

التمرين الأول:

ليكن لدينا:

$$S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

١. احسب S_1 و S_2 و S_3

٢. عبر عن عبارة S_{n+1} بدلالة S_n

٣. أثبت بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي

$$S_n = n^2 \text{ فإن } n \text{ غير معدوم}$$

التمرين الثاني:

نعتبر المجموع:

$$S_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$$

١. احسب S_0 و S_1 و S_2

٢. أثبت بالتدريج أن $S_n = 2^{n+1} - 1$

التمرين الثالث:

أثبت أنه مهما كان العدد الطبيعي الموجب تماماً كان:

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

التمرين الرابع:

أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية:

$$\ll 3 < n^3 - 4n + 6 \gg$$

حيث $n \geq 1$

التمرين الخامس:

$$A_n = 3^{2n} + 2^{6n-5}$$

ليكن العدد A_n مضاعف للعدد 11 حيث $n \in N^*$

التمرين السادس:

ليكن لدينا $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بالعلاقة التكرارية:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{n u_n}{n+1} + \frac{1}{n+1} ; n \geq 1 \\ u_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

١. احسب u_2

٢. أثبت بالتدريج أن $u_n < 1$

وذلك أيّاً كانت $n \in N^*$

التمرين السابع:

لتكن $(u_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{2 + \frac{u_n^2}{3}} \\ u_1 = 0 \end{cases}$$

١. احسب u_1

٢. أثبت بالتدريج أن لكل n من N

$$0 \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$$

التمرين الثامن:

نعرف المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ كما يأتي:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 6} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

١. أثبت أن التابع $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً

٢. استنتج أن $\frac{1}{2} < u_n < 1$ مهما يكن $n \in N$

التمرين التاسع:

أثبت أنه أيّاً كان $n \geq 1$ فإن:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$