

### سلم تصحيح النموذج

أولاً: حل السؤال الآتي:

لتكن  $C$  دائرة مركزها  $O$  ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن  $S = \{A_1, A_2, \dots, A_{12}\}$  مجموعة أطراف هذه الأقطار. والمطلوب:

- 1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر  $S$  ؟
- 2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر  $S$  ؟
- 3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر  $S$  ؟

| رقم الخطوة | الإجابة                     | الدرجة    | الملاحظات |
|------------|-----------------------------|-----------|-----------|
| 1          | التوافق<br>التعويض + الناتج | 10<br>2+2 |           |
| 2          | التوافق<br>التعويض + الناتج | 10<br>1+2 |           |
| 3          | التوافق<br>تعويض + الناتج   | 10<br>1+2 |           |
|            | المجموع                     | 40        |           |

## سلم تصحيح النموذج

ثانياً: التمرين الأول: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي  $z$  يحقق  $j^3 = 1$  ، واتبه بالشكل الجبري.

$$\omega = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$$

إذا كان  $\beta$  عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي  $\omega$  أثبت أن  $|\omega| = 1$ . (a)

من أجل  $\beta = 1$  ، أثبت أن  $\omega^{12} = 1$ . (b)

3- عين مجموعة نقاط المستوى  $M(z)$  التي تتحقق أن  $|z - 2 + i| = 5$

| رقم الخطوة | الإجابة  | الدرجة                           | الملاحظات  |
|------------|--|----------------------------------|--|
| 1          | $j = r e^{i\theta}$<br>$j^3 = r^3 e^{3i\theta} = 1$  | 2                                | طريقة ثانية:<br>$J^3 = 1$<br>$J^3 - 1 = 0$<br>$(J - 1)(J^2 + J + 1) = 0$<br>إما $J = 1$ أو $J^2 + J + 1 = 0$ |
| 2          | $r^3 = 1 \Rightarrow r = 1$<br>$3\theta = 2\pi k : k \in \mathbb{Z}$<br>$\theta = \frac{2\pi}{3}k$   | 2                                |  |
| 3          | $j_1 = 1$<br>$j_2 = e^{\frac{2\pi i}{3}}$<br>$j_3 = e^{\frac{4\pi i}{3}}$  | 5                                | حساب $\Delta$  |
| 2          | الشكل الجبري   | 1+2                              | $J_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$   |
| 2          | الشكل الجibri  | 1+2                              | $J_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$   |
| (a) 2      | $ \omega  = \frac{ \beta + i\sqrt{3} }{ \sqrt{3} - i\beta }$<br>$ \beta - i\sqrt{3}  =  \beta + i\sqrt{3}  = \sqrt{\beta^2 + 3}$<br>$ \omega  = 1$ ومنه استنتاج                | 5<br>5+5<br>5                    |  |
|            | $\omega = \frac{2(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)}$<br>$\omega = \frac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}} = e^{\frac{i\pi}{2}}$ | 2<br>2<br>2<br>+ 2<br>+ 2<br>+ 2 | للبسط<br>للمقام<br>للبسط<br>للمقام<br>+ 2<br>2<br>3  |
|            | $\omega = i$<br>$\omega^{12} = 1$  | 2<br>3                           |  |
|            | $ z - (2 - i)  = 5$  | 5<br>5<br>5+5                    | دائرة<br>مركزها + نصف قطرها  |
| المجموع    |  | 70                               |  |

### سلم تصحيح النموذج

- الطلب الثاني a :

طريقة ثانية

|  |      |   |
|--|------|---|
|  | 10+5 | $\omega = \frac{i(\sqrt{3} - \beta i)}{\sqrt{3} - \beta i} = i$ |
|  | 5    | $ \omega  =  i  = 1$  |

طريقة ثلاثة

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | 5 | $\bar{\omega} = \frac{\beta - i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i\beta}$   |
|  | 5 | $\frac{1}{\omega} = \frac{\sqrt{3} - i\beta}{\beta + i\sqrt{3}}$   |
|  | 5 | $\frac{\sqrt{3} - i\beta}{\beta + i\sqrt{3}} = \frac{\beta - i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i\beta}$<br>$\beta^2 + 3 = 3 + \beta^2$ |
|  | 3 | $\bar{\omega} = \frac{1}{\omega}$  |
|  | 2 | $ \omega  = 1$   |

طريقة رابعة

|  |     |   |
|--|-----|---|
|  | 5+5 | $\omega \cdot \bar{\omega} = \frac{(\beta + i\sqrt{3})(\beta - i\sqrt{3})}{(\sqrt{3} - i\beta)(\sqrt{3} + i\beta)}$ |
|  | 5   | $= \frac{\beta^2 + 3}{3 + \beta^2} = 1$   |
|  | 5   | $ \omega  = 1$  |

## سلم تصحيح النموذج

## ثانياً: التمرين الثاني:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاثة بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقة حمراء تحمل الرقمين (0) و (1)، نسحب بطاقتين على التالى دون إعادة ، ونعرف المتحولين العشوائين  $X$  و  $Y$  كالتالي:

$X$  يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

$Y$  يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم  $X$  وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم  $Y$  وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج ( $X$  ،  $Y$ ) ، أكون المتحولان  $X$  و  $Y$  مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

| الملاحظات   | الدرجة        | الإجابة   | رقم الخطوة    |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|---|---------------|---|---------------|-----|-------|---|-----|-------|--|-----|--|--|--|--|---|---|---------------|---------------|--|--|---|---------------|---|---------------|--|--|---|---------------|---|---------------|--|--|-----|---------------|---------------|--|--|--|-------|--|--|--|--|--|--|
|   | 2+2           | $X = \{1, 2\}$  | 1             |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| إذا كتب قيم $X$ و $Y$ في جدول القانون الاحتمالي للزوج ( $X$ ، $Y$ ) ينال درجة $Y$ و $X$ | 3+(3+3)       | $p(X=1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ = \frac{2}{3}$   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 2             | $p(X=1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \\ = \frac{1}{3}$  |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 2+2+2         | $Y = \{1, 2, 3\}$   | 2             |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| إذا استعمل الطالب التوافق بشكل صحيح ينال درجة كاملة                                     | 3+(3+3)       | $p(Y=1) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ = \frac{1}{3}$   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 2             | $p(Y=2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ = \frac{1}{3}$   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة   | 3+(3+3)       | $p(Y=3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ = \frac{1}{3}$   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 2             |   | 3             |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 6x1           | <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td><td><math>X</math></td><td>1</td><td>2</td><td><math>Y</math></td><td>قانون</td></tr> <tr> <td></td><td><math>Y</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>1</td><td>0</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td>0</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>3</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td>0</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td><math>X</math></td><td><math>\frac{2}{3}</math></td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>قانون</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |               | $X$ | 1     | 2 | $Y$ | قانون |  | $Y$ |  |  |  |  | 1 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |  |  | 2 | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{1}{3}$ |  |  | 3 | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{1}{3}$ |  |  | $X$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |  |  |  | قانون |  |  |  |  |  |  |
|   | $X$           | 1   | 2             | $Y$ | قانون |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | $Y$           |   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| 1   | 0             | $\frac{1}{3}$   | $\frac{1}{3}$ |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| 2   | $\frac{1}{3}$ | 0   | $\frac{1}{3}$ |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| 3   | $\frac{1}{3}$ | 0   | $\frac{1}{3}$ |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| $X$   | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
| قانون   |               |   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 2<br>2        | غير مستقلين احتمالياً $\left\{ \begin{array}{l} p((X=1) \cap (Y=1)) = 0 \\ p(X=1) \cdot p(Y=1) = \frac{1}{9} \neq 0 \end{array} \right.$  |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |
|   | 60            | المجموع   |               |     |       |   |     |       |  |     |  |  |  |  |   |   |               |               |  |  |   |               |   |               |  |  |   |               |   |               |  |  |     |               |               |  |  |  |       |  |  |  |  |  |  |