**التمرين الأول:**

ليكن لدينا:

$$S_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$$

١. احسب $S_1$ و $S_2$ و $S_3$

٢. عبر عن عبارة $S_{n+1}$ بدلالة $S_n$

٣. أثبت بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ فإن $S_n = n^2$

**التمرين الثاني:**

نعتبر المجموع:

$$S_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n$$

١. احسب $S_0$ و $S_1$ و $S_2$

٢. أثبت بالتدريج أن $S_n = 2^{n+1} - 1$

**التمرين الثالث:**

أثبت أنه مهما كان العدد الطبيعي الموجب تماماً كان:

$$1 + r + r^2 + r^3 + \cdots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

**التمرين الرابع:**

أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية:

« $n^3 - 4n + 6$ يقبل القسمة على 3 »

حيث $n \geq 1$

**التمرين الخامس:**

ليكن العدد $A_n = 3^{2n} + 2^{6n-5}$

أثبت أن $A_n$ مضاعف للعدد 11 حيث $n \in N^*$

**التمرين السادس:**

ليكن لدينا $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{n\,u_n}{n+1} + \dfrac{1}{n+1} \;; n \geq 1 \\ u_1 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

١. احسب $u_2$

٢. أثبت بالتدريج أن $u_n < 1$ وذلك أياً كانت $n \in N^*$

**التمرين السابع:**

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{2 + \dfrac{u_n^2}{3}} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

١. احسب $u_1$

٢. أثبت بالتدريج أن لكل $n$ من $N$

$$0 \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$$

**التمرين الثامن:**

نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{2u_n + 6} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

١. أثبت أن التابع $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً

٢. استنتج أن $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$ مهما يكن $n \in N$

**التمرين التاسع:**

أثبت أنه أياً كان $n \geq 1$ فإن:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$