السؤال الأول : احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+x}{\sqrt{x}-3}$

السؤال الثاني احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-2x$

السؤال الثالث : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}\right)$

السؤال الرابع : $\lim\limits_{x\to4}\left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\right)$

السؤال الخامس :: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 2x}{\sin x}$

السؤال السادس : $\lim\limits_{x\to0}\frac{4\cos^2 x-4}{\sin x}+\frac{3}{2}$

السؤال السابع : $\lim\limits_{x\to0}\frac{x-x\cos x}{\sin(2x)}$

السؤال الثامن : $\lim\limits_{x\to0}\frac{5x+6\cos x-6}{\sqrt{4+2x}-2}$

MY طريقي

الحلول :

السؤال الأول :

حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$ ،

نخرج عامل مناسب :

$$f(x)=\frac{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{x}\left(1-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$f(x)=\frac{x\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(1-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{+\infty(1+0)}{1-0}=+\infty$$

السؤال الثاني :

حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

$$f(x) = \sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} - 2x$$

$$f(x) = |x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - 2x$$

بما أن $x \to +\infty$ فإن $|x| = x$:

$$f(x) = x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - 2x$$

$$f(x) = x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - 2\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty(1-2) = -\infty$$

السؤال الثالث :

حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

نضرب بالمرافق

$$f(x) = \frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}$$

$$f(x) = \frac{x-(x-1)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}$$

$$f(x) = \frac{-1}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0$$

السؤال الرابع :

يوجد جذر $\Leftarrow$ مرافق

$$f(x)=\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)}=\sqrt{x}+2$$
$$\lim_{x\to 4} f(x)=\sqrt{4}+2=4$$

السؤال الخامس :

في البسط : نضرب البسط و المقام بـ $2x$

وفي المقام : نضرب البسط و المقام بـ x

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\boldsymbol{2x}\dfrac{\sin 2x}{\boldsymbol{2x}}}{\boldsymbol{x}\dfrac{\sin x}{\boldsymbol{x}}}$$

نختصر :

$$\lim_{x\to 0} 2\frac{\frac{sin2x}{2x}}{\frac{sinx}{x}}=2\frac{1}{1}=2$$

السؤال السادس:

مثال 6 : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4\cos^2 x-4}{sinx}+\frac{3}{2}$

$$f(x)=\frac{4\cos^2 x-4}{sinx}+\frac{3}{2}$$
$$f(x)=-4\frac{1-\cos^2 x}{sinx}+\frac{3}{2}$$
$$f(x)=-\frac{4\sin^2 x}{sinx}+\frac{3}{2}$$
$$f(x)=-4sinx+\frac{3}{2}$$
$$\lim_{x\to 0} f(x)=0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

السؤال السابع : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-xcosx}{\sin(2x)}$

$$f(x)=\frac{x-xcos2x}{x^2 sin2x}$$
$$f(x)=\frac{x(1-cos2x)}{x^2 sin2x}$$

$$f(x) = \frac{2\sin^2(x)}{x.2sinx\ cosx}$$
$$f(x) = \frac{sinx}{x}\frac{1}{cosx}$$
$$\lim_{x\to 0} f(x) = 1.1 = 1$$

السؤال الثامن :

$$f(x) = \frac{5x + 6cosx - 6}{\sqrt{4+2x^2} - 2}$$
$$f(x) = \frac{(5x + 6cosx - 6)(\sqrt{4+2x} + 2)}{(\sqrt{4+2x} - 2)(\sqrt{4+2x} + 2)}$$
$$f(x) = \frac{5x + 6cosx - 6}{4 + 2x - 4}(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$f(x) = \frac{5x - 6(1 - cosx)}{2x}(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$f(x) = \left(\frac{5x}{2x} - \frac{3(1 - cosx)}{x}\right)(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3(2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x}\right)(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - 6\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{x}\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$f(x) = \left(\frac{5}{2} - 6\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{2\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)(\sqrt{4+2x} + 2)$$
$$\lim_{x\to 0} f(x) = \left(\frac{5}{2} - 3(1)(0)\right)(4) = \frac{5}{2}.4 = 10$$