

السؤال الأول : احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x}{\sqrt{x}-3}$

السؤال الثاني احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - 2x$

السؤال الثالث : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - \sqrt{x+1})$

السؤال الرابع : $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right)$

السؤال الخامس :: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin x}$

السؤال السادس : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos^2 x - 4}{\sin x} + \frac{3}{2}$

السؤال السابع : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos 2x}{x^2 \sin 2x}$

السؤال الثامن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 6 \cos x - 6}{\sqrt{4+2x} - 2}$



الحلول :

السؤال الأول :

حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$ ، نخرج عامل مناسب :

$$f(x) = \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\sqrt{x} \left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{+\infty(1+0)}{1-0} = +\infty$$

السؤال الثاني :

حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

$$f(x) = \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} - 2x$$

$$f(x) = |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 2x$$

بما أن $x \rightarrow +\infty$ فإن $|x| = x$:

$$f(x) = x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 2x$$

$$f(x) = x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 2 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty(1 - 2) = -\infty$$

السؤال الثالث :

حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

نضرب بالمرافق

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}$$

$$f(x) = \frac{x - (x+1)}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}$$

$$f(x) = \frac{-1}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0$$

السؤال الرابع :

يوجد جذر $\Leftarrow$ مرافق

$$f(x) = \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)} = \sqrt{x}+2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \sqrt{4}+2 = 4$$

السؤال الخامس :

في البسط : نضرب البسط و المقام بـ $2x$ وفي المقام : نضرب البسط و المقام بـ x

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \frac{\sin 2x}{2x}}{x \frac{\sin x}{x}}$$

نختصر :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \frac{\frac{\sin 2x}{2x}}{\frac{\sin x}{x}} = 2 \frac{1}{1} = 2$$

السؤال السادس:

$$\text{مثال 6 : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos^2 x - 4}{\sin x} + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = \frac{4 \cos^2 x - 4}{\sin x} + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = -4 \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x} + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = -\frac{4 \sin^2 x}{\sin x} + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = -4 \sin x + \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

السؤال السابع : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos 2x}{x^2 \sin 2x}$

$$f(x) = \frac{x - x \cos 2x}{x^2 \sin 2x}$$

$$f(x) = \frac{x(1 - \cos 2x)}{x^2 \sin 2x}$$

$$f(x) = \frac{2 \sin^2(x)}{x \cdot 2 \sin x \cos x}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \frac{1}{\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.1 = 1$$

السؤال الثامن :

$$f(x) = \frac{5x + 6\cos x - 6}{\sqrt{4 + 2x^2} - 2}$$

$$f(x) = \frac{(5x + 6\cos x - 6)(\sqrt{4 + 2x} + 2)}{(\sqrt{4 + 2x} - 2)(\sqrt{4 + 2x} + 2)}$$

$$f(x) = \frac{5x + 6\cos x - 6}{4 + 2x - 4}(\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$f(x) = \frac{5x - 6(1 - \cos x)}{2x}(\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$f(x) = \left(\frac{5x}{2x} - \frac{3(1 - \cos x)}{x} \right) (\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3(2 \sin^2(\frac{x}{2}))}{x} \right) (\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - 6 \frac{\sin(\frac{x}{2})}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right) (\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - 6 \frac{\sin(\frac{x}{2})}{2 \frac{x}{2}} \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right) (\sqrt{4 + 2x} + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \left(\frac{5}{2} - 3(1)(0) \right) (4) = \frac{5}{2} \cdot 4 = 10$$