

المسألة رقم «1» النواس المرن

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتها ($m = 0.1\text{kg}$) معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي تهتز بدور خاص (1sec) وبسعة اهتزاز (16cm) ، بفرض مبدأ الزمن عندما تكون النقطة المادية في مطالها الأعظمي الموجب ، ($\pi^2 = 10$) المطلوب :

(1) استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.

(2) عين كل من الزمن اللازم لانتقال النقطة المادية من المطال الأعظمي الموجب إلى المطال الأعظمي السالب وعين لحظة المرور الأول والثاني للنقطة المادية في مركز الاهتزاز

$$\frac{T_0}{2} \text{ : الزمن بين } +X_{\max} \leftarrow -X_{\max} \text{ هو :}$$

$$t = \frac{T_0}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2}\text{sec}$$

بدأت الحركة من المطال الأعظمي الموجب $x = +X_{\max}$

زمن المرور الأول في مركز الاهتزاز : $t_1 = \frac{T_0}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{4}\text{sec}$

زمن المرور الثاني في مركز الاهتزاز : $t_2 = 3\frac{T_0}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{3}{4}\text{sec}$

$$\bar{x} = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تعيين الثوابت $\bar{\varphi}$, ω_0 , $X_{\max}$

$$X_{\max} = 16\text{cm} \Rightarrow X_{\max} = 16 \times 10^{-2}\text{m}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

حساب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء $t = 0$, $x = +X_{\max}$

ترك دون سرعة ابتدائية $\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = +1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0$

نعوض قيم الثوابت بالشكل لعام : $\bar{x} = 16 \times 10^{-2} \cos 2\pi t \text{ (m)}$

(3) احسب قيمة السرعة العظمى للنقطة المادية (طويلة)

(4) احسب قيمة كمية الحركة العظمى للنقطة المادية

قانون كمية الحركة : $p = m.v \Rightarrow P_{\max} = m.v_{\max}$

$$P_{\max} = 10^{-1} \times 32\pi \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = 32\pi \times 10^{-3} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

ملاحظة : قد يعطينا $P_{\max}$ ويطلب ω_0

$$P_{\max} = m.v_{\max} \Rightarrow P_{\max} = m.\omega_0.X_{\max}$$

$$\omega_0 = \frac{P_{\max}}{m.X_{\max}}$$

السرعة العظمى طويلة : $|v_{\max}| = \omega_0 X_{\max}$

$$v_{\max} = 2\pi \times 16 \times 10^{-2} \Rightarrow v_{\max} = 32\pi \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

إضافي : احسب سرعة النقطة المادية طويلة عند مرورها في المطال $x = 14\text{cm}$

$$v = \omega_0 \sqrt{X_{\max}^2 - x^2}$$

$$v = 2\pi \sqrt{256 \times 10^{-4} - 196 \times 10^{-4}} = 2\pi \sqrt{60 \times 10^{-4}}$$

$$v = 2\pi (2\sqrt{15} \times 10^{-2}) \Rightarrow v = 4\pi\sqrt{15} \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

(5) احسب قيمة ثابت صلابة النابض.

(6) احسب مقدار الاستطالة السكونية للنابض

$$m.g = k.x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{m.g}{k}$$

$$x_0 = \frac{10^{-1} \times 10}{4} \Rightarrow x_0 = \frac{1}{4}\text{m}$$

$$k = m.\omega_0^2$$

$$k = 10^{-1}(2\pi)^2 = 10^{-1} \times 4\pi^2$$

$$\Rightarrow k = 4\text{ N.m}^{-1}$$

(7) احسب قيمة قوة الارجاع وتساير النقطة المادية في نقطة مطالها ($x = 5\text{cm}$) وحدد على الرسم جهة كل منهما .

(8) احسب الطاقة الميكانيكية للهزازة

$$E = \frac{1}{2}KX_{\max}^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 \times 10^{-2})^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 4 \times 256 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow E = 512 \times 10^{-4}\text{J}$$

$a = ?$, $F = ?$, $x = 5 \times 10^{-2}\text{m}$

$$\bar{F} = -K\bar{x} \Rightarrow F = -4 \times 5 \times 10^{-2} \Rightarrow F = -2 \times 10^{-1}\text{N}$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x} \Rightarrow a = -(2\pi)^2 \times 5 \times 10^{-2} \Rightarrow a = -2\text{m.s}^{-2}$$

ملاحظة : عندما يطلب شدة قوة الارجاع تكون بالقيمة المطلقة

$$F = 2 \times 10^{-1}\text{N} : \bar{F} = -K\bar{x}$$

(9) احسب الطاقة الحركية للنقطة المادية عندما يكون مطالها ($x = 10\text{cm}$)

(10) احسب الكتلة التي تجعل الدور الخاص $T_0 = 2\text{sec}$

$m = ?$, $T_0 = 2\text{sec}$

من علاقة الدور الخاص

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow 4 = 4\pi^2 \frac{m}{4} \Rightarrow 4 = 10m$$

$$m = 0.4\text{kg}$$

ملاحظة : قد يعطينا الكتلة ويطلب الدور الخاص

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$x = 10 \times 10^{-2}\text{m}$, $E_k = ?$

$$E = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2}KX_{\max}^2 - \frac{1}{2}KX^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}K[X_{\max}^2 - X^2]$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 4 [256 \times 10^{-4} - 100 \times 10^{-4}]$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 4 [156 \times 10^{-4}]$$

$$E_k = 2 [156 \times 10^{-4}]$$

$$\Rightarrow E_k = 312 \times 10^{-4}\text{J}$$

(11) بفرض أن مبدأ الزمن لحظة مرور النقطة الهادية في نقطة مطالها ($x = \frac{x_{max}}{2}$) وبالاتجاه الموجب .

(b) عين زمن المرور الأول والثاني للنقطة الهادية في مركز التوازن.

في مركز التوازن : $x = 0$ أي نعدم تابع المطال :

$$0 = 16 \times 10^{-2} \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{3} \right) = 0$$

$$\cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \pi K \right)$$

$$2\pi t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$$

نخرج (π) عامل مشترك ونختصرها من الطرفين

$$\Rightarrow 2t - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K$$

$$2t = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + K$$

نقسم الطرفين على (2)

$$t = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{K}{2}$$

$$t = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{K}{2}$$

$$t = \frac{5}{12} + \frac{K}{2}$$

$$t_1 = \frac{5}{12} \text{ sec} \Leftrightarrow k = 0 \text{ زمن المرور الأول}$$

$$t_2 = \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{12} \text{ sec} \Leftrightarrow k = 1 \text{ زمن المرور الثاني}$$

(a) استنتج التابع الزمني لحركة النقطة الهادية انطلاقاً من شكله العام .

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تعيين الثوابت $\bar{\varphi}$, ω_0 , X_{max}

$$X_{max} = 16 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{X_{max} = 16 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}}$$

حساب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء $x = \frac{x_{max}}{2}$, $t = 0$, ($v > 0$ اتجاه موجب السرعة موجبة)

$$\frac{x_{max}}{2} = X_{max} \cos \bar{\varphi} \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \bar{\varphi} = \begin{cases} +\frac{\pi}{3} \text{ rad} \\ -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \end{cases}$$

تابع السرعة : $\bar{v} = (\bar{x})'_t = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نعوض شروط البدء بتابع السرعة :

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \bar{\varphi} > 0$$

نختار قيمة $\bar{\varphi}$ التي تجعل السرعة موجبة :

$$\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \left(+\frac{\pi}{3} \right) < 0 \text{ (لأن السرعة سالبة)}$$

$$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) > 0 \text{ (لأن السرعة موجبة)}$$

$$\bar{x} = 16 \times 10^{-2} \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \text{ m} \text{ نعوض قيم الثوابت بالشكل العام :}$$

النواس الثقلي المركب

حالات الساق المتجانسة: يفضل دراسة الملاحظات قبل البدء أعزم عطلاة الساق حول محور مار من مركزها ($I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} ML^2$) ($\pi^2 = 10 = g$)

(2) ساق متجانسة M تهتز حول محور مار من طرفها العلوي ومعلق بنهايتها السفلية كتلة نقطية m'

توضيح m' تبعد عن O مسافة r' $r' = L$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$\Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{12} ML^2 + M \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} ML^2$$

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} ML^2$$

$$I_{\Delta/m'} = m' r'^2 \Rightarrow I_{\Delta/m'} = m' L^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{3} ML^2 + m' L^2 \Rightarrow I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

$$I_{\Delta} = L^2 \left(\frac{1}{3} M + m' \right)$$

(1) ساق متجانسة m تهتز حول محور مار من طرفها العلوي

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

(بعد O عن C)

$$d = \frac{L}{2} : d = \bar{OC}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + md^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} mL^2$$

• ملاحظة: قد يعطينا الدور الخاص ويطلب طول الساق

نحل بنفس الطريقة ومن علاقة الدور الخاص نعزل

طول الساق L :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{mgd} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{8}$$

(3) ساق متجانسة M تهتز حول محور مار من منتصفها

ومعلق بنهايتها السفلية كتلة نقطية m'

توضيح m' تبعد عن o مسافة r' $r' = \frac{L}{2}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'} = \frac{1}{12} ML^2 + m' r'^2 \Rightarrow r' = \frac{L}{2}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} ML^2 + m' \frac{L^2}{4}$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{Mr + m'r'}{M + m'}$$

$$r = 0, r' = \frac{L}{2} \Rightarrow d = \frac{m' \frac{L}{2}}{M + m'}$$

$$m = M + m' : \text{تعيين جملة } m$$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم

(جملة $I_{\Delta} \cdot d \cdot m$) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

● **ملاحظة:** إذا كانت $M = m'$ نعوض في علاقات (جملة $I_{\Delta} \cdot d \cdot m$) فنحصل على قيم

$$m = M + m' = 2M : \text{تعيين جملة } m$$

$$d = \frac{m' \frac{L}{2}}{M + m'} = \frac{m' \frac{L}{2}}{2M} \Rightarrow d = \frac{L}{4}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} ML^2 + m' \frac{L^2}{4} \xrightarrow{\text{توحيد القامات}} I_{\Delta} = \frac{1}{3} ML^2$$

(5) ساق مهمة الكتلة تهتز حول محور مار من نقطة تبعد $\frac{L}{3}$ عن طرفها العلوي

المعلق عنده كتلة نقطية m_1 ونعلق من طرفها السفلي كتلة نقطية m_2

ساق مهمة الكتلة: ($M_{\text{ساق}} = 0, I_{\Delta/c} = 0$)

توضيح m_1 تبعد عن o مسافة $r_1 = \frac{L}{3}$

m_2 تبعد عن o مسافة $r_2 = \frac{2L}{3}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} : \text{تعيين } I_{\Delta} \text{ حسب جملة}$$

$$I_{\Delta} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (r_1 = \frac{L}{3}, r_2 = \frac{2L}{3})$$

$$I_{\Delta} = m_1 \frac{L^2}{9} + m_2 \frac{4L^2}{9} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{L^2}{9} (m_1 + 4m_2)$$

$$m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2 : \text{تعيين جملة } m$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 r_2 + m_1 r_1}{m_{\text{ساق}} + m_1 + m_2} : \text{تعيين } d$$

$$(r_1 = \frac{L}{3}, r_2 = \frac{2L}{3}) \Rightarrow d = \frac{m_2 \frac{2L}{3} + m_1 \frac{L}{3}}{m_{\text{جملة}}}$$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم (جملة $I_{\Delta} \cdot d \cdot m$)

ونعوضها في علاقة الدور الخاص

● **أعد هذه المسألة من أجل معطيات أخرى:**

ساق مهمة الكتلة تهتز حول محور مار من نقطة تبعد $\frac{L}{4}$ عن طرفها

العلوي المعلق عنده كتلة نقطية m_1 ومن طرفها السفلي كتلة نقطية m_2

(4) ساق مهمة الكتلة تهتز حول محور مار من مركزها ومعلق من

طرفها العلوي كتلة نقطية m_1 ومن طرفها السفلي كتلة نقطية m_2

ساق مهمة الكتلة: ($M_{\text{ساق}} = 0, I_{\Delta/c} = 0$)

توضيح m_1 تبعد عن o مسافة $r_1 = \frac{L}{2}$

m_2 تبعد عن o مسافة $r_2 = \frac{L}{2}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} : \text{تعيين } I_{\Delta} \text{ حسب جملة}$$

$$I_{\Delta} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (r_1 = r_2 = \frac{L}{2})$$

$$I_{\Delta} = m_1 \frac{L^2}{4} + m_2 \frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{L^2}{4} (m_1 + m_2)$$

$$m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2 : \text{تعيين جملة } m$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 r_2 + m_1 r_1}{m_{\text{ساق}} + m_1 + m_2} : \text{تعيين } d$$

$$(r_1 = r_2 = \frac{L}{2}) \Rightarrow d = \frac{m_2 \frac{L}{2} + m_1 \frac{L}{2}}{m_{\text{جملة}}}$$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم

(جملة $I_{\Delta} \cdot d \cdot m$) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

المسألة رقم «2» النواس الثقلي المركب * النواس الفتل [ساق]

يتألف نواس ثقلي من ساق متجانسة مهمة الكتلة ($L = 1m$) تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية ($m_1 = 400g$) وفي نهايتها السفلية كتلة نقطية ($m_2 = 600g$) نجعلها شاقولية لتتهتز حول محور ثابت عمودي على مستويها ومار من منتصفها ($\pi^2 = 10$)

($M_{\text{ساق}} = 0$, $I_{\Delta/c} = 0$): ساق مهمة الكتلة: $m_2 = 600g \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-1} = \frac{6}{10} kg$, $m_1 = 400g \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-1} = \frac{4}{10} kg$

(1) احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

تعيين I_{Δ} حسب جملة: $I_{\Delta \text{ جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad r_1 = r_2 = \frac{L}{2}$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = m_1 \frac{L^2}{4} + m_2 \frac{L^2}{4} = (m_1 + m_2) \frac{L^2}{4}$$

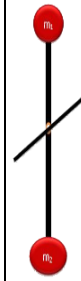
$$I_{\Delta \text{ جملة}} = \left(\frac{4}{10} + \frac{6}{10}\right) \frac{1}{4} = \frac{10}{10} \times \frac{1}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{4} kg \cdot m^2$$

$$m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2 = 0 + \frac{4}{10} + \frac{6}{10} \Rightarrow m_{\text{جملة}} = \frac{10}{10} = 1kg$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2} = \frac{m_2 \frac{L}{2} - m_1 \frac{L}{2}}{m_{\text{جملة}}}$$

$$d = \frac{\frac{6}{10} \times \frac{1}{2} - \frac{4}{10} \times \frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{10} - \frac{2}{10} \Rightarrow d = \frac{1}{10} m$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{4}}{1 \times 10 \times \frac{1}{10}}} = 2\pi \times \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = \pi \text{ sec}$$



(2) احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس .

$$T_0' = T_0 \text{ مركب بسيط}$$

$$2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} = \pi$$

$$\Rightarrow 2 \sqrt{\frac{L'}{10}} = 1$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{L'}{10} = 1 \Rightarrow L' = \frac{10}{4}$$

$$L' = 2.5(m) \text{ وهذا هو طول النواس البسيط الموافق}$$

(3) نزح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي زاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية .

(a) استنتج العلاقة المحدد للسرعة الزاوية لحظة مرورها بوضع

التوازن الشاقولي ثم احسب قيمتها علماً أن ($\theta_{max} = 60^\circ$)

$$\theta_{max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad} , \omega = ?$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \vec{W}_{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}} = \Delta E_K$$

$$W_{\vec{R}} + W_{\vec{W}} = E_k - E_{K_0}$$

$$0 \text{ دون سرعة ابتدائية} \quad 0 \text{ نقطة تأثيرها لا تنتقل}$$

$$W_{\vec{W}} = E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{mgh}{\frac{1}{2} I_{\Delta}} \xrightarrow{h=d(1-\cos\theta_{max})} \omega = \sqrt{\frac{2mgd[1-\cos\theta_{max}]}{I_{\Delta}}}$$

نأخذ قيم كل من I_{Δ} و d من طلب الدور

$$\left(I_{\Delta} = \frac{1}{4} kg \cdot m^2 \text{ و } d = \frac{1}{10} m \text{ و } m_{\text{جملة}} = 1kg \right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 1 \times 10 \times \frac{1}{10} \left[1 - \frac{1}{2} \right]}{\frac{1}{4}}} \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

(b) احسب قيمة السرعة الخطية لكل من مركز العطالة وإحدى

الكتلتين

السرعة الخطية: $v = \omega \cdot r$

$$\xrightarrow{\text{لإحدى الكتلتين}} r = \frac{L}{2} \Rightarrow v = \omega \cdot \frac{L}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow v = 1 \text{ m} \cdot s^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{لمركز العطالة}} r = d \Rightarrow v = \omega \cdot d = 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow v = \frac{1}{5} \text{ m} \cdot s^{-1}$$

$$\omega = 2\sqrt{2} \text{ rad} \cdot s^{-1} , \theta_{max} = ?$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \vec{W}_{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}} = \Delta E_K$$

$$W_{\vec{R}} + W_{\vec{W}} = E_k - E_{K_0}$$

$$0 \text{ دون سرعة ابتدائية} \quad 0 \text{ نقطة تأثيرها لا تنتقل}$$

$$W_{\vec{W}} = E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$$

$$h = d(1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow mgd(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2}{mgd} \Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2}{mgd}$$

نأخذ قيم كل من I_{Δ} و d من طلب الدور:

$$\left(I_{\Delta} = \frac{1}{4} kg \cdot m^2 \text{ و } d = \frac{1}{10} m \text{ و } m_{\text{جملة}} = 1kg \right)$$

$$\omega = 2\sqrt{2} \text{ rad} \cdot s^{-1} \Rightarrow \omega^2 = 8$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 8}{1 \times 10 \times \frac{1}{10}} = 1 - 1 = 0$$

$$\cos\theta_{max} = 0 \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

(4) نأخذ الساق فقط ونعلقها من منتصفها بسلك قتل شاقولي ثابت فتلته ($K = 0, 1 \text{ m.N.rad}^{-1}$) ونثبت على طرفي الساق كتلتين نقطيتين ($m_1 = m_2 = 50 \text{ g}$) ونحرف الساق عن وضع توازنها الأفقي بزاوية (60°) ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة ($t = 0$) فتتهتز بحركة جيبية دورانية ($\pi^2 = 10$) والمطلوب:

(a) احسب دورها الخاص.

$$m_1 = m_2 = 50 \text{ g} = 5 \times 10^{-2} \text{ kg}, K = 10^{-1} \text{ m.N.rad}^{-1}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}} \quad I_{\Delta} = I_{\Delta_{\text{ساق}}} + 2I_{\Delta m_1}$$

$$I_{\Delta} = 0 + 2I_{\Delta m_1}$$

$$I_{\Delta} = 2m_1 r_1^2 \xrightarrow{r_1=r_2=\frac{L}{2}} I_{\Delta} = 2m_1 \frac{L^2}{4}$$

$$I_{\Delta} = 2 \times 5 \times 10^{-2} \times \frac{1}{4} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{4} \times 10^{-1} \text{ kg.m}^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{4} \times 10^{-1}}{10^{-1}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = \pi \text{ sec}$$

ملاحظة: قد نعطينا قيمة الدور الخاص T_0 وبطلب حساب طول الساق L :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}} \xrightarrow{I_{\Delta} = 2m_1 \frac{L^2}{4}} T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 \frac{L^2}{4}}{K}} \Rightarrow$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \left(\frac{2m_1 \frac{L^2}{4}}{K} \right) \xrightarrow{\text{نعزل } L^2} L^2 = \frac{4k.T_0^2}{4\pi^2(2m_1)}$$

$$\xrightarrow{\text{نختصر ونجذر}} L = \sqrt{\frac{k.T_0^2}{\pi^2(2m_1)}}$$

(b) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تعيين الثوابت $\bar{\varphi}$, ω_0 , $\theta_{\max}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \omega_0 = 2 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\theta = \theta_{\max} \Rightarrow \theta = \theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

حساب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء: $t = 0$, $\theta = +\theta_{\max}$

$$\theta = +\theta_{\max} \Rightarrow \theta_{\max} = \theta_{\max} \cos \bar{\varphi} \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \cos 2t \text{ (rad)}$$

(c) أحسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ ثم أحسب

الطاقة الحركية عندئذ

$$E_p = \frac{1}{2} k \theta^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times \frac{\pi^2}{36} = \frac{1}{72} \text{ J}$$

الطاقة الحركية: من فرق الطاقات

$$E = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2} k \theta_{\max}^2 - \frac{1}{2} k \theta^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} K [\theta_{\max}^2 - \theta^2]$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \left[\frac{\pi^2}{9} - \frac{\pi^2}{36} \right]$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \left[\frac{4\pi^2}{36} - \frac{\pi^2}{36} \right]$$

$$E_k = \frac{3}{72} \text{ J}$$

نستطيع حساب E_k فوراً

$$E_k = E - E_p$$

إذا عُلمت قيم E و E_p

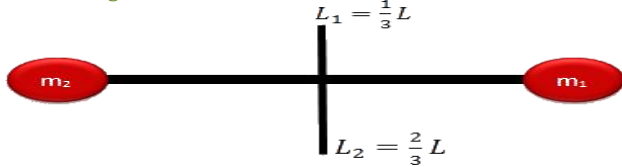
(e) احسب التسارع الزاوي للساق في وضع تصنع فيه زاوية قدرها

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \bar{\theta}$$

$$\alpha = -4 \times \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow \alpha = \pi \text{ rad.s}^{-2}$$

(6) نقسم سلك الفتل إلى قسمين أحدهما ($L_1 = \frac{1}{3} L$) والآخر ($L_2 = \frac{2}{3} L$) ونعلق الساق من منتصفها بجزأي السلك معاً أحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل، احسب الدور الجديد للجملة.

السلك الأول $L_1 = \frac{1}{3} L$, السلك الثاني $L_2 = \frac{2}{3} L$



$$K_1 = k' \frac{(2r)^4}{L_1} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{3} L} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} K_1 = 3 \left(k' \frac{(2r)^4}{L} \right) \Rightarrow K_1 = 3K$$

$$K_2 = k' \frac{(2r)^4}{L_2} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{2}{3} L} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} K_2 = \frac{3}{2} \left(k' \frac{(2r)^4}{L} \right) \Rightarrow K_2 = \frac{3}{2} K$$

$$K_{\text{جملة}} = K_1 + K_2 = 3K + \frac{3}{2} K = \frac{6}{2} K + \frac{3}{2} K \Rightarrow K_{\text{جملة}} = \frac{9}{2} K$$

$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K_{\text{جملة}}}} \Rightarrow T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{\frac{9}{2} K}} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{2}{9} \times \frac{I_{\Delta}}{K}}$$

$$T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}} \right) \Rightarrow T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3} T_0 \Rightarrow T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3} \pi \text{ sec}$$

(d) احسب قيمة السرعة الزاوية لحظة مرور الساق بوضع التوازن للمرة

الأولى. تابع السرعة الزاوية: $\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نحسب زمن المرور الأول للساق بوضع التوازن: $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ sec}$

$$\bar{\omega} = -2 \times \frac{\pi}{3} \sin \left(2 \times \frac{\pi}{4} + 0 \right) \Rightarrow \bar{\omega} = -2 \times \frac{\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1}$$

(5) نجعل طول سلك الفتل ضعفي ما كان عليه احسب قيمة الدور الجديد للجملة.

فرضاً: $L_2 = 2L_1$

$$T_{0_1} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K_1}} \quad T_{0_2} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K_2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{0_2} \\ T_{0_1} \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \quad (*)$$

$$K_1 = k' \frac{(2r)^4}{L_1} \quad K_2 = k' \frac{(2r)^4}{L_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} K_1 \\ K_2 \end{array} \right\} = \frac{L_2}{L_1} \xrightarrow{\text{فرضاً } L_2=2L_1} \frac{K_1}{K_2} = \frac{2L_1}{L_1} = 2$$

نعوض في (*):

$$\frac{T_{0_2}}{T_{0_1}} = \sqrt{2} \Rightarrow T_{0_2} = \sqrt{2} \cdot T_{0_1} \Rightarrow T_{0_2} = \pi \sqrt{2} \text{ sec}$$

المسألة رقم «3» النواس الثقلي المركب . النواس الفتل [قرص]

(A) يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس نصف قطره $(r = \frac{1}{6}m)$ يمكنه أن ينوس في مستوي شاقولي حول محور أفقي عمودي على مستويته ومار من نقطة على محيطه ، نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية (60°) ونتركه دون سرعة ابتدائية علماً أن عزم عطالة القرص حول محور مار من مركزه $(I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2)$ $(\pi^2 = 10)$ والمطلوب:

(1) احسب الدور الخاص للاهتزاز

$$\theta_{max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3} rad > 0,24 rad$$

ساعات كبيرة: الدور بحالة الساعات الكبيرة:

$$T_0' = T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right]$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \quad \text{حساب الدور بحالة الساعات الصغيرة:}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/C} + md^2$$

$$[d = r]$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m \times 10 \times r}} \Rightarrow T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}}r = 2\sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{1}{6}$$

الدور بحالة الساعات الصغيرة: $[T_0 = 1 \text{ sec}]$ نعوض للساعات الكبيرة

$$T_0' = 1 \left[1 + \frac{\pi^2}{16} \right] = 1 + \frac{10}{144} = \frac{144}{144} + \frac{10}{144} \Rightarrow T_0' = \frac{154}{144} \text{ sec}$$

إضافي: احسب كتلة القرص إذا فرضنا أن عزم عطالة القرص حول

$$I_{\Delta/C} = \frac{1}{24} kgm^2 \quad \text{محور أفقي مار من مركزه}$$

$$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2 \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{2} \times m \times \frac{1}{36} \quad \text{من قانون}$$

$$[m = 3kg]$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$ الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \bar{W}_{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}} = \Delta E_K$$

$$W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}} = E_{K_0} - E_{K_1}$$

$$W_{\vec{w}} = E_K$$

$$mgh = \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2$$

$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$mgh = \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{mgh}{\frac{1}{2}I_{\Delta}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2mgd[1 - \cos\theta_{max}]}{I_{\Delta}}}$$

نأخذ I_{Δ} و d من طلب الدور: $(I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2, \quad d = r)$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgr[1 - \cos\theta_{max}]}{\frac{3}{2}mr^2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 10 \left[1 - \frac{1}{2} \right]}{\frac{3}{2} \times \frac{1}{6}}} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \Rightarrow \text{السرعة الزاوية} \quad [\omega = 2\pi \text{ rad} \cdot s^{-1}]$$

$$v = \omega \cdot r = 2\pi \times \frac{1}{6} \Rightarrow v = \frac{\pi}{3} \text{ m} \cdot s^{-1}$$

(B) نثبت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطية (m') مساوية لكتلة القرص (m) ونجعله يهتز حول محور أفقي مار من مركزه .

(2) احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس .

$$T_0 = T_0' \quad \text{مركب بسيط}$$

$$2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} = 1$$

$$\Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{L'}{10}} = 1$$

$$2\sqrt{L'} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{L'} = \frac{1}{2} \quad \text{نربع الطرفين}$$

$$\Rightarrow L' = \frac{1}{4}m$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$\text{كتلة } I_{\Delta} = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m'}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2$$

نوجد المقامات حيث $(m = m')$ فرضاً

$$I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m'r}{m' + m} = \frac{m'r}{2m'} \Rightarrow d = \frac{r}{2}$$

$$m_{\text{جمله}} = m_{\text{قرص}} + m' \Rightarrow m_{\text{جمله}} = 2m$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2m \times 10 \times \frac{r}{2}}}$$

$$\xrightarrow{\text{الدور بدلالة نصف القطر}} T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}}r$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{1}{6} \Rightarrow T_0 = 1 \text{ sec}$$

(3) نزع القرص عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية (θ_{max}) ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية $v = \frac{\sqrt{2}\pi}{3} m.s^{-1}$ لحظة المرور بالشاقول ، احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} علماً أن $\theta_{max} > 0,24 rad$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \vec{W}_{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}} = \Delta E_k$$

$$W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}} = E_k - E_{k_0}$$

$$W_{\vec{w}} = E_k$$

$$mgh = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 (*)$$

$$h = d[1 - \cos \theta_{max}]$$

نأخذ كل الرموز من طلب الدور السابق (مع كتلة): $m_{جملة} = 2m$

$$d = \frac{r}{2} \Rightarrow h = \frac{r}{2} [1 - \cos \theta_{max}]$$

$$I_{\Delta} = \frac{3}{2} mr^2$$

$$v = \omega . r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$$

نعوض كل الرموز في العلاقة (*)

$$2mg \frac{r}{2} [1 - \cos \theta_{max}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} mr^2 \frac{v^2}{r^2}$$

$$gr[1 - \cos \theta_{max}] = \frac{3}{4} v^2 \Rightarrow [1 - \cos \theta_{max}] = \frac{\frac{3}{4} v^2}{gr}$$

$$[1 - \cos \theta_{max}] = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{2\pi^2}{9}}{10 \times \frac{1}{6}}$$

$$1 - \cos \theta_{max} = 1 \Rightarrow \cos \theta_{max} = 0 \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{2} rad$$

(C) نزيل الكتلة النقطية ونعلق القرص من مركزه بسلك فتل مكوناً نواس فتل ، وندير القرص أفقياً حول السلك بمقدار نصف دورة ونتركه دون سرعة ابتدائية معتبراً مبدأ الزمن لحظة تركه في المطال الأعظمي الموجب بدور يساوي $T_0 = 4 sec$ فإذا علمت أن عزم عطالة هذا القرص حول السلك $I_{\Delta/C} = 0,01 kg.m^2$ ($\pi^2 = 10$)

(1) احسب قيمة كتلة القرص علماً أن عزم عطالة القرص حول محور

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} mr^2$$

نحسب الكتلة من قانون عزم العطالة المعطى : $I_{\Delta} = \frac{1}{2} mr^2$

$$m = ? , I_{\Delta} = 10^{-2} kg.m^2 , r = \frac{1}{6} m$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} mr^2$$

$$\Rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{2} m \frac{1}{36} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{72} m$$

$$\Rightarrow m = 72 \times 10^{-2} kg$$

(2) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تعيين الثوابت $\bar{\varphi}$, ω_0 , θ_{max}

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1}$$

$$\theta + \theta_{max} = \pi rad$$

ملاحظة

$$(\theta = \frac{\pi}{2} rad \text{ ربع دورة } \theta = \pi rad \text{ نصف دورة } \theta = 2\pi rad \text{ دورة كاملة})$$

تعيين $\bar{\varphi}$ من شروط البدء : $t = 0$, $\theta = +\theta_{max}$

$$+\theta_{max} = \theta_{max} \cos \bar{\varphi} \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0$$

$$\bar{\theta} = \pi \cos \frac{\pi}{2} t (rad)$$

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام:

(3) احسب السرعة الزاوية العظمى للقرص (طويلة)

$$|\omega_{max}| = \omega_0 \theta_{max}$$

$$\omega_{max} = \frac{\pi}{2} \times \pi = \frac{\pi^2}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow \omega_{max} = 5 rad.s^{-1}$$

(4) احسب التسارع الزاوي للقرص لحظة مروره بوضع ($\theta = -\frac{\pi}{2} rad$)

$$\alpha = ?$$

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 . \bar{\theta}$$

$$\bar{\alpha} = -\frac{\pi^2}{4} . \left(-\frac{\pi}{2}\right) = +\frac{10\pi}{8} \Rightarrow \alpha = 5 \frac{\pi}{4} rad.s^{-2}$$

(5) احسب قيمة ثابت فتل السلك :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{k}$$

$$k = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta}}{T_0^2} = 4 \times 10 \times \frac{10^{-2}}{16} = \frac{1}{4} \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow k = 25 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$$

(6) احسب الطاقة الميكانيكية للقرص عند المرور في وضع توازنه.

$$E_p = 0 \Leftarrow E = E_k \Leftarrow \theta = 0$$

$$E = E_k = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$$

$$\omega = \omega_{max} = 5 rad.s^{-1}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times 25 \Rightarrow E = 12,5 \times 10^{-2} J$$

$$E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-3} \times \pi^2 \Rightarrow E = 12,5 \times 10^{-2} J$$

النواس الثقلي البسيط

(D) يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة كتلتها (100g) معلقة بخيط خفيف طوله (L=1m)

نزيح هذا النواس عن وضع توازنه الشاقولي ($\theta_{MAX} = 60^\circ$) ونتركه دون سرعة ابتدائية:

(1) أحسب دور هذا النواس في مكان تبلغ فيه قيمة حقل الجاذبية
($\pi = \sqrt{10}$) ($g=10m/s^2$)

(2) استنتج العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرور الشاقول ثم أحسب قيمتها

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين :

الأول: لحظة تركه دون سرعة ابتدائية في الوضع $\theta = \theta_{max}$

الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \vec{W} \cdot \vec{F} = \Delta E_K$$

$$\vec{W}_T + \vec{W}_\omega = \vec{E}_K - \vec{E}_{K_0}$$

بدون سرعة ابتدائية $\theta = 0$ لأنها تعامد الانتقال في كل لحظة

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$h = L[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$mgL[1 - \cos\theta_{max}] = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2gL[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$v = \sqrt{2gL[1 - \cos\theta_{max}]}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot (1 - \frac{1}{2})} = \sqrt{10} \Rightarrow v = \pi(m.s^{-1})$$

بما أن السعة كبيرة نقوم أولاً بحساب الدور بحالة السعات الصغيرة ومن ثم نعوضه في قانون الدور من أجل السعات الكبيرة

الدور بحالة سعات صغيرة: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2(s)$

قانون الدور من أجل السعات الكبيرة: $T_0' = T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

$$T_0' = 2 \left[1 + \frac{\pi^2}{16}\right]$$

$$T_0' = 2 \left[1 + \frac{10}{144}\right]$$

$$T_0' = 2 \left[\frac{144}{144} + \frac{10}{144}\right] = 2 \times \frac{154}{144}$$

$$T_0' = \frac{154}{72} = 2.14(sec)$$

(3) استنتج العلاقة المحددة لتوتر السلك لحظة المرور بالشاقول ثم أحسب قيمتها

(4) على فرض أننا أرحنا الكرة إلى مستوٍ أفقي يرتفع $h = 1m$ عن المستوي الأفقي الهار منها وهي في موضع توازنها الشاقولي ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ ونتركها دون سرعة ابتدائية والمطلوب :

a. استنتج العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة المرور بالشاقول ثم أحسب قيمتها

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين :

الأول: لحظة تركه دون سرعة ابتدائية في الوضع $\theta = \theta_{max}$

الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \vec{W} \cdot \vec{F} = \Delta E_K$$

$$\vec{W}_T + \vec{W}_\omega = \vec{E}_K - \vec{E}_{K_0}$$

بدون سرعة ابتدائية $\theta = 0$ لأنها تعامد الانتقال في كل لحظة

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1} = 2\sqrt{5}m.s^{-1}$$

b. أحسب قيمة الزاوية θ

$$h = L[1 - \cos\theta_{max}] \Rightarrow h = L - L\cos\theta_{max}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{L-h}{L} = \frac{1-1}{1} = 0 \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{2}rad$$

جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: كرة النواس

القوى الخارجية المؤثرة في كرة النواس قوة ثقل الكرة $\vec{W}$ وقوة توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

بإسقاط طرفي العلاقة على حامل $\vec{T}$ (n' الناظم) نجد

$$-W + T = m \cdot a_c$$

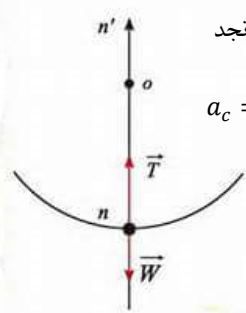
مسقط التسارع على الناظم هو تسارع ناظمي $a_c = \frac{v^2}{r}$

$$T = w + ma_c$$

$$T = mg + m \frac{v^2}{r}$$

$$T = m \left(g + \frac{v^2}{L}\right)$$

$$T = 10^{-1} \left(10 + \frac{10}{1}\right) \Rightarrow T = 2N$$

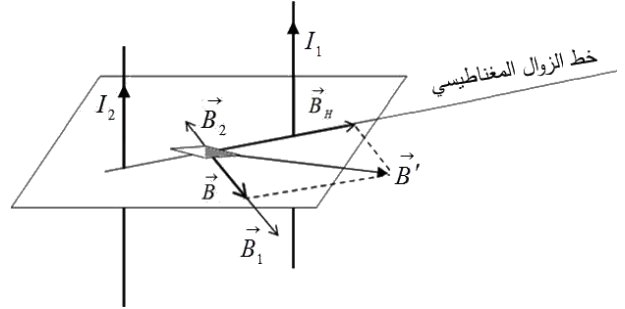


المسألة رقم 4: مغناطيسية * كهربائية

(A) نضع في مستوى الزوال المغناطيسي سلكين نحاسيين طويلين متوازيين بحيث يبعد منتصفاهما (C_1, C_2) عن بعضهما مسافة ($d = 40 \text{ cm}$) ، ونضع إبرة بوصلة صغيرة في النقطة (G) منتصف المسافة C_1, C_2 نمرر في السلك الأول تيار كهربائياً شدته ($I_1 = 3A$) وفي السلك الثاني نمرر تياراً كهربائياً شدته ($I_2 = 1A$) وبجهة واحدة

(1) احسب شدة الحقل المغناطيسي المتولد عن التيارين في النقطة (C) موضحاً ذلك بالرسم

$$d = 40 \times 10^{-2} (m) \quad I_1 = 3(A) \quad I_2 = 1(A)$$



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

وبما أن $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ على حامل واحد وبجهتين متعاكستين فالمحصلة حاصل

طرحهما يكون : $B = B_1 - B_2$

$$B = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{d_1} - 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{d_2}$$

$$B = \frac{2 \times 10^{-7}}{d_1} (I_1 - I_2)$$

$$B_1 = \frac{2 \times 10^{-7}}{20 \times 10^{-2}} [3 - 1] = 2 \times 10^{-6} (T)$$

(2) حدد النقطة الواقعة بين السلكين التي تنعدم فيها شدة محصلة

الحقلين وهل يمكن أن تنعدم شدة محصلة الحقلين في نقطة واقعة خارج السلكين؟ وضح إجابتك.

تنعدم فيها شدة محصلة الحقلين $B_1 = B_2$

$$2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{d_1} = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{d_2} \Rightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \Rightarrow$$

$$\frac{d = d_1 + d_2 \Rightarrow d_2 = d - d_1}{d_1} \Rightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d - d_1} \Rightarrow I_2 d_1 = I_1 (d - d_1)$$

$$I_2 d_1 = I_1 d - I_1 d_1 \Rightarrow I_2 d_1 + I_1 d_1 = I_1 d$$

$$d_1 (I_2 + I_1) = I_1 d \Rightarrow d_1 = \frac{I_1 d}{(I_2 + I_1)}$$

$$d_1 = \frac{3 \times 40 \times 10^{-2}}{(1+3)} = 3 \times 10^{-1} m$$

أي النقطة التي تنعدم عندها شدة الحقل المحصل هي نقطة واقعة بين

$$d_1 = 3 \times 10^{-1} m$$

✓ لا يمكن أن تنعدم شدة محصلة الحقلين في نقطة تقع خارج السلكين لأن الحقلين على حامل واحد وبجهة واحدة بالنسبة لنقطة تقع خارج السلكين

(3) احسب شدة القوة الكهرومغناطيسية التي يؤثر فيها أحد السلكين على طول 5cm من السلك الآخر.

قوة التأثير المتبادل (قوة تأثير أحد السلكين على السلك الآخر)

$$F = I_1 \ell B_2 \sin \theta = I_1 \ell (2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{d})$$

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2 I_1}{d} L$$

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{1 \times 3 \times 5 \times 10^{-2}}{40 \times 10^{-2}} \Rightarrow F = 75 \times 10^{-9} N$$

(4) نأخذ أحد الأسلاك والذي طوله ($l' = 16\pi \text{ ml}$) ونشكل منه وشيعة طولها

$$l' = 16\pi \text{ ml} = 16\pi \times 10^{-3} m$$

$$I = \frac{8}{\pi} \times 10^{-2} A$$

$$l' = 16\pi (m^2) \quad I = \frac{8}{\pi} \times 10^{-2} (A) \quad r = 8 \times 10^{-2} (m)$$

a. احسب شدة الحقل المغناطيسي المتولد في مركز الوشيعة

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{NI}{L}$$

$$\frac{\text{طول السلك}}{2\pi r \text{ محيط اللفة الواحدة}} = N \text{ عدد اللفات}$$

$$N = \frac{16\pi}{2\pi \times 8 \times 10^{-2}} = 100 \text{ لفة}$$

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{100}{16 \times 10^{-2}} \times \frac{8}{\pi} \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-5} T$$

b. احسب زاوية انحراف إبرة مغناطيسية في مركز الوشيعة علماً أن شدة المركبة

$$B_H = 2 \times 10^{-5} T \text{ الأرضي}$$

قبل إمرار التيار كانت الإبرة خاضعة للحقل المغناطيسي الأرضي $\vec{B}_H$

بعد إمرار التيار أصبحت الإبرة خاضعة لمحصلة الحقلين الأرضي $\vec{B}_H$

والحقل الناتج عن تيار الوشيعة $\vec{B}$

$$\tan \theta = \frac{B}{B_H} = \frac{2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-5}} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

c. إذا أجرينا اللف بالجهة نفسها على أسطوانة فارغة من مادة عازلة باستخدام سلك معزول قطره 8mm لفات متلاصقة. احسب عدد طبقات لفات الوشيعة.

$$\frac{\text{عدد الطبقات الكلية}}{\text{عدد اللفات في طبقة واحدة}} = \frac{N}{N'}$$

عدد اللفات الكلية لفة $N = 100$ يجب حسب حساب N' :

$$N' = \frac{\text{طول الوشيعة}}{\text{قطر سلك الملف}} = \frac{l}{(2r')} = \frac{16 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-3}} = 20 \text{ لفة في الطبقة}$$

$$\text{طبقة واحدة} = \frac{N}{N'} = \frac{100}{20} = 5$$

d. نضع داخل الوشيعة في مركزها ملف دائري نصف قطره الوسطي 40 cm يتألف

من 10 لفة ، بحيث يضع الناظم على سطح الملف مع محور الوشيعة 60°

احسب التدفق المغناطيسي عبر الملف الناتج عن تيار الوشيعة . واحسب التغير

الحاصل في قيمة التدفق المغناطيسي الذي يجتاز الملف . عند قطع تيار الوشيعة ($16\pi = 50$)

♥ حساب التدفق المغناطيسي: $\Phi = N B S \cos \alpha$

$$N_{\text{ملف}} = 10 \text{ لفة} , B_{\text{وشيعة}} = 2 \times 10^{-5} T , \alpha = 60^\circ$$

$$r = 4 \times 10^{-1} m \Rightarrow S = \pi r^2 = 16\pi \times 10^{-2} m^2 = 50 \times 10^{-2} m^2$$

$$\Phi = N B S \cos \alpha$$

$$\Phi = 10 \times 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Phi = 5 \times 10^{-5} \text{ Weber}$$

♥ التغير الحاصل في قيمة التدفق المغناطيسي:

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \Rightarrow \Delta \Phi = N B_2 S \cos \alpha - N B_1 S \cos \alpha$$

$$I_{\text{وشيعة}} \Rightarrow B_1 \Rightarrow \Phi_1 = 5 \times 10^{-5} \text{ Weber}$$

$$\text{عند قطع تيار الوشيعة} \Rightarrow B_2 = 0 \Rightarrow \Phi_2 = 0$$

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - 5 \times 10^{-5} = -5 \times 10^{-5} \text{ Weber}$$

ملاحظة : للوشيعة والملف المحور نفسه أي $\alpha = 0$

(B) نجعل من الوشعة اطراً و نعلق الاطار بسلك شاقولي عديم الفتل ضمن حقل مغناطيسي أفقي منتظم يوازي مستوي الإطار شدته ($B=0.05T$) ، ونمرر في الاطار تياراً كهربائياً شدته ($I=0.5A$) باعتبار ($64\pi=200$) ($r=8 \times 10^{-2}m \Rightarrow S=\pi r^2=64\pi \times 10^{-4}=200 \times 10^{-4}=2 \times 10^{-2}m^2$)

(1) أحسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرار التيار

(2) أحسب عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار من وضعه السابق ليصبح في حالة توازن مستقر

$$W = I \cdot \Delta\phi = I(\phi_2 - \phi_1) : \text{عمل المزدوجة الكهرطيسية}$$

$$W = INBS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

(الوضع السابق) خطوط الحقل توازي مستوي الإطار: $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$

توازن مستقر بعد الدوران $\alpha_2 = 0$

$$W = 100 \times 5 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2}(1 - 0)$$

$$W = 5 \times 10^{-2}J$$

$$N=100 \quad I=0.5(A) \quad B=5 \times 10^{-2}T$$

$$S=\pi r^2$$

عزم المزدوجة الكهرطيسية: $\Gamma_\Delta = NI \vec{S} \cdot \vec{B} \cdot \sin\alpha$

$$\Gamma_\Delta = 100 \times 5 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \times \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\Gamma_\Delta = 5 \times 10^{-2}(m.N)$$

ملاحظة: أحسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار عندما يدور بزاوية $\theta' = 60^\circ$

$\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ نعوض $\Gamma_\Delta = NISB \cdot \sin\alpha$

(C) نقطع التيار ونستبدل سلك التعليق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله ($K=8 \times 10^{-4}(m.N.rad^{-1})$) حيث يكون مستوي الإطار يوازي خطوط الحقل المغناطيسي السابق ونمرر فيه تيار شدته ($0.8mA$) فيدور الإطار بزاوية صغيرة (θ') انطلاقاً من شرط التوازن استنتج قيمة هذه الزاوية ، يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي ، ثم أحسب قيمة ثابت المقياس الغلفاني ، وعند زيادة حساسية المقياس 10 مرات من أجل التيار نفسه ماقيمة ثابت فتل سلك التعليق بالوضع الجديد ،

نعزل $\theta' = ?$

$$\theta' = \frac{NBS}{K} I$$

$$\theta' = \frac{100 \times 5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times 8 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}} \Rightarrow \theta' = 10^{-1}(rad)$$

حساب قيمة ثابت المقياس الغلفاني: $\theta' = G \cdot I$

$$G = \frac{\theta'}{I} = \frac{10^{-1}}{8 \times 10^{-4}} = 125 \frac{rad}{A}$$

عند زيادة الحساسية عشر مرات ← ينقص K عشر مرات

$$G = \frac{NBS}{K} \Rightarrow \frac{G}{G'} = \frac{K'}{K} \Rightarrow k' = \frac{G}{G'} K \Rightarrow k' = \frac{G}{10G} K$$

$$K' = \frac{K}{10} = \frac{8 \times 10^{-4}}{10} \Rightarrow K' = 8 \times 10^{-5}(m.N.rad^{-1})$$

$$K=8 \times 10^{-4}(mN rad^{-1}) \quad I=8 \times 10^{-1} \times 10^{-3}=8 \times 10^{-4}(A)$$

$$B=5 \times 10^{-2}(T)$$

يخضع الملف إلى عزمين

-عزم المزدوجة الكهرطيسية $\Gamma_\Delta = NISB \cdot \sin\alpha$

-عزم مزدوجة الفتل (سلك الفتل) $\Gamma' = -k\theta'$

وحتى يتوازن الاطار بعد أن يدور بزاوية يكون θ'

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_\Delta + \vec{F}' = 0$$

$$NISB \sin\alpha - k\theta' = 0$$

$$NISB \sin\alpha = k\theta'$$

ولكن $\alpha + \theta' = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \cos\theta'$$

$$NISB \cos\theta' = k\theta'$$

$$\cos\theta' = 1$$

$$NISB = k\theta'$$

(D) : نعيد الإطار إلى وضعه قبل تعليقه بسلك الفتل وهو في حالة توازن مستقر ضمن خطوط الحقل المغناطيسي السابق ونصل طرفيه إلى مقياس غلفاني ، ثم نديره حول المحور الشاقولي بزاوية ($\frac{\pi}{2} rad$) خلال ($0.5s$) أحسب شدة التيار المتعرض إذا كانت مقاومة سلك الإطار ($R=4\Omega$) وكمية الكهرباء المتحرضة خلال الزمن السابق باعتبار ($64\pi=200$)

عند وصل الدارة إلى مقياس غلفاني تصبح المسألة (تحريض)

لحساب شدة التيار نحسب أولاً:

القوة الكهرطيسية التحريضية (نديره أي تغير الزاوية)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{NBS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}{\Delta t}$$

نديره بزاوية $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ توازن مستقر $\alpha_1 = 0$

$$\varepsilon = -\frac{100 \times 5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times (0-1)}{5 \times 10^{-1}}$$

$$\varepsilon = 64\pi \times 10^{-3} = 0.2(Volt)$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2 \times 10^{-1}}{4} \Rightarrow i = 5 \times 10^{-2}(A)$$

ملاحظة: قد يعطينا شدة التيار المتعرض المتولد ويطلب استنتاج العلاقة المحددة للمقاومة الكلية للدائرة

$$R = \frac{\varepsilon}{i}$$

الحل: نفس الاستنتاج وبالنسبة تكون علاقة المقاومة الصرفة متحرض

حساب كمية الكهرباء المتحرضة:

$$q = i\Delta t = 5 \times 10^{-2} \times 0.5 = 25 \times 10^{-3} C$$

إضافي: نعيد الإطار إلى وضع التوازن المستقر ثم ندخل بداخله نواة حديدية

عامل انفاذها

(E) نستبدل سلك التعليق السابق **بمحور شاقولي** ثم ندير الإطار بسرعة زاوية ثابتة تقابل $\frac{2}{\pi}$ Hz. ضمن خطوط الحقل المغناطيسي السابق المطلوب:

(1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للقيمة الجبرية للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة المتناوبة الجيبية

التدفق المغناطيسي Φ الذي يجتاز الإطار وهو في هذه الحالة:

$$\Phi = N s B \cos \alpha$$

السرعة الزاوية للدوران ω ثابتة فإن الزاوية α التي يدورها الملف في زمن قدره t :

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \omega t$$

نعوض في علاقة التدفق المغناطيسي: $\Phi = N S B \cos \omega t$

فتتولد قوة محركة كهربائية متحرضة: $\bar{\epsilon} = -\frac{d\Phi}{dt}$

أي نشتق Φ : $\bar{\epsilon} = N S B \omega \sin \omega t$

تكون ϵ عظمى عندما: $\sin \omega t = 1 \Rightarrow \epsilon_{max} = N S B \omega$ نجد علاقة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة الأنية المتناوبة نعوض في علاقة $\bar{\epsilon}$:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{max} \sin \omega t$$

(2) اكتب التابع الزمني للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة الأنية الناشئة في الإطار.

التابع الزمني للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة الأنية:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{max} \sin \omega t \quad \text{الشكل العام :}$$

$$\epsilon_{max} = N B s \omega \quad \text{نعين الثابت :}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{2}{\pi} = 4 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\epsilon_{max} = 100 \times 5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \times 4$$

$$\epsilon_{max} = 4 \times 10^{-1} \text{ V}$$

$$\bar{\epsilon} = 4 \times 10^{-1} \sin(4t) \text{ volt} \quad \text{نعوض الثابت بالشكل العام :}$$

(4) اكتب التابع الزمني التيار الكهربائي المتحرض اللحظي المار في الإطار. (نهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

$$\bar{i} = \frac{\bar{\epsilon}}{R}$$

$$\Rightarrow \bar{i} = \frac{\epsilon_{max} \sin \omega t}{R}$$

$$\bar{i} = \frac{4 \times 10^{-1} \sin(4t)}{4}$$

التابع لشدة التيار الكهربائي المتحرض اللحظي :

$$\Rightarrow \bar{i} = 10^{-1} \sin(4t) \text{ A}$$

(3) عين اللحظتين الأولى و الثانية التي تكون فيها قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة الأنية الناشئة معدومة.

معدومة أي: $\bar{\epsilon} = 0$ نعزم التابع

$$4 \times 10^{-1} \sin(4t) = 0$$

$$\sin(4t) = 0 \Rightarrow \sin(4t) = \sin(\pi k)$$

$$4t = \pi k \Rightarrow t = \frac{\pi k}{4}$$

لحظة الانعدام الأولى: $k = 0 \Rightarrow t = 0$

لحظة الانعدام الثانية: $k = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \text{ sec}$

ملاحظات

المسألة رقم «5» فعل الحقل المغناطيسي

نجري تجربة السكتين الكهرطيسية حيث تبلغ كتلة الساق الأفقية المستندة على السكتين الأفقيتين والمعامدة لهما (20 g) وطولها (L = 20 cm) تخضع بكاملها لحقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي السكتين ، ويهر في الدارة تيار متواصل شدته (10 A) (10 A) (m = 20 × 10⁻³ kg , I = 10 A , L = 20 × 10⁻² m) .

(1) أحسب شدة الحقل المغناطيسي لتكون شدة القوة الكهرطيسية مساوية مثلي ثقل الساق .

(2) حدد بالكتابة والرسم عناصر شعاع القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق ، وأحسب شدة القوة الكهرطيسية .

نقطة التأثير : منتصف الجزء من الناقل المستقيم الخاضع للحقل المغناطيسي لمنتظم الحامل : عمودي على المستوي المحدد بالناقل المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي

الجهة : حسب قاعدة اليد اليمنى : يخرج التيار من رؤوس الأصابع - نوجه باطن الكف بجهة الحقل المغناطيسي المنتظم .

يشير الإبهام لجهة القوة الكهرطيسية وتحقق الأشعة $\vec{F}$, $\vec{B}$, $\vec{IL}$ ثلاثية قائمة الشدة : $F = ILB \sin \theta$: $\theta = (\vec{IL}, \vec{B})$

(3) أحسب عمل القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق فيما لو انتقلت على السكتين بسرعة ثابتة (0, 1 m.s⁻¹) وخلال ثانية واحدة واحسب الاستطاعة الميكانيكية الناتجة عن ذلك .

(4) نميل السكتين عن الأفق بزاوية α فتتزلق الساق دون احتكاك بسرعة ثابتة بين أنه تنشأ قوة كهرطيسية تعيق حركة الساق عند تحريك الساق بسرعة ثابتة ، عمودياً على خطوط الحقل المغناطيسي

فإن كل إلكترون حر في الساق سيتحرك بهذه السرعة وسطياً ، ومع خضوعها لتأثير الحقل المغناطيسي المنتظم فإنه يخضع لتأثير القوة مغناطيسية $F = e\vec{v} \wedge \vec{B}$ وبتأثير هذه القوة تتحرك الإلكترونات الحرة عبر الدارة فيتولد تيار كهربائي متحرض ينتج أفعالاً تعاكس السبب الذي أدى إلى حدوثه فتنشأ القوة الكهرطيسية معاكسة لجهة حركة الساق .

(5) استنتج ثم احسب شدة التيار الواجب إمراره لتبقى الساق ساكنة ضمن الحقل المغناطيسي السابق إذا كانت زاوية إمالة السكتين عن الأفق (30°)

(6) نعيد السكتين إلى حالتها قبل الإمالة بشكل أفقي و نرفع المولد من الدارة السابقة ونستبدله بقياس غلفاني وندرج الساق بسرعة وسطية ثابتة (0, 4 m.s⁻¹) ضمن الحقل المغناطيسي السابق ، استنتج عبارة القوة المحركة الكهربية التخريبية ثم أحسب قيمتها ، وأحسب شدة التيار المتحرض بافتراض أن المقاومة الكلية للدائرة ثابتة وتساوي (R = 4Ω) ثم ارسم شكلاً توضيحياً يبين جهة كل من التيار المتحرض وقوة لورن (المغناطيسية) والقوة الكهرطيسية والسرعة وشعاع الحقل المغناطيسي

عند درجة الساق بسرعة $\vec{v}$ خلال زمن Δt فإنها تنتقل مسافة $\Delta x = v \cdot \Delta t$

فتمسح سطحاً $\Delta S = L \cdot \Delta x$ ولكن $\Delta x = v \cdot \Delta t$ $\Rightarrow \Delta S = L \cdot v \cdot \Delta t$

فيتغير التدفق : $\Delta \phi = B \Delta S \Rightarrow \Delta \phi = B \cdot L \cdot v \cdot \Delta t$

تنشأ قوة محركة كهربية متحرضة : $|\mathcal{E}| = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = BLv$

$|\mathcal{E}| = \frac{BLv \cdot \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = BLv$

$\mathcal{E} = 2 \times 10^{-1} \times 20 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-1} \Rightarrow \mathcal{E} = 16 \times 10^{-3} \text{ Volt}$

حساب شدة التيار المتحرض :

$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{16 \times 10^{-3}}{4} \Rightarrow i = 4 \times 10^{-3} \text{ A}$

ملاحظة : متحرض المولد ويطلب استنتاج العلاقة المحددة للمقاومة الكلية للدائرة الحل : نفس الاستنتاج وبالنهاية تكون علاقة المقاومة الصرفة $R = \frac{\mathcal{E}}{i}$ متحرض

ملاحظة هامة : في حال كانت الدارة مفتوحة قد يعطينا سرعة الساق v ويطلب فرق الكمون U بين طرفي الدارة : $U = \mathcal{E} = BLv$ أو يعطينا فرق الكمون U بين طرفي الساق ويطلب سرعة الساق :

$U = \mathcal{E} = BLv \Rightarrow v = \frac{U}{BL}$ مثال الطلب 8 في هذه المسألة

للتسجيل بباقي المواد والجلسات الامتحانية في منصتنا الافتراضية زوروا موقعنا www.myway.edu.sy أو تواصلوا معنا (0947050592)

(7) أحسب الاستطاعة الكهربائية الناتجة ، ثم أحسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة على الساق أثناء تدرجها ..

♥ الاستطاعة الكهربائية : $P = \varepsilon . i$

$$P = 16 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow P = 64 \times 10^{-6} \text{ Watt}$$

♥ حساب شدة القوة الكهرطيسية : $F = I L B \sin \theta$ متحضر

$$F = 4 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-1} \times \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow F = 16 \times 10^{-5} \text{ N}$$

(8) نأخذ الساق منفردة ونحركها بسرعة أفقية $\vec{v}$ عمودية على شعاع حقل مغناطيسي منتظم أفقي شدته $B = \frac{1}{2} T$ فيكون فرق الكمون بين طرفي الساق $0.4 V$ ، المطلوب : استنتاج العلاقة المحددة لسرعة الساق واحسب قيمتها.

عند درجة الساق بسرعة $\vec{v}$ خلال زمن Δt فإنها

تنتقل مسافة $\Delta x = v . \Delta t$

فتمسح سطحاً ΔS : $\Delta S = L . \Delta x \xrightarrow{\Delta x = v . \Delta t} \Delta S = L . v . \Delta t$

فيتغير التدفق : $\Delta \phi = B \Delta S \Rightarrow \Delta \phi = B . L . v . \Delta t$

تنشأ قوة محركة كهربائية متحيزة : $|\varepsilon| = \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right|$

وبما أن الدارة مفتوحة فإن فرق الكمون بين طرفي الساق يساوي القوة

المحركة الكهربائية المتحيزة : $U = \varepsilon = BLv \xrightarrow{v \text{ نحل}} v = \frac{U}{BL}$

$$\Rightarrow v = \frac{4 \times 10^{-1}}{\frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-2}} = 4 \text{ m} . \text{s}^{-1}$$

(D) نجعل من القرص دولا بـ $r = \frac{1}{6} m$ ونجعله يدور حول محور مار من مركزه وعمودي على مستوي الشاقولي ، ونخضع نصفه السفلي إلى حقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي القرص شدته $(B = 0,03 T)$ ونمرر فيه تياراً كهربائياً شدته $(I = 12 A)$

(1) حدد بالكتابة والرسم عناصر شعاع القوة الكهرطيسية المؤثرة في القرص.

نقطة التأثير : منتصف الجزء من

نصف القطر المستقيم الخاضع

للحقل المغناطيسي المنتظم .

الحامل : عمودي على المستوي

المحدد بنصف القطر المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي .

الجهة : حسب قاعدة اليد اليمنى : - يخرج التيار من رؤوس الأصابع

- نوجه باطن الكف بجهة الحقل المغناطيسي المنتظم .

- يشير الإبهام لجهة القوة الكهرطيسية بحيث تحقق الأشعة الثلاثة

$\vec{F}$ ، $\vec{B}$ ، $I\vec{r}$ ثنائية قائمة

الشدّة : $F = IrB \sin \theta$

حساب شدة القوة الكهرطيسية : $F = IrB \sin \theta$

$$F = 12 \times \frac{1}{6} \times 3 \times 10^{-2} \times 1 \Rightarrow F = 6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(5) احسب قيمة الكتلة الواجب تعليقها على طرف نصف القطر الأفقي للدولاب لمنع عن الدوران.

جملة المقارنة : خارجية .

الجملة المدروسة : الدولاب المتوازن .

القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{W}$ ثقل الدولاب ،

$\vec{F}$ القوة الكهرطيسية ، $\vec{R}$ رد فعل محور الدوران

، $\vec{W}'$ ثقل الكتلة المضافة .

شرط التوازن الدوراني $\sum \vec{L}_\Delta = 0$

$$(\vec{L}_{W/\Delta} + \vec{L}_{F/\Delta} + \vec{L}_{R/\Delta} + \vec{L}_{W'/\Delta} = 0) (*)$$

$$\vec{L}_{R/\Delta} = 0 \text{ لأن حامل } \vec{R} \text{ يلاقي محور الدوران}$$

$$\vec{L}_{W'/\Delta} = 0 \text{ لأن حامل } \vec{R} \text{ يلاقي محور الدوران}$$

$$\vec{L}_{F/\Delta} = d . F = \left(\frac{r}{2} \right) F$$

$$\vec{L}_{W/\Delta} = -d' . w' = -(r) m' g$$

$$\xrightarrow{\text{نعوض } (*)} 0 + \left(\frac{r}{2} \right) F - (r) m' g + 0 = 0$$

$$\left(\frac{r}{2} \right) F = (r) m' g \Rightarrow m' = \frac{F}{2g}$$

$$m' = \frac{F}{2g} = \frac{6 \times 10^{-2}}{2 \times 10} \Rightarrow m' = 3 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

(9) نعلق الساق من أحد طرفيها بمحور أفقي Δ بحيث يمكنها الدوران حوله بحرية كاملة ونغير طرفها السفلي في الزئبق ونؤثر على طول $(L = 2 \text{ cm})$ من القسم المتوسط بحقل مغناطيسي منتظم شدته $0,1 T$ ثم نمرر في الساق تياراً متوصلاً جديداً فتتحرف الساق عن الشاقول بزاوية $\alpha = 0,1 \text{ rad}$ وتوازن ، استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة التيار المار في الساق . مع الرسم

يؤثر في الساق ثلاثة عزوم : عزم رد فعل محور الدوران وعزم كل من القوة الكهرطيسية و قوة النقل

شرط التوازن الدوراني : $\sum \vec{L}_F = 0$

$$\vec{L}_R + \vec{L}_F + \vec{L}_W = 0 (*)$$

لأن حامل $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران في كل لحظة

$$\vec{L}_F = d_1 . F$$

$$\vec{L}_F = oc . F (2)$$

$$\vec{L}_W = -d_2 . W$$

$$\sin \alpha = \frac{d_2}{oc} \Rightarrow d_2 = oc . \sin \alpha$$

$$\vec{L}_W = -(oc . \sin \alpha) . W$$

$$\vec{L}_W = -oc . W . \sin \alpha (3)$$

نعوض (1) و (2) و (3) في (*)

$$o + oc . F - oc . W \sin \alpha = 0$$

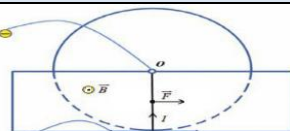
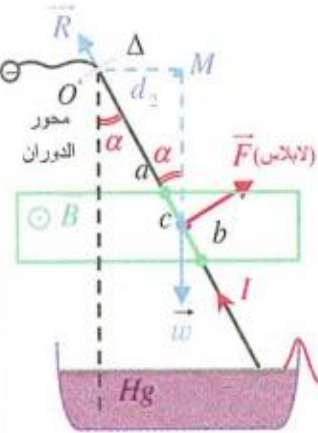
$$oc . F = oc . W \sin \alpha$$

$$F = W \sin \alpha$$

$$ILB \sin \frac{\pi}{2} = mg \sin \alpha \text{ (نعزل)}$$

$$I = \frac{mg \sin \alpha}{LB \sin \frac{\pi}{2}}$$

$$I = \frac{20 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-2} \times 10^{-1} \times 1} \Rightarrow I = 10 \text{ A}$$



المسألة رقم «6» التحريض الكهروطيسي

وشية طولها $\frac{2\pi}{5}m$ وعدد لفاتها 200 لفة ، ومساحة مقطعها 20 cm^2 حيث المقاومة الكلية لدائرتها المغلفة 5Ω (يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

من المعطيات مساحة سطح الوشية : $S = 20\text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4}\text{ m}^2$

(1) نقرب من أحد وجهي الوشية القطب الشمالي لمغناطيس مستقيم وعندما تزداد شدة الحقل المغناطيسي الذي يخترق لفات الوشية بانتظام خلال 0.5 s من 0.04 T إلى 0.06 T : والمطلوب :

a. ما نوع الوجه المقابل للقطب الشمالي ؟

الوجه المقابل للقطب الشمالي وجه شمالي.

(ملاحظة) عند تقريب قطب مغناطيسي يعطي وجه مشابه وعند إبعاد قطب

مغناطيسي يعطي وجه مخالف

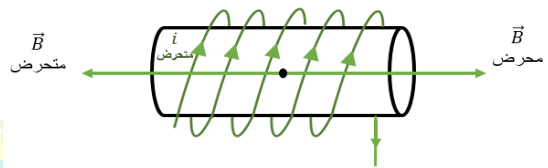
b. حدد على الرسم جهة كل من الحقلين المغناطيسي المحرض والمتحرض في الوشية وعين جهة التيار المتحرض

نلاحظ أن شدة الحقل المغناطيسي قد ازدادت وبالتالي يزداد التدفق

المحرض وبالتالي حسب لنز : $\Delta\Phi > 0$ محرض متزايد

$\vec{B}$ محرض ، $\vec{B'}$ متحرض على حامل واحد وبجهتين متعاكستين .

- جهة التيار المتحرض بجهة أصابع يد اليمنى إبهامها يشير إلى الحقل المتحرض الذي يعاكس الحقل المحرض لأنه متزايد



c. احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة المتولدة في الوشية

$$B_1 = 0.04\text{ T} , B_2 = 0.06\text{ T}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{N\Delta B \cos \alpha}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{N(B_2 - B_1)S}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{200(0.06 - 0.04)20 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-1}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = -16 \times 10^{-3}\text{ Volt}}$$

d. احسب القيمة الجبرية لشدة التيار الكهربائي المتحرض الهار في الوشية .

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-16 \times 10^{-3}}{5} \Rightarrow \boxed{i = -32 \times 10^{-4}\text{ A}}$$

e. احسب ذاتية الوشية

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2 S}{l}$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{4 \times 10^4 \times 20 \times 10^{-4}}{\frac{2\pi}{5}} \Rightarrow \boxed{L = 8 \times 10^{-5}\text{ H}}$$

(2) نرفع الوشية من الحقل المغناطيسي السابق ونمرر فيها تياراً كهربائياً شدته اللحظية $\bar{i} = 6 + 2t$

a. احسب القيمة الجبرية للقوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية في الوشية .

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = 2$$

$$\mathcal{E} = -8 \times 10^{-5} \times 2 = -16 \times 10^{-5}\text{ V}$$

b. احسب مقدار التغير في التدفق المغناطيسي (الذاتي) لحقل الوشية في اللحظتين : $t_1 = 0$, $t_2 = 1\text{ s}$.

$$\Phi = Li$$

$$\Delta\Phi = L \Delta i \Rightarrow \Delta\Phi = L(i_2 - i_1)$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow i_1 = 6 + 2(0) \Rightarrow i_1 = 6\text{ A}$$

$$t_2 = 1\text{ s} \Rightarrow i_2 = 6 + 2(1) \Rightarrow i_2 = 8\text{ A}$$

$$\Delta\Phi = 8 \times 10^{-5}(8 - 6)$$

$$\boxed{\Delta\Phi = 16 \times 10^{-5}\text{ Weber}}$$

c. نمرر في سلك الوشية تياراً كهربائياً متواصلاً شدته 10 A بدل التيار السابق ، احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشية ..

$$E = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-5} \times 100 = 4 \times 10^{-3}\text{ J}$$

(3) على فرض أننا مررنا تيار كهربائي في الوشية فنشأ فيها حقل مغناطيسي $5 \times 10^{-3}\text{ T}$ ونحيط منتصف الوشية بملف دائري يتألف من 10 لفة معزولة مساحة كل منها 0.05 m^2 بحيث ينطبق محوره على محور الوشية ونصل طرفي الملف بمقياس غلفاني حيث تكون المقاومة الكلية لدارة الملف 5Ω ثم نجعل شدة التيار في الوشية تتناقص بانتظام لتتعدم خلال نصف ثانية والمطلوب : احسب شدة التيار المتحرض وحدد جهته

$$N = 10$$

$$S = 5 \times 10^{-2}\text{ m}^2$$

$$I = ? , R = 5\Omega$$

$$t = 0.5\text{ sec}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{N\Delta B \cos \alpha}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{N(B_2 - B_1)S}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow B_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow \text{تتناقص شدة التيار لتتعدم}$$

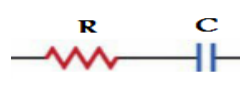
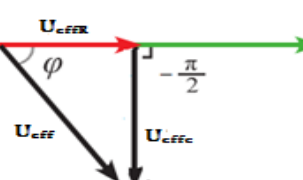
$$\mathcal{E} = -\frac{10(0 - 5 \times 10^{-3})5 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-1}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 5 \times 10^{-3}\text{ Volt}}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{5 \times 10^{-3}}{5} = 10^{-3}\text{ A}$$

وحسب لنز بما أن الحقل المحرض متناقص فإن جهة التيار المتحرض مع جهة التيار المحرض

المسألة رقم «7» التيار المتناوب الجيبي . دائرة مهتزة

(A) في دائرة تيار متناوب تحوي على التسلسل مقاومة صرفة ($R = 15\Omega$) ومكثفة سعتها ($C = \frac{1}{2000\pi} F$) ونطبق على الدارة توتراً لحظياً يعطى بالعلاقة: $\bar{U} = 50\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V) والمطلوب:

(2) اتساعية لمكثفة . $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \frac{1}{2000\pi}} \Rightarrow [X_C = 20\Omega]$ (كل الممانعات واحدتها Ω)	(1) التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتوتر التيار . $u_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50 \text{ (V)}$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$
(4) احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية واكتب تابع الشدة الكلية $I_{eff} = \frac{u_{eff}}{Z} = \frac{50}{25} = 2 \text{ (A)}$ $\bar{i} = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$ $\varphi = 0$ الوصل تسلسل ثابت ، $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$ $I_{max} = I_{eff} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ A}$ $\bar{i} = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (A)}$	(3) احسب الممانعة الكلية للدائرة $Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \Omega$ 
(6) احسب قيمة التوتر المنتج بين لبوسي المكثفة باستخدام انشاء فريزل واكتب تابع التوتر بين لبوسيهما . $U_C = ?$, $U_{effC} = ?$  $\bar{U}_{eff} = \bar{U}_{effR} + \bar{U}_{effC}$ مثلاً قائم: حسب فيثاغورث: $U_{eff}^2 = U_{effR}^2 + U_{effC}^2$ $2500 = 900 + U_{effC}^2$ $U_{effC}^2 = 2500 - 900 = 1600 \Rightarrow [U_{effC} = 40 \text{ V}]$ $\bar{U}_C = U_{maxC} \cos(\omega t + \varphi_C)$ $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$, $\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ $U_{maxC} = U_{effC} \cdot \sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ V}$ $\bar{U}_C = 40\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ V}$	(5) احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي المقاومة واكتب تابع التوتر فيها (معادلة التوتر) $U_{effR} = ?$, $\bar{U}_R = ?$ $U_{effR} = R \cdot I_{eff} = 15 \times 2 = 30 \text{ V}$ $\bar{U}_R = U_{maxR} \cos(\omega t + \varphi_R)$ $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$, $\varphi_R = 0$ $U_{maxR} = U_{effR} \cdot \sqrt{2} = 30\sqrt{2} \text{ V}$ $\bar{U}_R = 30\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ إضافي: احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدائرة الاستطاعة المصروفة حرارية $P_{avg} = R \cdot I_{eff}^2$ $P_{avg} = 15 \times 4 = 60 \text{ Wat}$
(8) احسب عامل استطاعة الدارة ($\cos \varphi = ?$) $\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{15}{25} \Rightarrow [\cos \varphi = \frac{3}{5}]$	(7) احسب الطاقة الحرارية المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال دقيقة $E = P_{avgR} \cdot t$ $E = 60 \times 60 = 3600 \text{ J}$
(10) نعيد التواتر الأصلي $f = 50 \text{ Hz}$ ونضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة جديدة C' مناسبة فيصبح عامل استطاعة الدارة يساوي الواحد.	(9) نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل وشيعة مهملة المقاومة فتبقى الشدة المنتجة للدائرة نفسها ، احسب ذاتية الوشيعة ($L = ?$)
(a) ماذا نسمي هذه الحالة ؟ نسمي هذه الحالة تجاوب كهربائي (طين) (b) احسب شدة التيار المار في الدارة . $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \text{ A}$ (c) احسب السعة المكافئة للمكثفتين وحدد طريقة الضم . $L \cdot \omega = \frac{1}{\omega C_{eq}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{4}{10\pi} \times 10000\pi^2} = \frac{1}{4000\pi} F$ $C_{eq} = \frac{1}{4000\pi} F$ $C = \frac{1}{2000\pi} F$ الوصل تسلسل $\Rightarrow C_{eq} < C$ (d) احسب سعة المكثفة C' الجديدة المضافة $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \Rightarrow \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C}$ $\frac{1}{C'} = \frac{1}{\frac{1}{4000\pi}} - \frac{1}{\frac{1}{2000\pi}} = 4000\pi - 2000\pi = 2000\pi$ $\frac{1}{C'} = 2000\pi \Rightarrow [C' = \frac{1}{2000\pi} F]$ (e) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في هذه الحالة . (ملاحظة بحالة التجاوب دوماً نحسب تيار جديد من $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$ ونعوضه في الاستطاعة) $P_{avg} = I'_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos \varphi = \frac{10}{3} \times 50 \times 1 = \frac{500}{3} \text{ Watt}$	بقيت شدة التيار نفسها $\Leftarrow$ بعد الاضافة $Z = Z$ قبل الاضافة $\sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ نربع الطرفين : $R^2 + X_C^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$ ونختصر R^2 ونختصر $X_C^2 = (X_L - X_C)^2$: $\pm X_C = X_L - X_C$ إما: مرفوض $-X_C = X_L - X_C \Rightarrow X_L = 0$ أو: $+X_C = X_L - X_C \Rightarrow [X_L = 2X_C]$ $L\omega = 2X_C \Rightarrow L = \frac{2X_C}{\omega} = \frac{2 \cdot \frac{20}{100\pi}}{100\pi} \Rightarrow [L = \frac{4}{10\pi} H]$ إضافي: نغير تواتر التيار في الدارة الأخيرة بحيث يحصل توافق بالطور بين شدة التيار والتوتر المطبق ، احسب قيمة التواتر الجديد . حالة طنين (تجاوب كهربائي) $\omega' L = \frac{1}{\omega' C} \Rightarrow \omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow 2\pi f' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ $f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{4}{5\pi} \times \frac{1}{2000\pi}}} \Rightarrow [f' = \frac{\sqrt{5000}}{2} \approx 35.35 \text{ Hz}]$

(11) نعيد ربط المكثفة $C = \frac{1}{2000\pi} F$ على التفرع مع الوشيعه $L = \frac{2}{5\pi} H$ بين طرفي الهاخذ السابق حيث $f = 50 Hz$ و $u_{eff} = 50 (V)$ والمطلوب:

(a) أحسب كلاً من ردية الوشيعه واتساعية المكثفة

$$X_L = L\omega = L(2\pi f) = \frac{2}{5\pi} \times 2\pi \times 50 = 40\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{(2\pi f)c} = \frac{1}{(2\pi \cdot 50) \cdot \frac{1}{2000\pi}} = 20\Omega$$

(b) أحسب كل من الشدة المنتجة في كلا الفرعين .

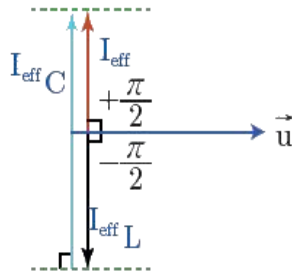
$$I_{effL} = \frac{u_{eff}}{X_L} = \frac{50}{40} = \frac{5}{4} A$$

$$I_{effC} = \frac{u_{eff}}{X_C} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} A$$

(c) أحسب الشدة المنتجة الكلية للدارة باستخدام إنشاء فرينل وأكتب تابع الشدة :

$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{effL} + \vec{I}_{effC}$$

$$I_{eff} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} (A)$$



تابع الشدة: $\bar{I} = I_{max} \cos(\omega t + \bar{\varphi})$

من إنشاء فرينل: $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{2} rad$

$\omega = 100\pi rad.s^{-1}$

$I_{max} = I_{eff} \cdot \sqrt{2} = \frac{5}{4} \sqrt{2} A$

$\bar{I} = \frac{5}{4} \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) A$

(d) برهن أن الشدة المنتجة الكلية تنعدم في الدارة عندما تتساوى ردية الوشيعه واتساعية المكثفة باستخدام إنشاء فرينل ، وماذا تسمى هذه الحالة

$$X_L = X_C \Rightarrow \frac{u_{eff}}{I_{effL}} = \frac{u_{eff}}{I_{effC}}$$

$$I_{effL} = I_{effC}$$

من إنشاء فرينل :

$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{effL} + \vec{I}_{effC}$$

$$I_{eff} = I_{effC} - I_{effL} = 0$$

حالة خنق للتيار

(12) في تجربة الدارة المهتزة: نصل مكثفة سعتها $C = 1\mu F$ بتوتر كهربائي $U=100V$ ثم نصلها على التسلسل بين طرفي وشيعه ذاتيتها $L = 10^{-3} H$ ومقاومتها مهملة

(a) اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالتوتر ، ثم أحسب الشحنة الكهربائية q_{max} للمكثفة والطاقة المختزنة فيها

عند وصل المكثفة بالتوتر : تشحن المكثفة من خلال المولد :

سعة المكثفة: $C = 1 \times 10^{-6} F$

حساب شحنة المكثفة: $q_{max} = C \cdot U = 10^{-6} \times 10^2 = 10^{-4} C$

حساب الطاقة الكهربائية المختزنة: $E_C = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{10^{-8}}{10^{-6}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} J$

(b) اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالوشيعه ، ثم أحسب التواتر الخاص للاهتزازات الكهربائية المارة فيها

تبدأ المكثفة المشحونة بتفريغ شحنتها في الوشيعه فينشأ تيار في الوشيعه ويزداد تدريجياً إلى أن يصل الشدة العظمى في نهاية ربع الدور الأول وتنعدم الشحنة في المكثفة فيتولد في الوشيعه قوة محركة متحيزة وتخزن طاقة كهربية $E_L = \frac{1}{2} L I_{max}^2$ ومن ثم تلعب الوشيعه دور مولد على تضاد مع المكثفة فيبدأ التيار في الوشيعه بشحن المكثفة فينقص تدريجياً لتزداد شحنة المكثفة إلى أن ينعدم تيار الوشيعه فتصبح الشحنة عظمى في المكثفة بقوة أقل من بداية التفريغ وتخزن المكثفة الطاقة على شكل طاقة كهربية وشحن بالجهة المعاكسة $E_C = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$ وهكذا خلال أرباع الدور الباقية

حساب تواتر الاهتزازات الكهربائية: (نحسب الدور ونقلبه)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C} = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2 \cdot 10^{-9}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{10^{-8}} = 2 \times 10^{-4} sec$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2} \times 10^4 Hz \quad [f_0 = 5000 Hz]$$

(c) أحسب شدة التيار الأعظمي I_{max} المار في الدارة و اكتب التابع الزمني لكل من الشحنة و شدة التيار بدءاً من الشكل العام معتبراً بدء الزمن لحظة وصل المكثفة المشحونة بالوشيعه

نحسب النبض الخاص : $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 5000 = 10000\pi = \pi \times 10^4 rad.s^{-1}$

شدة التيار الأعظمي : $I_{max} = \omega_0 q_{max} = \pi \times 10^4 \times 10^{-4} = \pi (A)$

تابع الشحنة : $\bar{q} = q_{max} \cos \omega_0 t \xrightarrow{\varphi=0} \bar{q} = 10^{-4} \cos \pi \times 10^4 t (C)$

تابع شدة التيار: $\bar{I} = (\bar{q})'_t \Rightarrow \bar{I} = \frac{\omega_0 q_{max}}{I_{max}} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{I_{max}=\pi A} \bar{I} = \pi \cos\left(\pi \cdot 10^4 t + \frac{\pi}{2}\right) A$

المسألة رقم «8» التيار المتناوب الجيبي + المحولة الكهربائية

(A) نطبق على دائرة توتر لحظي يعطى تابعه بالعلاقة: $\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t (V)$ والمطلوب

(1) أحسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار

(2) نضع بين طرفي المأخذ مقاومة صرفة ، فيمر تيار شدته المنتجة 6A . أحسب قيمة المقاومة الصرفة ، وأكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها

$$\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t (V)$$

$$U_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} = 120 (V)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 60 \text{ Hz}$$

$$I_{effR} = 6(A) \quad R = ?$$

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{effR}} = \frac{120}{6} = 20\Omega$$

حساب المقاومة الصرفة: 20Ω

$$\bar{i}_R = I_{maxR} \cos(\omega t + \varphi_R)$$

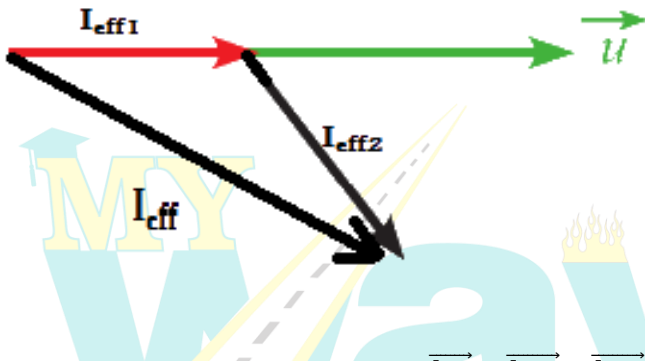
تابع الشدة في المقاومة $I_{maxR} = I_{effR}\sqrt{2} = 6\sqrt{2} A$

$$\varphi = 0 \quad \omega = 120\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$i_R = 6\sqrt{2}\cos 120\pi t (A)$$

(4) أحسب قيمة الشدة المنتجة في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل

(3) نصل بين طرفي المقاومة في الدارة السابقة وشيعة عامل استطاعتها $\frac{1}{2}$ فيمر في الوشيعة تيار شدته المنتجة 10A ، أحسب ممانعة الوشيعة ومقاومتها ورديتها والاستطاعة المستهلكة فيها ، ثم أكتب تابع الشدة اللحظية المار فيها



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff1} + \vec{I}_{eff2}$$

نربع الطرفين ، علاقة التجيب :

$$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$I_{eff} = \sqrt{36 + 100 + 2 \times 10 \times 6 \times \frac{1}{2}}$$

$$I_{eff} = \sqrt{196} = 14(A)$$

الوشيعة لها مقاومة $\Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow I_{eff2} = 10(A)$

حساب ممانعة الوشيعة : $Z_2 = \frac{u_{eff}}{I_{eff2}} = \frac{120}{10} = 12\Omega$

حساب مقاومة الوشيعة : $\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_2} \Rightarrow r = Z_2 \cos\varphi_2$

$$r = 12 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow r = 6\Omega$$

حساب ردية الوشيعة : من تحت الجذر

$$Z_2 = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z_2^2 = r^2 + (L\omega)^2 \Rightarrow (L\omega)^2 = Z_2^2 - r^2 \Rightarrow L\omega = \sqrt{Z_2^2 - r^2}$$

$$L\omega = X_L = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108}\Omega$$

حساب الاستطاعة المستهلكة في الوشيعة :

$$P_{avg2} = I_{eff2} \cdot u_{eff} \cos\varphi_2$$

$$P_{avg2} = 10 \times 120 \times \frac{1}{2} = 600(\text{watt})$$

تابع الشدة اللحظية في الوشيعة :

$$\bar{i}_2 = I_{max2} \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

$$I_{max2} = I_{eff2}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}(A)$$

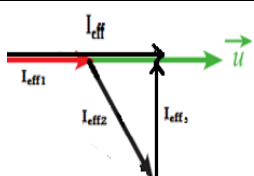
$$\omega = 120\pi \text{ rad.s}^{-1} , \cos\varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

الوصل تفرع نختار الزاوية $-\frac{\pi}{3}$

$$\bar{i}_2 = 10\sqrt{2} \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right) A$$

(6) ما سعة المكثفة الواجب ربطها على التفرع مع الأجهزة السابقة بحيث تصبح الشدة المنتجة للدائرة الأصلية على وفاق بالطور مع فرق الكمون الكلي عندما تعمل الأجهزة الثلاثة معاً.

(5) أحسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين ، وعامل استطاعة الدارة



$$X_C = \frac{u_{eff}}{I_{eff3}}$$

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{I_{eff3}}{I_{eff2}} \Rightarrow I_{eff3} = I_{eff2} \sin\frac{\pi}{3}$$

$$I_{eff3} = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$$

$$X_C = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{120\pi \cdot 8\sqrt{3}} = \frac{1}{960\pi\sqrt{3}} F$$

حساب الاستطاعة المتوسطة في الجملة

$$P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2}$$

$$P_{avg} = I_{eff1}u_{eff}\cos\varphi_1 + I_{eff2}u_{eff}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 6 \times 120 \times 1 + 10 \times 120 \times \frac{1}{2}$$

$$P_{avg} = 1320(\text{watt})$$

حساب عامل استطاعة الدارة $P_{avg} = u_{eff}i_{eff}\cos\varphi$ نغزل

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{u_{eff}i_{eff}} = \frac{1320}{120 \times 14} = \frac{66}{6 \times 14} = \frac{11}{14}$$

المحولة الكهربائية

في تجربة يبلغ عدد لفات أولية محولة كهربائية $N_p = 125$ لفة وعدد لفات ثانيتها $N_s = 375$ لفة، والتوتر اللحظي بين طرفي الثانوية يُعطى بالمعادلة: $\bar{u}_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$

(1) احسب نسبة التحويل، ثم بين إن كانت المحولة رافعة للتوتر أم خافضة له.

$$\mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{375}{125} = 3$$

$\mu > 1$ المحولة رافعة للتوتر خافضة للتيار لأن $N_s > N_p$

(2) احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي كل من الدارة الثانوية و الأولية.

♥ التوتر المنتج بين طرفي الدارة الثانوية : من التابع المعطى :

$$U_{effs} = \frac{U_{maxs}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{effs} = 120 \text{ volt}$$

♥ التوتر المنتج بين طرفي الدارة الأولية : من نسبة التحويل

$$\mu = \frac{u_{effs}}{u_{effp}} \Rightarrow u_{effp} = \frac{u_{effs}}{\mu} = \frac{120}{3} = 40 \text{ volt}$$

(3) نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة $R = 30\Omega$ احسب قيمة كلا من الشدتين المنتجتين للتيار في الدارتين الثانوية والأولية.

♥ حساب تيار الثانوية : $I_{effs} = \frac{U_{effs}}{R} = \frac{120}{30} = 4A$

هي نفسها شدة التيار المنتجة في المقاومة الصرفة : $I_{effR} = 4A$

♥ حساب تيار الأولية : من نسبة التحويل : $\mu = \frac{I_{effp}}{I_{effs}}$

$$\Rightarrow I_{effp} = \mu \cdot I_{effs} = 3 \times 4 = 12A$$

(4) نصل على التفرع مع المقاومة السابقة وشيعة مهملة المقاومة، فيمر في فرع الوشيعة تيار شدته المنتجة $I_{effL} = 3A$

(a) احسب ردية الوشيعة، ثم اكتب التابع الزمني لشدة التيار المار في الوشيعة

♥ ردية الوشيعة : $X_L = \frac{U_{effs}}{I_{effL}} = \frac{120}{3} = 40\Omega$

♥ التابع الزمني لشدة التيار في فرع الوشيعة : $\bar{i}_L = I_{maxL} \cos(\omega t + \bar{\varphi}_L)$

$$I_{maxL} \cos(\omega t + \bar{\varphi}_L)$$

$$I_{maxL} = I_{effL} \sqrt{2} \Rightarrow I_{maxL} = 3\sqrt{2} (A)$$

$$\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1} \bar{\varphi}_L = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\bar{i}_L = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (A)$$

(b) احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية في الدارة الثانوية باستخدام إنشاء فريزل.

باستخدام إنشاء فريزل.

$$\bar{I}_{eff} = \bar{I}_{effR} + \bar{I}_{effL}$$

مثلث قائم حسب فيثاغورث

$$I_{eff}^2 = I_{effR}^2 + I_{effL}^2$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{effR}^2 + I_{effL}^2} = \sqrt{16 + 9} = 5A$$

(c) احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة الثانوية ، وعامل استطاعة الدارة.

♥ الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة $P_{avg} = P_{avgR} + P_{avgL}$

$$P_{avg} = I_{effR} u_{eff} \cos \varphi_R + I_{effL} u_{eff} \cos \varphi_L$$

$$P_{avg} = 4 \times 120 \times 1 + 3 \times 120 \times 0$$

$$P_{avg} = 480 (\text{watt})$$

♥ حساب عامل استطاعة الدارة : $P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{480}{120 \times 5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(5) نرفع الوشيعة السابقة ونصل على التفرع مع المقاومة السابقة مكثفة سعتها

$$I_{effs} = 5A \quad C = \frac{1}{4000\pi} F$$

(a) احسب اتساعية المكثفة

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{1}{4000\pi}} = 40\Omega$$

(b) احسب قيمة الشدة المنتجة في فرع المكثفة باستخدام إنشاء فريزل وأكتب

التابع الزمني للشدة اللحظية في هذا الفرع

$$\bar{I}_{eff} = \bar{I}_{effR} + \bar{I}_{effC}$$

مثلث قائم حسب فيثاغورث

$$I_{eff}^2 = I_{effR}^2 + I_{effC}^2$$

$$I_{effC}^2 = I_{eff}^2 - I_{effR}^2 \Rightarrow I_{effC} = \sqrt{I_{eff}^2 - I_{effR}^2}$$

$$\Rightarrow I_{effC} = \sqrt{25 - 16} = 3A$$

♥ التابع الزمني للشدة اللحظية في هذا الفرع + $\bar{i}_C = I_{maxC} \cos(\omega t + \bar{\varphi}_C)$

$$I_{maxC} = I_{effC} \sqrt{2} \Rightarrow I_{maxC} = 3\sqrt{2} (A)$$

$$\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1} \bar{\varphi}_L = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\bar{i}_C = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (A)$$

(6) نرفع المكثفة ونضع بدل منها وشيعة لها مقاومة ونضع طلبات مثل الطلبات المسألة الثالثة درس المحولة الكهربائية

لو طلب الاستطاعة الكلية الضائعة حرارياً $P' = P'_p + P'_s$

$$P'_p = R_p \cdot I_{effp}^2$$

$$P'_s = R_s \cdot I_{effs}^2$$

المسألة رقم «9» أمواج ومزامير

(A) خيط مرن (وتر مشدود) أفقي طوله $1m$ وكتلته $10g$ ، نربط أحد طرفيه برنانة كهربائية شعبتها أفقيتان تواترها $50Hz$ ، ونشد الخيط على محز بكرة بنقل مناسب لتكون نهايته مقيدة ، فإذا علمت أن طول الموجه المتكونة $40cm$. المطلوب :

(1) ما عدد المغازل المتكونة على طول الخيط ثم احسب البعد بين بطنين متتاليين والبعد بين بطن وعقدة ؟

المعطيات : $m = 10^{-2}kg$ $L = 1(m)$
 $f = 50HZ$ $\lambda = 4 \times 10^{-1}$

♥ حساب عدد المغازل : $L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = \frac{2L}{\lambda}$
مغازل $n = \frac{2 \times 1}{4 \times 10^{-1}} = 5$

♥ البعد بين بطنين / عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2} = 2 \times 10^{-1}(m)$
♥ البعد بين عقدة وبطن $\frac{\lambda}{4} = 1 \times 10^{-1}(m)$

(2) أحسب السعة بنقطة تبعد $20cm$ ثم بنقطة تبعد $30cm$ عن النهاية المقيدة للخيط إذا كانت سعة اهتزاز المنبع $Y_{max} = 1cm$.

♥ النقطة الأولى على بعد $2 \times 10^{-1}m$ عن النهاية المقيدة
 $Y_{max} = 10^{-2}m$
 $Y_{max_{n1}} = 2Y_{max} \left| \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$
 $Y_{max_{n1}} = 2(10^{-2}) \sin \left| \frac{2\pi}{4 \times 10^{-1}} \times 2 \times 10^{-1} \right|$
عقدة اهتزاز $Y_{max_{n1}} = 0 \Rightarrow$

♥ النقطة الثانية على بعد $3 \times 10^{-1}(m)$ عن النهاية المقيدة
 $Y_{max_{n2}} = 2Y_{max} \left| \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$
 $Y_{max_{n2}} = 2(10^{-2}) \cdot \sin \left| \frac{2\pi \times 3 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-1}} \right|$
بطن اهتزاز $Y_{max_{n2}} = 2 \times 10^{-2}(m) \Rightarrow$

(3) أحسب الكتلة الخطية للخيط ، واحسب قوة شد (قد يعطينا قوة الشدة ويطلب سرعة الانتشار) هذا الخيط وسرعة انتشار الاهتزاز فيه

$f = \frac{n v}{2L}$
المدرج الأول (الأساسي) $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2(1)} \times 20 = 10(Hz)$
المدرج الثاني $n = 2 \Rightarrow f_2 = \frac{2}{2(1)} \times 20 = 20(Hz)$
المدرج الثالث $n = 3 \Rightarrow f_3 = \frac{3}{2(1)} \times 20 = 30(Hz)$

♥ حساب الكتلة الخطية : $\mu = \frac{m}{L} = \frac{10^{-2}}{1} = 10^{-2}(kg.m^{-1})$
♥ حساب قوة الشد
 $f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2 F_T}{4L^2 \mu}$
 $2500 = \frac{25 \times F_T}{4 \times 1 \times 10^{-2}} \rightarrow F_T = 4N$
♥ حساب سرعة الاهتزاز
 $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4}{10^{-2}}} = \sqrt{400} = 20(m.s^{-1})$

(5) أحسب قوة شد الخيط التي تجعله يهتز بمغزلين ، وحدد أبعاد العقد والبطون عن النهاية المقيدة في هذه الحالة .

من أجل مغزلين : $n = 2$
♥ حساب قوة الشد
 $f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2 F_T}{4L^2 \mu}$
 $2500 = \frac{4 \cdot F_T}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} \rightarrow F_T = 25N$

♥ في حالة المغزلين (أي لدينا ثلاث عقد وبتنين اهتزاز العقد):

نحسب λ جديدة $\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1m$

معادلة العقد: $x = n \frac{\lambda}{2}$

العقدة الأولى $x_1 = \frac{\lambda}{2} (0) = 0 \Leftrightarrow n = 0$

العقدة الثانية $x_2 = \frac{1}{2} (1) = \frac{1}{2}m \Leftrightarrow n = 1$

العقدة الثالثة $x_3 = \frac{1}{2} (2) = 1m \Leftrightarrow n = 2$

معادلة البطون: $x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$

البطن الأول $x = (2(0) + 1) \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(m) \Leftrightarrow n = 0$

البطن الثاني $x = (2(1) + 1) \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(m) \Leftrightarrow n = 1$

(6) نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه ، هل تتغير كتلته الخطية باعتبار أنه متجانس ؟.

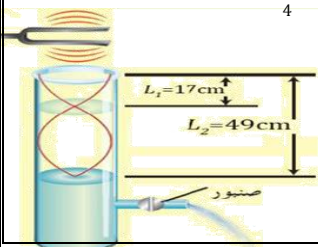
$l' = \frac{l}{2} \Rightarrow m' = \frac{m}{2}$
 $\mu' = \frac{m'}{l'} = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{m}{l} = \mu$

لا تتغير كتلته الخطية بما أن الوتر متجانس

إضافي للطلب D من هذه المسألة :

أنبوب أسطواني مملوء بالهواء وله صنبور عند قاعدته ، تهتز رنانة فوق طرفه العلوي المفتوح ، وعند إنقاص مستوى الهواء في الأنبوب ، سمع صوت شديد يبعد مستوى الهواء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_1 = 17cm$ ، وباستمرار إنقاص مستوى الهواء سمع صوت شديد ثاني يبعد مستوى الهواء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_2 = 49cm$ ، فإذا علمت أن سرعة انتشار الصوت في شروط التجربة السابقة $v = 340m.s^{-1}$ ، احسب تواتر الرنانة المستخدمة .

الحل : لحساب التواتر من العلاقة : $f = \frac{v}{\lambda}$ لدينا $f = 340m.s^{-1}$ نحسب أولاً طول الموجة λ
 $\Delta L = L_2 - L_1 = 0.49 - 0.17 = 0.32m$
 $\Delta L = \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0.32 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0.64m$
 $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.64} \approx 531.25Hz$



(B) مزمار ذو فم نهايته مفتوحة طوله $L=3m$ فيه هواء درجة حرارته $0^\circ C$ حيث سرعة انتشار الصوت فيه $v = 330m.s^{-1}$ وتواتر الصوت الصادر $f=110Hz$

(1) أحسب طول الموجة المتكونة وعدد أطوال الموجة و البعد بين بطنين متتالين ، ثم استنتج رتبة الصوت .

♥ سرعة انتشار الصوت : $v_1 = \sqrt{\frac{T_1}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{273}{273}} \cdot v_1 = \sqrt{\frac{273}{273}} \cdot 330 = \sqrt{1} \cdot 330 = 330m.s^{-1}$

♥ $v_2 = \sqrt{\frac{T_2}{\rho_2}} = \sqrt{\frac{273+819}{273+0}} \cdot 330 = \sqrt{\frac{1092}{273}} \cdot 330 = \sqrt{4} \cdot 330$

♥ $\Rightarrow v_2 = 660m.s^{-1}$

♥ طول الموجة المتكونة : من العلاقة : $\lambda_2 = \frac{v_2}{f}$

ليصدر الصوت نفسه (موافق) أي نفس التواتر $f=110Hz$

$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{660}{110} = 6(m)$

♥ مزمار ذو فم و ونهاية مفتوحة $\hookrightarrow$ متشابه الطرفين

♥ طول الموجة المتكونة : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{110} = 3(m)$

♥ عدد أطوال الموجة = $\frac{\text{طول المزمار}}{\text{طول الموجة}} = \frac{3}{3} = 1$ طول موجة

♥ البعد بين بطنين متتالين $\frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1.5(m)$

♥ حساب رتبة الصوت $n : 2 = \frac{2L}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{2 \times 3}{3} = 2$

ملاحظة هنا قد يعطينا رتبة الصوت n ويطلب طول الموجة λ :

$L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$

(4) إذا تكونت عقدة واحدة في منتصف المزمار المتشابه في الدرجة $0^\circ C$ فاحسب تواتر الصوت البسيط عندئذ

(3) احسب طول المزمار آخر ذي فم ، نهايته مغلقة يحوي الهواء في الدرجة $0^\circ C$ تواتر مدروجه الثالث يساوي تواتر الصادر عن المزمار السابق

الدرجة $(0^\circ C) \hookrightarrow v = 330m.s^{-1}$

الصوت البسيط $n = 1$

$f = \frac{n \cdot v}{2L} = \frac{1 \times 330}{2 \times 3} \Rightarrow f = 55 Hz$

لو طلب التواتر عند الدرجة $819^\circ C$ كنا عوضنا السرعة $v = 660m.s^{-1}$

$L' = ? \xrightarrow{\text{مختلف}} f' = (2n-1) \frac{v}{4L'} \Rightarrow L' = (2n-1) \frac{v}{4f'}$

$(0^\circ C) \hookrightarrow v = 330m.s^{-1}$ ، $(2n-1) = 3$ المدروج الثالث

يساوي تواتر المزمار السابق : مختلف $f = f'$ متشابه $110Hz$

$L' = (2n-1) \frac{v}{4f'} \Rightarrow L' = \frac{3 \times 330}{4 \times 110} = \frac{9}{4} = 2,25 m$

(C) مزمار ذو فم نهايته مغلقة يحوي غاز الأكسجين سرعة انتشار الصوت فيه $324m.s^{-1}$ يصدر صوتاً أساسياً تواتره $162Hz$.

(2) نستبدل بغاز الأكسجين في المزمار غاز الهيدروجين في درجة الحرارة نفسها ، احسب سرعة انتشار الصوت في غاز الهيدروجين ثم احسب تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره هذا المزمار في هذه الحالة . ($H = 1$ ، $O = 16$)

(1) أحسب طول الموجة المتكونة وطول هذا المزمار

♥ حساب سرعة انتشار الصوت في غاز الهيدروجين $v_1 = \sqrt{\frac{D_1}{\rho_1}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{D_2}{\rho_2}} \cdot v_1$

$M_{H_2} = 2$ ، $M_{O_2} = 32 \Rightarrow D_1 = \frac{M_1}{29} = \frac{32}{29}$ ، $D_2 = \frac{M_2}{29} = \frac{2}{29}$

$v_2 = \sqrt{\frac{32}{29} \times 324} = \sqrt{16} \times 324 \Rightarrow v_2 = 4 \times 324 = 1296(m.s^{-1})$

♥ حساب التواتر : للصوت الأساسي $(2n-1) = 1$

$f_2 = (2n-1) \frac{v_2}{4L} = 1 \times \left(\frac{1296}{4 \times \frac{1}{2}} \right) = 648Hz$

♥ طول الموجة : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{324}{162} = 2(m)$

♥ حساب طول هذا المزمار : $L = ?$

فم ونهاية مغلقة $\hookrightarrow$ مختلف

$v = 324(m.s^{-1})$ ، $f = 162(Hz)$ ، $(2n-1) = 1$

$f = (2n-1) \frac{v}{4L} \Rightarrow L = (2n-1) \frac{v}{4f}$

$L = 1 \frac{324}{4(162)} = \frac{1}{2}(m)$

(D) عمود هوائي طوله $L = 2m$ سرعة انتشار الصوت في الهواء $v = 330 m.s^{-1}$

(2) احسب تواتر الصوت الأساسي (أصغر تواتر يحدث عند التجاوب ، الرنين الأول) ومن ثم تواتر المدروج الثالث الذي يصدره إذا كان العمود مفتوحاً.

(1) احسب تواتر الصوت الأساسي (أصغر تواتر يحدث عند التجاوب ، الرنين الأول) ومن ثم تواتر المدروج الثالث الذي يصدره إذا كان العمود مغلقاً (قناة سمعية)

تواتر العمود الهوائي المفتوح (متشابه الطرفين) : $f = \frac{nv}{2L}$

♥ صوت أساسي $n = 1$

تواتر الصوت الأساسي : $f = \frac{1 \times 330}{2 \times 2} \Rightarrow f = \frac{330}{4} Hz$

♥ مدروج ثالث : $n = 3$

تواتر المدروج الثالث : $f = \frac{3 \times 330}{2 \times 2} \Rightarrow f = \frac{990}{4} Hz$

تواتر العمود الهوائي المغلق (مختلف الطرفين) : $f = (2n-1) \frac{v}{4L}$

♥ صوت أساسي $(2n-1) = 1$

تواتر الصوت الأساسي : $f = 1 \times \frac{330}{4 \times 2} \Rightarrow f = \frac{330}{8} Hz$

♥ مدروج ثالث : $(2n-1) = 3$

تواتر المدروج الثالث : $f = 3 \times \frac{330}{4 \times 2} \Rightarrow f = \frac{990}{8} Hz$

ملاحظة القوة الضاغطة تساوي الضغط ضرب مساحة السطح $F = P \cdot S$

ملاحظة البعد بين صوتين شديدين متتالين (رنينين متعاقبين) : $\frac{\lambda}{2}$

(3) حدد البعد الذي يحدث عنده الرنين الأول عندما تهتز رنانة تواترها $f = \frac{330}{4} Hz$ فوق العمود الهوائي المغلق

البعد الذي يحدث عنده الرنين الأول هو $L_1 = ?$ وإن تواتر العمود الهوائي المغلق (مختلف الطرفين) الرنين الأول : $f = (2n-1) \frac{v}{4L_1}$

$(2n-1) = 1 \Rightarrow f = \frac{v}{4L_1} \Rightarrow L_1 = \frac{v}{4f} \Rightarrow L_1 = \frac{330}{4 \times \frac{330}{4}} = 1 m$

المسألة رقم [10] الموائع

(A) يتدفق الماء عبر مضخة حيث : $S_1=20 \text{ cm}^2$ $S_2=60 \text{ cm}^2$ $z=20 \text{ m}$ $v_1=15 \text{ m.s}^{-1}$ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

1. احسب v_2 السرعة عند المقطع S_2 والضغط P_1 عند المقطع S_1
علماً أن : $P_2 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

2. احسب العمل الميكانيكي اللازم لضخ 100 L من الماء إلى الارتفاع $Z = 7 \text{ m}$
حساب العمل الميكانيكي : $W = -m g z + (P_1 - P_2) \Delta V$
 $m = \rho V = 1000 \times 100 \times 10^{-3} = 100 \text{ kg}$
 $W = -100 \times 10 \times 7 + (2 \times 10^5 - 1 \times 10^5) 100 \times 10^{-3}$
 $W = -7 \times 10^3 + 1 \times 10^4 = -7000 + 10000 \Rightarrow W = 3000 \text{ J}$

3. احسب قيمة فرق الضغط $P_1 - P_2$ عند $Z = 5 \text{ m}$

نطبق معادلة برنولي : $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g Z = \text{const}$
 $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g Z_2$
نحل $P_1 - P_2$
 $\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1$
عامل مشترك
 $\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (Z_2 - Z_1)$
 $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \times 1000 (25 - 225) + 1000 (10) (5)$
 $P_1 - P_2 = -100000 + 50000 = -50000 \text{ Pa}$

الاستمرارية $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = \text{const} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1$
 $v_2 = \frac{20 \times 10^{-4}}{60 \times 10^{-4}} \times 15 = 5 \text{ m.s}^{-1}$
لحساب P_1 نطبق معادلة برنولي : $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g Z = \text{const}$
 $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g Z_2$
نحل P_1
 $\Rightarrow P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1$
عامل مشترك
 $\Rightarrow P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (Z_2 - Z_1)$
 $P_1 = 10^5 + \frac{1}{2} (1000) (25 - 225) + 1000 \times 10 (20)$
 $P_1 = 100000 - 100000 + 200000$
 $P_1 = 200000 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

(B) يفرغ خزان (مضخة) ماء حجمه 8 m^3 بمعدل ضخ $0.04 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

2. سرعة خروج الماء من فتحة الخزان عبر أنبوب مقطعه 100 cm^2

$$Q' = S \cdot v$$

$$v = \frac{Q'}{S} = \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-2}} \Rightarrow v = 4 \text{ m.s}^{-1}$$

1. احسب الزمن اللازم لتفريغ الخزان

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{V}{Q'}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{8}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow \Delta t = 200 \text{ s}$$

4. احسب معدل التدفق الحجمي إذا استغرقت عملية التفريغ 100 sec

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{8}{100} \Rightarrow Q' = 0,08 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

3. سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعها ليصبح نصف ما كان عليه.

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$S_2 = \frac{1}{2} S_1 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = \frac{1}{2} S_1 v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 v_1 \Rightarrow v_2 = 2 \times 4 = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

تنويه: يوجد ورقات تشمل نظري مادة الفيزياء كاملاً وسؤال وجواب للدورة المكثفة
للمدرس أنس أحمد

تحصل عليها من منصة طريقي التعليمية

دمشق □ ساحة عرنوس بناء الصباغ خلف بناء المهندسين الطابق 6

هاتف : 0947050592

تنويه : تستطيع التسجيل لباقي مواد الدورة المكثفة وجلسات المراجعة الامتحانية في

منصة طريقي التعليمية الافتراضية

تحميل تطبيق منصة طريقي التعليمية أو زيارة موقعنا أو التواصل معنا على الرقم السابق

المسألة رقم 11 النسبية

ثوابت معطاة بالمسألة ، سرعة الضوء : $C = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$

سافر رائد فضاء في مركبة فضائية لها شكل مستطيل إلى أحد كواكب المجرة وفق مسار مستقيم ، بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دواماً موازياً لطول المركبة فتسجل أجهزة المركبة المسافة المقطوعة : طول المركبة $100m$ ، عرض المركبة $25 m$ ، المسافة المقطوعة : 4 سنة ضوئية ، زمن الرحلة $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة المطلوب

(1) احسب كلاً من سرعة المركبة وطولها وعرضها أثناء الرحلة ، والمسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفق قياسات المحطة الأرضية المعطيات بالنسبة للمركبة المسافرة (المراقب الداخلي) سجلت القياسات الآتية

طول المركبة $L'_0 = 100m$ عرض المركبة $d_0 = 25 m$ ، المسافة المقطوعة : $L' = 4C$ سنة ضوئية ، زمن الرحلة $t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة

المطلوب : السرعة ، طول المركبة L ، عرض المركبة d ، المسافة المقطوعة L'_0 ، زمن الرحلة t

بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية)

♥ حساب v السرعة :

$$v = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن}} = \frac{L'}{t_0} = \frac{4C}{\frac{8}{\sqrt{3}}} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} C$$

♥ حساب γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

♥ طول المركبة بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية) يتقلص لأن شعاع السرعة موازياً له :

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50m$$

♥ عرض المركبة يبقى نفسه ولا يتغير لأن شعاع السرعة موازي لطول المركبة أي :

$$d = d_0 = 25 m$$

♥ مسافة الرحلة المقطوعة بالنسبة للمراقب الخارجي :

$$L' = \frac{L'_0}{\gamma} \Rightarrow L'_0 = \gamma \cdot L' = 2 \times 4 = 8 \text{ light years}$$

♥ زمن الرحلة بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية) يتمدد :

$$t = \gamma \cdot t_0 = 2 \times \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}} \text{ years}$$

(2) درس رائد الفضاء الكتلة السكونية لجسيم $m_0 = 9 \times 10^{-31} kg$ ، وفي أحد التجارب كانت طاقته الكلية تساوي ثلاثة أضعاف طاقته السكونية.

(a) احسب الطاقة السكونية للجسيم ، وطاقته الكلية .

$$E_0 = m_0 c^2$$

$$E_0 = m_0 c^2 = 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$E_0 = 9 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16} = 81 \times 10^{-15} J$$

$$E = 3E_0 = 3 \times 81 \times 10^{-15} = 243 \times 10^{-15} J$$

(b) احسب قيمة γ : من الفرض : $E = 3E_0$

$$mc^2 = 3m_0 c^2 \xrightarrow{m=\gamma m_0} \gamma m_0 = 3m_0 \xrightarrow{\text{بالاختصار}} \gamma = 3$$

(c) احسب كتلته أثناء حركته خلال التجربة (في الميكانيك النسبي)

$$m = \gamma m_0 = 3 \times 9 \times 10^{-31} \Rightarrow m = 27 \times 10^{-31} kg$$

(d) احسب سرعة الجسيم في هذه التجربة.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} \gamma^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1 \Rightarrow \gamma^2 - \frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = \gamma^2 - 1 \xrightarrow{\text{نعزل } v^2} v^2 = \frac{(\gamma^2 - 1)c^2}{\gamma^2}$$

$$v^2 = \frac{(9-1)c^2}{9} \xrightarrow{\text{نحذر}} v = \frac{2\sqrt{2}}{3} C$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^8 \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \times 10^8 m.s^{-1}$$

(e) احسب الطاقة الحركية لهذا الجسيم وفق الميكانيك النسبي

$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$

$$E_k = 2E_0 = 2 \times 81 \times 10^{-15} = 162 \times 10^{-15} J$$

(f) احسب كمية الحركة وفق الميكانيك الكلاسيكي ثم وفق الميكانيك النسبي

كلاسيكياً : لا تتغير الكتلة بين حالتي السكون والحركة أي : $p = m_0 v$

$$p = 9 \times 10^{-31} \times 2\sqrt{2} \times 10^8 \Rightarrow p = 18\sqrt{2} \times 10^{-23} kg.m.s^{-1}$$

نسبياً : تزداد الكتلة m_0 عند الحركة وتصبح m فتكون كمية حركته :

$$p = mv = \gamma m_0 v = 3 \times 9 \times 10^{-31} \times 2\sqrt{2} \times 10^8$$

$$\Rightarrow p = 54\sqrt{2} \times 10^{-23} kg.m.s^{-1}$$

مسألة : بفرض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30} C$ ، وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق مقياسية يحملها ، فما الزمن الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض ليعود رائد الفضاء من رحلته ؟

الزمن الذي سجلته المقياسية التي يحملها رائد الفضاء : $t_0 = 1 \text{ year}$

الزمن الذي سجله المراقب الخارجي للرحلة (الأخ التوأم الذي بقي على الأرض) : t

$$t = \gamma t_0 \xrightarrow{\text{نحسب } \gamma} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{899}}{30}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{900 - 899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} = \sqrt{900} = 30$$

أي أن الأخ التوأم انتظر ثلاثين عاماً حتى انتهت رحلة أخيه التوأم التي استغرقت بالنسبة له عاماً واحداً. $t = 30 \times 1 = 30 \text{ year} \Rightarrow$

المسألة رقم 12 «الكرونيات»

ثوابت معطاة بالمسألة : سرعة الضوء $C = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ثابت بلانك $h = 6.6 \times 10^{-34} = 66 \times 10^{-35} \text{ J.s}$ كتلة الإلكترون $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ (kg)}$ $e = 1.6 \times 10^{-19} = 16 \times 10^{-20} \text{ (c)}$

(A) نطبق فرقاً في الكمون، قيمته $V = 720 \text{ (V)}$ بين اللبوسين الشاقولين لمكثفة مستوية، ندخل إلكترونات ساكنة في نافذة اللبوس السالب استنتج العلاقة المحددة لسرعة هذا الإلكترون عندما يخرج من نافذة مقابلة اللبوس الموجب — بإهمال ثقل الإلكترون — ثم احسب قيمتها

عند دخول الإلكترون من النافذة فإنه يخضع لقوة كهربائية $\vec{F}$ محمولة على الحقل الكهربائي وتعاكسه بالاشارة بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة ترك المهبط (اللبوس السالب) بدون سرعة ابتدائية

الوضع الثاني: لحظة الوصول للمصعد (اللبوس الموجب)

$$\begin{aligned} \Delta E_K &= \sum W_{\vec{F}} \\ E_K - E_{K_0} &= W_{\vec{F}} \\ \frac{1}{2} m_e v^2 &= \vec{F} \cdot d \\ \frac{1}{2} m_e v^2 &= e E \cdot d \\ \frac{1}{2} m_e v^2 &= e U \end{aligned}$$

يمكن استخدام نظرية الطاقة الحركية

راسم الاهتزاز □ الأشعة المهبطية
الأشعة السينية □ الكروونات مسرعة

$$v^2 = \frac{2eU}{m_e} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 10^{-20} \times 720}{9 \times 10^{-31}}} \Rightarrow v = 16 \times 10^6 \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$$

(B) على فرض أن الإلكترون الأفقي يتحرك بسرعة $4 \times 10^4 \text{ km.s}^{-1}$ ليُدخل بهذه السرعة لحظة بدء خضوعه لتأثير اللبوسين الأفقيين لمكثفة مشحونة يبعدان عن بعضهما 2 cm بينهما فرق الكمون 10^3 (V)

(2) أحسب شدة القوة الكهربائية التي يخضع لها الإلكترون بإهمال ثقله.

$$F = eE = 16 \times 10^{-20} \times 5 \times 10^4 = 8 \times 10^{-15} \text{ (N)}$$

(1) أحسب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة.

$$\begin{aligned} v_0 &= 4 \times 10^7 \text{ (m.s}^{-1}\text{)} \quad d = 2 \times 10^{-2} \text{ (m)} \quad U = 10^3 \text{ (V)} \\ U &= E \cdot d \Rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{10^3}{2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^4 \text{ (V.m}^{-1}\text{)} \end{aligned}$$

(4) حساب شدة الحقل المغناطيسي المعامد للحقل الكهربائي المتولد بين لبوسي المكثفة الذي يجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة ...

(3) استنتج معادلة حامل مسار الإلكترون المتحرك بين لبوسي المكثفة

حقل مغناطيسي ← قوة مغناطيسية

حقل كهربائي ← قوة كهربائية

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

حركته مستقيمة منتظمة $\Leftarrow a=0$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$F = F_{\text{لورنتز}}$$

$$eE = evB \sin \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{5 \times 10^4}{4 \times 10^7} = \frac{5}{4} \times 10^{-3} \text{ (T)}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a} \\ \text{نسقط على } \vec{OX} &\Rightarrow 0 = m_e \cdot a_x \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow \\ \text{الحركة مستقيمة منتظمة} &\Rightarrow x = V_0 t + x_0 \Rightarrow \\ \text{نسقط على } OY &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$F = m_e \cdot a_y \Rightarrow a_y = \frac{eE}{m_e} = \text{CONST}$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} \cdot t^2 \quad (2)$$

نعزل الزمن من (1) ونعوض في (2):

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{e \cdot U}{m_e \cdot v^2 \cdot d} \cdot x^2$$

$$y = \frac{1 \times 16 \times 10^{-20} \times 10^3}{2 \times 9 \times 10^{-31} \times 16 \times 10^{14} \times 2 \times 10^{-2}} \cdot x^2$$

$$y = \frac{25}{9} x^2 \quad \text{حامل مسار الإلكترون يمثل قطع مكافئ}$$

(C) خلية ضوئية (حجيرة كهروضوئية)، يتكون المهبط فيها من صفيحة من السيزيوم حيث تساوي عتبة طول الموجة اللازم لانتزاع الإلكترون $\lambda_s = 6600 \text{ Å}$

(2) أحسب عدد الكروونات الصادرة عن المهبط في الثانية إذا كانت شدة التيار 16 mA

$$\begin{aligned} q &= \begin{cases} It \\ Ne \end{cases} \Rightarrow It = Ne \\ N &= \frac{It}{e} = \frac{16 \times 10^{-3} \times 1}{16 \times 10^{-20}} = 10^{17} \text{ إلكترون} \end{aligned}$$

(1) أحسب الطاقة اللازمة لانتزاع الإلكترون، وما الشرط الذي يجب أن يحققه طول موجة الضوء لتعمل الحجيرة الكهروضوئية

$$\lambda_s = 66 \times 10^2 \text{ Å} = 66 \times 10^2 \times 10^{-10} = 66 \times 10^{-8} \text{ (m)}$$

$$E_s = hf_s = h \frac{c}{\lambda_s}$$

$$E_s = 66 \times 10^{-35} \times \frac{3 \times 10^8}{66 \times 10^{-8}} \Rightarrow E_s = 3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

شرط عمل الحجيرة الكهروضوئية: $\lambda \leq \lambda_s \Rightarrow \lambda \leq 66 \times 10^{-8} \text{ m}$

(4) أحسب كمية حركة الفوتون

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{66 \times 10^{-35}}{44 \times 10^{-8}} = \frac{6}{4} \times 10^{-27} = 1.5 \times 10^{-27} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

(5) أحسب قيمة كهون الإيقاف

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:
الوضع الأول: عند المهبط بسرعة عظيمة الوضع الثاني: قبيل المصعد بسرعة معدومة

$$\Delta E_k = \sum W_F \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_F$$

$$0 - E_{k_1} = e(-U_0) \Rightarrow U_0 = \frac{E_{k_1}}{e} = \frac{1.5 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.9 \text{ V}$$

(3) نعرض الخلية لحزمة ضوئية بطول موجة $\lambda = 4400 \text{ \AA}$ فيجري انتزاع الكترونات ، أحسب الطاقة الحركية والسرعة العظمى لكل الكترتون منتزع

$$E_K = E - E_s \Rightarrow E_K = hf - E_s$$

$$E_K = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_s$$

$$E_K = \frac{66 \times 10^{-35} \times 3 \times 10^8}{44 \times 10^{-8}} - 3 \times 10^{-19} = \frac{18}{4} \times 10^{-19} - 3 \times 10^{-19}$$

$$E_K = (4.5 - 3) \times 10^{-19} \Rightarrow \boxed{E_K = 1.5 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}} = \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}}$$

$$\boxed{v = \frac{\sqrt{1.5}}{3} \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}}$$

(D) يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بفرق كهون $8 \times 10^4 \text{ volt}$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً.

(2) احسب قيمة التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة وطول الموجة الموافق لذلك التواتر (أقصر طول موجة للأشعة السينية الصادرة)

$$E = E_K$$

$$h \cdot f_{\max} = e \cdot U$$

$$f_{\max} = \frac{e \cdot U}{h} = \frac{16 \times 10^{-20} \times 8 \times 10^4}{66 \times 10^{-35}} = 19.4 \times 10^{18} \text{ Hz}$$

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{3 \times 10^8}{19.4 \times 10^{18}} = 0.155 \times 10^{-10} \text{ m}$$

(1) استنتج بالرموز الطاقة الحركية لأحد الإلكترونات لحظة وصوله لمقابل المهبط (صفحة البلاتين) ، وسرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بالهدف

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين
الوضع الأول: لحظة تركه المهبط دون سرعة ابتدائية
الوضع الثاني: لحظة الوصول للمصعد

$$\Delta E_K = \sum W_F \Rightarrow \Delta E_K = W_F = F \cdot d \Rightarrow$$

$$E_K - E_{K_0} = e \cdot E \cdot d \Rightarrow \boxed{E_K = e \cdot U}$$

$$E_K = 16 \times 10^{-20} \times 8 \times 10^4 = 128 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 10^{-20} \times 8 \times 10^4}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{16}{3} \times 10^{12.5} \text{ m.s}^{-1}$$

(E) إذا علمت أن طاقة تأين جزيئات الهواء هي $E' = 10 \text{ eV}$ ، أوجد المسار الحر الوسطي (L) للإلكترون في الهواء علماً أن $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، وأن الاتفراغ الشرطي يظهر عندما تصل شدة الحقل الكهربائي إلى $E = 3 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

نحول طاقة التأين E' المعطاة من eV إلى J

$$E' = 10 \times 1.6 \times 10^{-19} = 16 \times 10^{-19} \text{ J}$$

نضرب بشحنة الإلكترون

$$U = E \cdot L \Rightarrow L = \frac{U}{E}$$

طول المسار الحر الوسطي: $L = \frac{U}{E}$

نحسب U : $E' = eU \Rightarrow U = \frac{E'}{e} = \frac{16 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 10 \text{ V}$

طول المسار الحر الوسطي: $L = \frac{U}{E} = \frac{10}{3 \times 10^6} = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{ m}$

(F) احسب الطاقة المتحررة وطول موجة الإشعاع الصادر عندما يهبط إلكترون من السوية الثالثة ذات الطاقة $E_3 = -1.51 \text{ eV}$ إلى السوية الثانية ذات الطاقة $E_2 = -3.4 \text{ eV}$

نحول من eV إلى J نضرب بشحنة الإلكترون

$$\Delta E = E_2 - E_3 = (-3.4) - (-1.51) = -1.89 \text{ eV}$$

$$\Delta E = -1.89 \times 1.6 \times 10^{-19} = -3.024 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Delta E = 3.024 \times 10^{-19} \text{ J}$$

نقصان الطاقة

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3.024 \times 10^{-19}} = 6.6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

(G) يخضع إلكترون يتحرك بسرعة $8 \times 10^3 \text{ km.s}^{-1}$ إلى تأثير حقل مغناطيسي منتظم ناظمي على شعاع شدته $B = 5 \times 10^{-3} \text{ T}$ ، المطلوب.

(3) استنتج العلاقة المحددة لنصف القطر لهذا المسار ، واحسب قيمته

جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الإلكترون يتحرك سرعته $\vec{v} \perp \vec{B}$

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{F}$ المغناطيسية ، ثقل الإلكترون W ومهمل لصغره امام القوة المغناطيسية

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

بالاسقاط على الناطم:

$$F_{\text{لورنتز}} = m \cdot a_c \Rightarrow e \cdot v \cdot B \cdot \sin \frac{\pi}{2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{9 \times 10^{-31} \times 8 \times 10^6}{16 \times 10^{-20} \times 5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{r = 9 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

(4) أحسب دور الحركة

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 9 \times 10^{-3}}{8 \times 10^6} \Rightarrow \boxed{T = \frac{9\pi}{4} \times 10^{-9} \text{ S}}$$

(1) أحسب شدة القوة المغناطيسية

$$v = 8 \times 10^3 \text{ km.s}^{-1} = 8 \times 10^3 \times 10^3 = 8 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

$$F = e \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-3} \times 1$$

$$\boxed{F = 6.4 \times 10^{-15} \text{ N}}$$

(2) برهن أن حركة الإلكترون ضمن المنطقة التي يسدها الحقل المغناطيسي هي حركة دائرية منتظمة

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_e \vec{a}$$

$$e \vec{v} \wedge \vec{B} = m_e \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m_e} \vec{v} \wedge \vec{B}$$

من خواص الجداء الشعاعي: $\vec{a} \perp \vec{B}$ ، $\vec{a} \perp \vec{v}$

التسارع ناظمي فحركة الإلكترون ضمن المنطقة التي يسودها الحقل المغناطيسي هي حركة دائرية منتظمة

المسألة رقم 13 الفيزياء الفلكية

ثوابت معطاة بالمسألة : سرعة الضوء : $C = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$ ثابت هابل $H_0 = 68 km.s^{-1}/Mpc$ ، الفرسخ الفلكي $pc = 3.26 ly$

سافر رائد فضاء في مركبة فضائية إلى أحد كواكب المجرة باعتبار لهذا الكوكب شكل كروي قطره $6800 km$ وكتلته $M = 6.4 \times 10^{23} kg$ وثابت

الجاذبية العام $G = 6.673 \times 10^{-11} N.m^2 kg^{-2}$

1. احسب سرعة الإفلات من جاذبية هذا الكوكب

$$E_k = E_p$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_G \cdot r$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = G \frac{mM}{r^2} r \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{3400 \times 10^3}}$$

$$\Rightarrow v = 15.5 \times 10^3 m.s^{-1}$$

هي سرعة الإفلات من جاذبية هذا الكوكب

2. لو ضغط الكوكب حتى أصبح ثقباً أسوداً. فاحسب نصف قطره عندئذٍ.

$$v^2 = \frac{2GM}{r} \xRightarrow{v=c} c^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2}$$

$$r = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{(3 \times 10^8)^2} \Rightarrow$$

$$r = 9.3 \times 10^{-4} m$$

أي يجب أن يصبح الكوكب بحجم كرة نصف قطرها أقل من واحد ميلي متر.

3. على فرض أن المحطة الأرضية قاست الانزياح في طول موجة الهيدروجين لتلك المجرة فكان 5% مما كان عليه، احسب بعد تلك المجرة.

نحسب بعد المجرة من قانون هابل : $v' = H_0 d \Rightarrow d = \frac{v'}{H_0}$

• يجب حساب سرعة الابتعاد v' حسب تأثير دوبلر :

$$\lambda' = \left(1 + \frac{v'}{c}\right) \lambda \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{v'}{c} \lambda$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{v'}{c} \lambda \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{v'}{c} \lambda$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v'}{c} \xrightarrow{\text{نعوض لحساب } v'}$$

من الفرض الانزياح في طول الموجة : $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 5\% = 5 \times 10^{-2}$

$$5 \times 10^{-2} = \frac{v'}{3 \times 10^8} \Rightarrow v' = 15 \times 10^6 m.s^{-1}$$

• يجب حساب ثابت هابل بالوحدات الدولية : $H_0 = \frac{68 km.s^{-1}}{Mpc}$

$$H_0 = \frac{68 \times 10^3 m.s^{-1}}{10^6 \times 3.26 light\ year}$$

$$H_0 = \frac{68 \times 10^3 m.s^{-1}}{10^6 \times 3.26 \times 3 \times 10^8 \times 365.25 \times 24 \times 3600 m}$$

$$H_0 = \frac{68 \times 10^3 s^{-1}}{10^6 \times 3 \times 10^{16}} = \frac{68}{3} \times 10^{-19} s^{-1}$$

نعوض في قانون هابل :

$$d = \frac{v'}{H_0} = \frac{15 \times 10^6}{\frac{68}{3} \times 10^{-19}} \Rightarrow d = \frac{45}{68} \times 10^{25} m$$

وهو بعد تلك المجرة عنا.

4. باعتبار لهذا الكوكب شكل كروي قطره $6800 km$

وكتلته $6.4 \times 10^{23} kg$

1. احسب سرعة الإفلات من جاذبية المريخ.

2. لو ضغط المريخ حتى أصبح ثقباً أسوداً. فاحسب نصف قطر المريخ عندئذٍ.

الحل:

$$E_k = E_p \quad -1$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_G \cdot r$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = G \frac{mM}{r^2} r \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{3400 \times 10^3}} \Rightarrow$$

$$v = 15.5 \times 10^3 m.s^{-1}$$

هي سرعة الإفلات من جاذبية المريخ.

$$v^2 = \frac{2GM}{r} \xRightarrow{v=c} c^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2} \quad -2$$

$$r = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{(3 \times 10^8)^2} \Rightarrow$$

$$r = 9.3 \times 10^{-4} m$$

أي يجب أن يصبح المريخ بحجم كرة نصف قطرها أقل من واحد ميلي متر.

القاكم في جلسة المراجعة الامتحانية

قبل الامتحان بأيام

للتسجيل فيها وبقاى المواد :

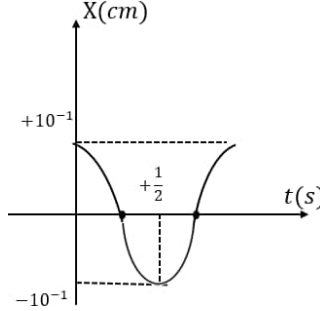
منصة طريقي التعليمية الافتراضية

واتس اب 0947050592

سؤال الخطوط البيانية

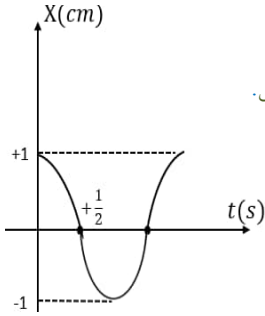
(1) يمثل الخط البياني تابع المطال للنواس المرن استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة ونبضها وسعتها
السرعة العظمى (طويلة)
التابع الزمني لمطالها .
التابع الزمني للسرعة.



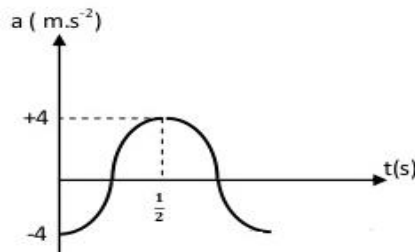
(2) اقرأ الخط البياني استنتج من هذا المنحني :

ماذا يمثل الخط البياني .
التابع الزمني للمطال .
عين زمن مرور الجسم بوضع التوازن للمرة الأولى.



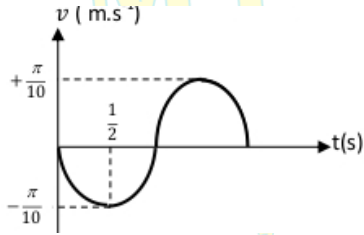
(3) يمثل الخط البياني تابع التسارع لحركة جيبية انسحابية استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة وسعتها
التابع الزمني لتسارعها



(4) يمثل الخط البياني تابع السرعة لحركة جيبية انسحابية استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة ونبضها وسعتها
التابع الزمني لمطالها .



(5) يبين الخط البياني الطاقة الميكانيكية لنواس مرن والطاقة الكامنة للجملة بدلالة المطال والمطلوب :

استنتج سعة الحركة .

احسب ثابت صلابة النابض .

احسب الطاقة الحركية من أجل : $\bar{x} = -2 \text{ cm}$ ، $\bar{x} = 0$ 