Longrightarrow \bar{\imath}=2\sqrt{2}\cos(100\pi t)A$$

-3



♥ تابع شدة التيار في الفرع الثاني :

$$i_2=I_{max_2}\cos(\omega t+\bar{\varphi}_2)$$

$$I_{max_2}=I_{eff_2}\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2\ A$$

لحساب $\varphi_2=?$: (من رزات الفرع الثاني)

$$Z_2=\frac{U_{eff}}{I_{eff_2}}=\frac{100}{\sqrt{2}}=50\sqrt{2}\ A$$

$$\cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{50}{50\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Longrightarrow \varphi_2=+\frac{\pi}{4}rad$$

تقدم التيار عن التوتر في هذا الفرع

$$\boxed{\bar{\imath}_2=2\cos\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)(A)}$$

♥ حساب سعة المكثفة $C=?$

$$Z=\sqrt{R_2^2+X_C^2}=\sqrt{R_2^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

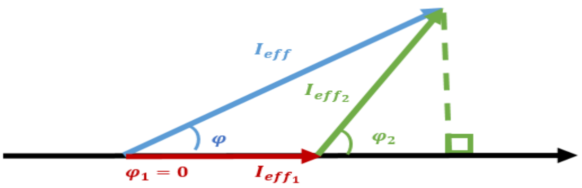
$$\left(50\sqrt{2}\right)^2=(50)^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2=5000-2500=2500\ \Longrightarrow$$

$$\frac{1}{\omega C}=50\Omega\ \Longrightarrow C=\frac{1}{100\pi\times 50}\Longrightarrow$$

$$\boxed{C=\frac{1}{5000\pi}\ (F)}$$

-4 الشدة في الدارة الأصلية (الكلية ، الخارجية) $I_{eff_{كلي}}=?$



علاقة التجيب ، نربع الطرفين $\overrightarrow{I_{eff}}=\overrightarrow{I_{eff1}}+\overrightarrow{I_{eff2}}$

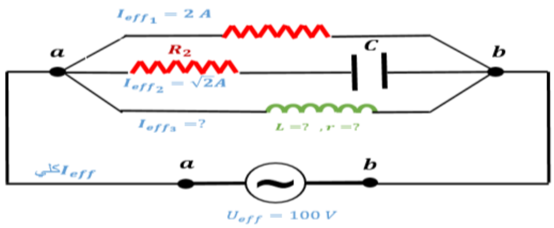
$$I_{eff}^2=I_{eff1}^2+I_{eff2}^2+2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)$$

$$I_{eff}=\sqrt{I_{eff1}^2+I_{eff2}^2+2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

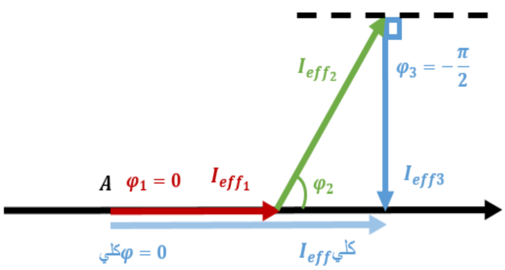
$$I_{eff}=\sqrt{4+2+2\times2\times\sqrt{2}\times\cos(+\frac{\pi}{4}-0)}$$

$$\boxed{I_{eff}=\sqrt{10}(A)}$$

-5



♥ نحسب سعة المكثفة L من X_L بعد حسابها من: $X_L=\frac{u_{eff}}{I_{eff3}}$



نحسب I_{eff3} من المثلث القائم في إنشاء فرينل :

$$\sin\varphi_2=\frac{I_{eff_3}}{I_{eff_2}}\quad(\varphi_2=\frac{\pi}{4}rad)$$

$$I_{eff_3}=I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=1A$$

$$X_L=\frac{U_{eff}}{I_{eff_3}}=\frac{100}{1}\Longrightarrow X_L=100\Omega$$

$$X_L=L\omega\Longrightarrow L=\frac{100}{100\pi}\Longrightarrow \boxed{L=\frac{1}{\pi}\ H}$$

♥ حساب $I_{eff_{(كلي)}}=?$

$$\vec{I}_{eff_{كلي}}=\vec{I}_{eff_1}+\vec{I}_{eff_2}+\vec{I}_{eff_3}$$

من الشكل نجد: $I_{eff}=AB+BM$

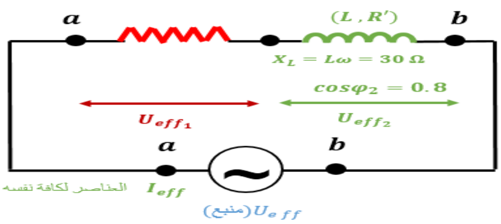
$$I_{eff}=I_{eff_1}+I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$I_{eff_{كلي}}=2+\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\Longrightarrow \boxed{I_{eff_{كلي}}=3\ A}$$

المسألة 25 (عامة) نضع بين طرفي مأخذ لتيار متناوب توتره المنتج ثابت ، مقاومة صرفة R موصولة على التسلسل مع وشيعة مقاومتها الأومية R´ وردیتها (30Ω) عامل استطاعتها (0.8) فيمر تيار شدته اللحظية تعطى بالعلاقة: $\bar{\imath} = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ A$ **المطلوب** :

1. احسب الشدة المنتجة للتيار وتواتره .
2. احسب كلاً من المقاومة الأومية للوشيعة R´ وممانعتها .
3. إذا علمت أن فرق الكمون المنتج بين طرفي المقاومة R يساوي نصف فرق الكمون المنتج بين طرفي الوشيعة فاحسب كل من
   a) المقاومة الصرفة R . b) الاستطاعة المستهلكة فيها . c) الاستطاعة المستهلكة في الدارة .
4. نضيف بين طرفي المأخذ السابق على التسلسل مع المقاومة R والوشيعة مكثفة سعتها C فتبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها ، احسب قيمة سعة هذه المكثفة .
5. نضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة C´ تجعل الشدة على توافق بالطور مع التوتر المطبق . احسب السعة المكافئة للمكثفتين وحدد طريقة الضم واحسب سعة المكثفة المضافة C´ .

الحل :



$$\bar{\imath} = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ A$$

-1 $f = ?\ ,\ I_{eff} = ?$

♥ الشدة المنتجة للتيار $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\ A$

♥ تواتر التيار $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{100\pi}{2\pi} = 50\ Hz$

-2 احسب $\underbrace{R' = ?}_{\text{مقاومة الوشيعة}}$ ، $\underbrace{Z_L = ?}_{\text{ممانعة الوشيعة}}$

$$\left(\begin{matrix}\cos\varphi_2 = \frac{R'}{Z_L}\\ Z_L = \sqrt{R'^2 + X_L^2}\end{matrix}\right) \Rightarrow 0.8 = \frac{R'}{\sqrt{R'^2 + X_L^2}} \Rightarrow$$

$$0.64 = \frac{R'^2}{R'^2 + (30)^2} \Rightarrow R'^2 = 0.64R'^2 + 0.64 \times (30)^2$$

$$R'^2 - 0.64R'^2 = 0.64 \times (30)^2 \Rightarrow$$

$$0.36R'^2 = 0.64 \times (30)^2 \xrightarrow{\text{نجذر}}$$

$$0.6 \times R' = 0.8 \times 30 \Rightarrow$$

$$R' = \frac{0.8 \times 30}{0.6} = \frac{8 \times 30}{6} \Rightarrow \boxed{R' = 40\Omega}$$

$$Z_L = \frac{R'}{\cos\theta_2} \Rightarrow Z_L = \frac{40}{0.8} = \frac{400}{8} \Rightarrow \boxed{Z_L = 50\Omega}$$

-3 $P_{avg} = ?$ ، $P_{avg_1} = ?$ ، $R = ?\left(U_{eff_1} = \frac{1}{2}U_{eff_2}\right)$

a. حساب R : $U_{eff_1} = \frac{1}{2}U_{eff_2} \Rightarrow RI_{eff} = \frac{1}{2}Z_L I_{eff}$

$$R = \frac{1}{2}Z_L \quad \Rightarrow R = \frac{1}{2} \times 50 = 25\Omega$$

b. حساب $P_{avg_1} = ?$

$$P_{avg_1} = RI_{eff}^2 \Rightarrow P_{avg_1} = 25 \times (3)^2 = 225\ W$$

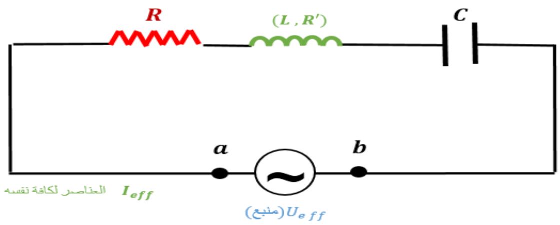
c. حساب $P_{avg_{\text{كلي}}} = ?$

تستهلك الاستطاعة حرارياً بفعل جول في المقاومة (R, R') فقط.

$$P_{avg_{\text{كلي}}} = P_{avg_1} + P_{avg_2} \quad \Rightarrow P_{avg} = RI_{eff}^2 + R'I_{eff}^2$$

$$\Rightarrow P_{avg} = (25 + 40) \times (3)^2 = 65 \times 9 = 585\ W$$

-4 نضيف مكثفة على التسلسل فتبقى I_{eff} نفسها. $Z_{\text{قبل}} = Z_{\text{بعد}}$



$$Z_{\text{قبل}} = Z_{\text{بعد}}$$

$$\sqrt{(R + R')^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{(R + R')^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

نربع $\cancel{(R + R')^2} + (L\omega)^2 = \cancel{(R + R')^2} + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2$

$$(L\omega)^2 = \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2$$

نجذر الطرفين: $\pm L\omega = L\omega + \frac{1}{\omega C}$

إما: $+L\omega = L\omega - \frac{1}{\omega C}$

$\frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow C \to \infty$ مرفوض

أو: $-L\omega = L\omega - \frac{1}{\omega C}$

$$\frac{1}{\omega C} = 2L\omega \Rightarrow C = \frac{1}{2(L\omega).\omega}$$

$$C = \frac{1}{2 \times 30 \times 100\pi} \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{6000\pi}F}$$

-5 نضيف للمكثفة $[C]$ المكثفة $[C']$

♥ الشدة على توافق بالطور مع التوتر. حالة تجاوب كهربائي

$\underbrace{C''_{eq}}_{\text{مكافئة للمكثفتين}} = ?$ ، تحديد طريقة الضم ، $C'_{\text{مضافة}} = ?$

$$\frac{1}{\omega C_{eq}} = L\omega \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{(L\omega).\omega}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{30 \times 100\pi} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{1}{3000\pi}F}$$

♥ نقارن C_{eq} مع C لمعرفة نوع الوصل: $C < C_{eq}$ اي ضم تفرع

♥ لحساب $C' = ?$ الضم تفرع (جمع عادي للسعات) :

$$C_{eq} = C + C' \Rightarrow C' = C_{eq} - C$$

$$C' = \frac{1}{3000\pi} - \frac{1}{6000\pi} \Rightarrow \boxed{C' = \frac{1}{6000\pi}F}$$

المسألة 26 (عامة) نطبق بين النقطتين (ab) فرقاً في الكمون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة ($40\sqrt{3}$ V) وتواتره (f=50Hz)

1. نربط بين النقطتين (b ,a) على التسلسل مقاومة صرفة (R=20Ω) ووشيعة مقاومتها الأومية (r=10Ω) وممانعتها (20Ω)

a. أحسب الممانعة الكلية ، والشدة المنتجة المارة .

b. أحسب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في الجملة ، وعامل استطاعتها .

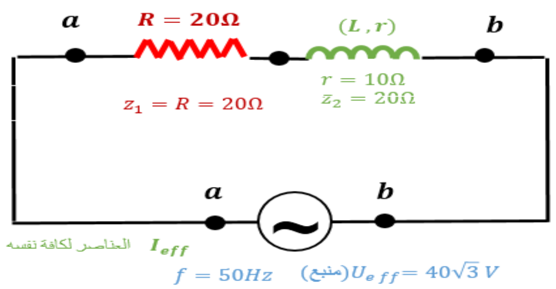
c. أحسب الطاقة الحرارية المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال زمن (10 min) ، واكتب تابع التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة الصرفة

نعيد وصل الوشيعة على التفرع مع المقاومة الصرفة بين النقطتين السابقتين (b ,a) **والمطلوب حساب:**

a. الشدة المنتجة للتيار المار بالدارة الأصلية قبل التفرع باستخدام إنشاء فرينل .

b. قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين ، وقيمة عامل الاستطاعة عندئذ .

-1



a. $I_{eff} = ?$ ، $\underbrace{Z}_{ممانعة\ كلية} = ?$

♥ $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (X_L)^2}$

لحساب $X_L = L\omega = ?$ (من ممانعة الوشيعة Z_2)

$$Z_L = \sqrt{r^2 + (X_L)^2} \Rightarrow (20)^2 = (10)^2 + (X_L)^2$$
$$(X_L)^2 = 400 - 100 = 300$$

نعوض لحساب $Z = ?$ ممانعة الدارة (كلية):

$$Z = \sqrt{(20+10)^2 + 300} = \sqrt{900 + 300}$$
$$Z = \sqrt{1200} = \sqrt{4 \times 3 \times 100} \Rightarrow \boxed{Z = 20\sqrt{3}\ \Omega}$$

♥ حساب $I_{eff} = ?$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff\,كلي}}{Z_{كلي}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{40\sqrt{3}}{20\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = 2\ A}$$

b. $P_{avg\,كلية} = ?$ ، $\cos\varphi_{كلي} = ?$

♥ تصرف الاستطاعة حرارياً بفعل جول

$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2} \Rightarrow P_{avg} = RI_{eff}^2 + rI_{eff}^2$$
$$P_{avg} = (R+r)I_{eff}^2 = (20+10) \times 4 = 120\ W$$

♥ حساب $\cos\varphi_{كلي} = ?$ عامل استطاعة الدارة

طريقة اولى (تسلسل - رزات الدارة)

$$\cos\varphi_{كلي} = \frac{(R+r)}{Z} = \frac{20+10}{20\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

طريقة ثانية (من قانون الاستطاعة الكلية)

$$P_{avg\,كلي} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi_{كلي} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{120}{40\sqrt{3} \times 2}$$
$$\cos\varphi = \frac{3}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

c. $t = 10\ min \Rightarrow t = 10 \times 60 = 600\ s$

♥ $E = ?$ (طاقة حرارية منتشرة عن المقاومة الصرفة)

$$E_{حرارية} = P_{avg_1} \times t = RI_{eff}^2 t$$
$$E = 20 \times (2)^2 \times 600 \Rightarrow \boxed{E = 48 \times 10^3\ J}$$

♥ كتابة تابع التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة:

$$\bar{u}_1 = U_{max1}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_1)$$

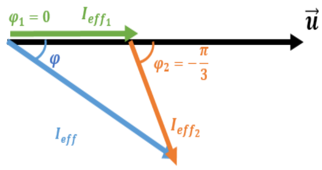
الشدة والتوتر على توافق $\varphi_1 = 0\ rad$.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi\ rad.s^{-1}$$

حساب $U_{eff_1} = ?$: $U_{eff_1} = R\ I_{eff} = 20 \times 2 = 40\ V$

$$U_{max1} = U_{eff_1}\sqrt{2} \Rightarrow U_{max_1} = 40\sqrt{2}\ V$$
$$\boxed{u_1 = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (\ Volt)}$$

-2



a. $I_{eff\,كلي}$ باستخدام فرينل

نحسب كل من I_{eff_1} ، I_{eff_2}

$$I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{40\sqrt{3}}{20} = 2\sqrt{3}\ A$$
$$I_{eff_2} = \frac{U_{eff}}{Z_L} = \frac{40\sqrt{3}}{20} = 2\sqrt{3}\ A$$

لحساب $\varphi_2 = ?$ ، $\varphi_1 = 0\ rad$

$$\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_L} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$$

نربع الطرفين (علاقة التجيب) $\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$

$$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$
$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}\cos(-\frac{\pi}{3} - 0)}$$
$$= \sqrt{12 + 12 + 12} = \sqrt{36} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = 6\ A}$$

b. $P_{avg\,كلي} = ?$ ، $\cos\varphi_{كلي}$

♥ $P_{avg\,كلي} = P_{avg_1} + P_{avg_2}$ تصرف الاستطاعة حرارياً.

$$P_{avg\,كلي} = R\ I_{eff_1}^2 + r\ I_{eff_2}^2$$
$$P_{avg} = 20 \times (2\sqrt{3})^2 + 10 \times (2\sqrt{3})^2$$
$$P_{avg} = 240 + 120 \Rightarrow \boxed{P_{avg} = 360\ watt}$$

حساب عامل استطاعة الدارة (الدارة تفرعية) $\cos\varphi_{كلي} = ?$

$$P_{avg\,كلي} = I_{eff}U_{eff}\ \cos\varphi_{كلي} \Rightarrow \cos\varphi_{كلي} = \frac{P_{avg\,كلي}}{I_{eff}U_{eff}}$$
$$\cos\varphi_{كلي} = \frac{360}{40\sqrt{3} \times 6} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi_{كلي} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$