١) اكتب بالشكل الجبري كل من الأعداد التالية:

$Z_1 = \frac{1+\sqrt{2}i}{1-\sqrt{3}i} + \frac{1-\sqrt{2}i}{1+\sqrt{3}i} - 2i$

$Z_2 = (1-i)^8$

$Z_3 = \left(\frac{-4-6i}{2+3i}\right)\left(\frac{3-2i}{6+4i}\right)$

$Z_4 = 4ie^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$

$Z_5 = 2\left[\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right]$

---------***---------

٢) اكتب بالشكل المثلثي كل من الاعداد التالية:

$Z_1 = \left(\frac{1-\sqrt{3}i}{2+2i}\right)^4$

$Z_2 = -3\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$Z_3 = \left[2\left[\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]\right]^5$

$Z_4 = (2-\sqrt{5})ie^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$

$Z_5 = (\sqrt{2}i)^{400}$

---------***---------

٣) ليكن العدد العقدي w: $w = \frac{-4}{1+\sqrt{3}i}$

١- اكتب w بالشكل الجبري

٢- أثبت أن $(w)^3$ حقيقي

٣- أثبت أن (w) هو حل للمعادلة :

$Z^2 + 2Z + 4 = 0$

واستنتج الحل الآخر بدون حل المعادلة

---------***---------

٤) نتأمل كثير الحدود:

$P(Z) = iZ^4 + (-4+5i)Z^2 + (-8-2i)Z - 20 + 20i$

١- أثبت أن :

$P(Z) = (Z^2 + 2Z + 5)(iZ^2 - 2iZ - 4 + 4i)$

٢- حل في (c) المعادلة : $P(Z) = 0$

---------***---------

٥) لتكن المعادلة:

$Z^3 - 2(2+i)Z^2 + (5+8i)Z - 10i = 0$

١- حل في (c) المعادلة السابقة إذا علمت أنها تقبل حلاً تخيلياً بحتاً

٢- لتكن C, B, A تمثل حلول المعادلة : أثبت أن C, B, A, O تشكل رؤوس متوازي أضلاع .

---------***---------

٦) لتكن الأعداد العقدية التالية:

$Z_1 = 1 + i$

$Z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$

$Z_3 = -\sqrt{3}e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

١- اكتب Z_1 و Z_2 و Z_3 بالشكل الأسي

٢- مستفيداً من الطلب السابق أثبت أن $\left[\frac{(Z_1)^2}{(Z_2)^3(Z_3)^6}\right]$ تخيلي بحت

٣- أوجد $(Z_1.Z_2)$ بالشكل الجبري

٤- أوجد $(Z_1.Z_2)$ بالشكل المثلثي واستنتج $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

---------***---------

٧) حل كل من المعادلتين بالمجهول (Z) :

1- $3Z - 2\bar{Z} = 1 - 10i$

2- $\frac{\bar{Z}-3}{\bar{Z}+3} = i$

---------***---------

٨) حل في (c) كلاً من جمل المعادلات بالمجهولين Z_1 و Z_2 (عين Z_1 و Z_2) :

$$1 \begin{cases} Z_1 - Z_2 = -3 \\ 2\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = -3 + 3\sqrt{3}i \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} 3iZ_1 - Z_2 = 2 - 4i \\ 2Z_1 + iZ_2 = 1 - 5i \end{cases}$$

---------***---------

٩) ليكن المقدار $u = \frac{Z+2}{Z-i}$ ، $Z \neq i$

١- عين (Δ) مجموعة النقاط التي يكون عندها u حقيقي بحت

٢- عين (ε) مجموعة النقاط التي يكون عندها u تخيلي بحت

---------***---------

١٠) ليكن (Z) عدد عقدي ، وليكن (w) عدد عقدي طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد : أثبت أن : $\left(\frac{w\bar{Z}-Z}{iw-i}\right)$ تخيلي بحت

---------***---------

ملاحظات للحل:

أ.عامر البكا