التمرين الأول: نعطى العددين العقديين

$Z_2 = -2\left[\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$	$Z_1 = \frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$

أولاً:

1. اكتب العدد العقدي Z_1 بالشكل الجبري
2. اكتب العدد العقدي Z_1 بالشكل المثلثي
3. استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{7\pi}{12}$

ثانياً:

1. عيّن كلاً من طويلة وزاوية العدد العقدي Z_2
2. اكتب العدد العقدي $(Z_2)^2$ بالشكل الأسي.

التمرين الثاني: نعطى العددين العقديين

$Z_2 = 1 - i$	$Z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$

1. اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و $\frac{Z_1}{Z_2}$
2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$
3. استنتج $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

تذكرة في العمليات على الجذور:
* $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
* $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
* $a \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$

التمرين الثالث: نعطى العددين العقديين

$$Z = (\sqrt{3}+1) + i(\sqrt{3}-1)$$

1. عيّن كلا من زاوية وطويلة Z^2 ثم اكتب Z بالشكل الأسي.
2. استنتج $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الرابع: ليكن لدينا الأعداد العقدية الآتية:

$Z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$	$Z_1 = \sqrt{5} - 5$
$Z_4 = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$	$Z_3 = 2i\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$
$Z_5 = 1 + i + \sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	

1. اكتب كلاً من $\bar{Z}_1$ و $\bar{Z}_2$ بالشكل المثلثي
2. عيّن كلاً من زاوية وطويلة Z_3 و Z_4
3. اكتب $(Z_5)^3$ بالشكل المثلثي.

التمرين الخامس:

ليكن Z عدد عقدي ما , أثبت أنّ $|iZ+2i|^2+|Z-2|^2=2|Z|^2+8$

التمرين السادس:

ليكن u و z عددان عقديين بحيث $u\neq 1$ وليكن $w=\frac{u\bar{z}-z}{u-1}$ عدد حقيقي.

أثبت أنه إمّا أن يكون z حقيقياً أو أن يكون $|u|=1$

التمرين السابع:

لتكن لدينا المعادلة: $Z^2-(1+i)Z+2+2i=0$

١. أثبت أنّ $Z_1=1-i$ جذراً للمعادلة , ثم أوجد الجذر الآخر وليكن Z_2

٢. اكتب Z_1 و Z_2 بالشكل الأسي.

التمرين الثامن:

لتكن النقطتان A و B الممثلة للأعداد العقدية $Z_A=-\sqrt{3}+i$ و $Z_B=-2i$ بالترتيب.

١. أثبت أن النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O ونصف قطرها يساوي 2

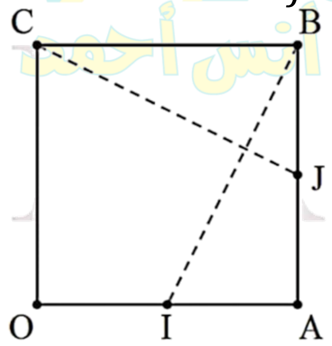
٢. اكتب Z_A بالشكل الأسي ثم جد العدد العقدي Z_C الممثل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC

٣. أثبت أنّ $Z_C-Z_A=e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B-Z_A)$ ثم عيّن طبيعة التحويل الهندسي.

٤. عيّن طبيعة المثلث ABC .

التمرين التاسع:

$OABC$ مربع ; النقطة I هي منتصف القطعة المستقيمة $[OA]$ والنقطة J منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$, نتأمّل المعلم المتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$ والمطلوب:



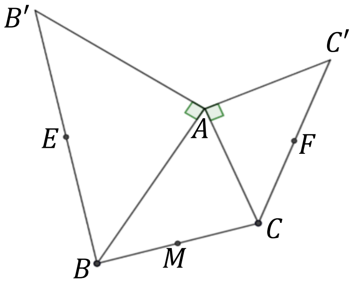
١. اكتب العدد العقدي Z_C بدلالة Z_A ثم اكتب Z_B بدلالة Z_A

٢. اكتب العددين العقديين Z_I و Z_J بدلالة Z_A

٣. احسب $\frac{Z_C-Z_J}{Z_B-Z_I}$ ثم استنتج أنّ $IB=JC$ وأنّ $(IB)\perp(JC)$

التمرين العاشر:

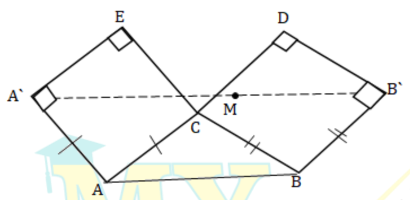
ABC مثلث مباشر التوجيه , النقطتين B' و C' تجعلان المثلثين $AB'B$ و ACC' قائمين ومتساوي الساقين ولتكن النقاط M و E و F منتصفات الأضلاع $[BC]$ و $[BB']$ و $[CC']$ بالترتيب , نفرض معلماً معلماً متجانساً $(A,\vec{u},\vec{v})$ ونرمز للأعداد العقدية a و b و c و e و f و m التي تمثل النقاط A و B و C و E و F و M والمطلوب:



1. أثبت أنّ $c' = ic$ و $b' = ib$ ثم اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $\frac{c'-b}{b'-c}$
2. أثبت أنّ $BC' = CB'$ وأنّ المستقيمين (BC') و (CB') متعامدين
3. عبّر عن الأعداد العقدية m و e و f بدلالة b و c
4. أثبت أنّ $\frac{e-m}{f-m} = i$ واستنتج طبيعة المثلث EFM

التمرين الحادي عشر: ليكن المثلّث ABC في المستوي نشئ على ضلعيه $[AC]$ و$[BC]$ وخارجه المربعين $ACEA'$ و $CBB'D$ كما في الشّكل المجاور،

تمثّل الأعداد العقديّة a, b, c, a', b' النقاط A, B, C, A', B'.

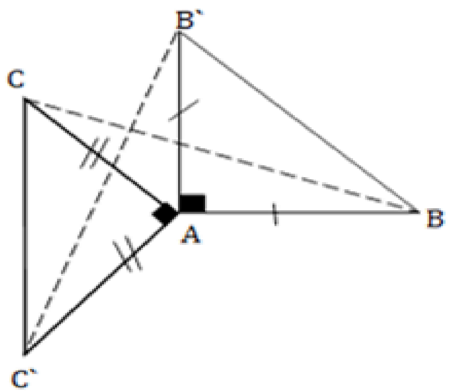


1. B' هي صورة C وفق دوران مركزه B عيّنه
   واكتب الصّيغة العقديّة للعدد b' بدلالة b و c
2. أثبت أنّ $a' = i(c-a) + a$
3. عين بدلالة a و b العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$

التمرين الثاني عشر:

في الشّكل المجاور المثلّثان ABB' و ACC' كلاً منهما قائم في A ومتساوي السّاقين.

تأمّل المعلم المتجانس والمباشر $(A,\vec{u},\vec{v})$



1. اكتب $Z_{B'}$ بدلالة Z_B و $Z_{C'}$ بدلالة Z_C.
2. احسب $\frac{Z_{B'}-Z_{C'}}{Z_B-Z_C}$
3. استنتج أنّ $(BC) \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$