الاسم :
الرقم :
المدة : أربع ساعات
الدرجة : سبعمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة ثانية)**

المسألة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P_{n+1}^{3} = 16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_{0}^{\pi} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	e	↘	0

1) احسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$. $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

3) دلّ على القيمة المطلقة وبيّن نوعها.

4) حدد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, \pi]$ وفق: $f(x) = \frac{2x^3 + \cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

المسألة الثانية: حل اثنين من التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني– 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2 \le u_n \le 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ وحدّ $\lim u_n$.

التمرين الثاني: في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

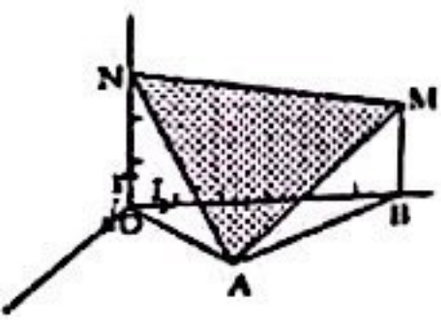
$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $x - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.



يتبع في المسألة الثالثة

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : سبعة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات (الفرع العلمي – دورة ثانية)

المسألة الثانية

التمرين الثالث:

لتكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a ، b إذا علمت أن $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عين قيمة λ إذا علمت أن $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) اثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور التواصل، عين a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها.

2) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) اثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامةtm

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل تواطئي
٢	السؤال الثاني	معادلة كرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة الحدية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة المعقدية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري مُلغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح طريقة كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (.....1,2,3,4)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

[redacted]

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد، حقل الأحاد بالعشرات، حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي / الدورة الثانية علم ٢٠٢١م

الدرجة: ستمئة

سلم درجات مادة: الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^{n+3}_{n+2} = 16\binom{n+3}{2}$.

شرط الحل $n \in \{0,1,2,....\}$ $(n+3)(n+2)(n+1) = 16\dfrac{(n+3)(n+1)}{2}$ $n+3 = 8$ $n = 5$	٥ ٥ قانون توافق+ ٥ نشر +٥ قانون ترتيب + ٥ نشر+ ٥شرط الاختصار ٥معادلة درجة أولى ٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

$dis_{(A,P)} = \dfrac{\lvert ax_A+by_A+cz_A+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ $= \dfrac{\lvert 4+1-4-1\rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{3}{3} = 1$ معرفة $d = \mathbb{R}$ $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 1$	٥ ٥+٥+٥ ١٠ 5+5	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (٣×٥) تعويض+ إصلاح+ نتيجة إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة للكرة بدون تربيع يخسر ٢٠ درجة قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

حساب التكامل: افتراض $u = x$ و $u' = 1$ $v' = \sin x$ و $v = -\cos x$ قانون التكامل بالتجزئة $I = -x\cos x + \sin x\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	٥×٢ ٥×٢ 5 5+5+5	إذا بدل بالفرضيات يُنال ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (٥قانون + ٥اشتقاق + ٥تابع أصلي)
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

Scanned with CamScanner

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

1) حد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) حد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$	٣	
المقارب الأفقي $y=0$	١	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	١	
القيمة الكبرى محلياً ، $\frac{1}{e}$	٣	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,1]$	٢	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]0,1[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	١٠	

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^3+\cos^2 x}{x}$. المطلوب:

اثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

$f(x)-y_\Delta=\frac{\cos^2 x}{x}$	٥	
$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	٥	
$-1\le\cos x\le 1$	٥	
$0\le\cos^2 x\le 1$	٣	عند القسمة على $x<0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\frac{-1}{x}\le\frac{\cos^2 x}{x}\le 0$	٢	
$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$ حسب الإحاطة	٥	
$\lim_{x\to-\infty}\frac{\cos^2 x}{x}=0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x)=\frac{\cos^2 x}{x}$	٣	
البسط موجب		
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x)<0$	٥	إذا كتب الطالب $g(x)<0$ والخط C يقع تحت
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	المقارب ينال الدرجات المخصصة
		دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

Scanned with CamScanner

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عد
الكرات البيضاء. المطلوب: 1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.
2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد
الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عملية السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

w : الحدث الكرة البيضاء	٨	في قيم المتحول العشوائي يخسر الرجلان إذا أضاف قيمة أو أنقص قيمة
$P(w)=\frac{1}{4}$	٨	
$X=\{0,1,2,3\}$	٢+٢	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣+٣	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{27}{64}$	٣+٣	عدم الضرب بالثلاثة يخسر ٣ درجات
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{9}{64}$	٣+٢	
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$		
x_i | ٠ ١ ٢ ٣		
$p(X=x_i)$ | $\frac{٢٧}{٦٤}$ $\frac{٢٧}{٦٤}$ $\frac{٩}{٦٤}$ $\frac{١}{٦٤}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة: حساب $p=\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}$. $q=\frac{3}{4}$	٨+٢	عد المسألة بين p و q يخسر الرجلان فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	٨	
قانون جدولي	٢	
حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٢ تعويض + ٣ نتيجة لكل احتمال	$4\times(2+3)$

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأيّاً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$.

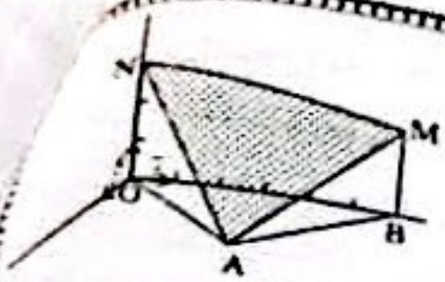
المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

٢) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة . ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وحدّ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ترميز القضية	٢	
إثبات صحة $E(0)$	٥	
افتراض صحة $E(n)$	٥	
وإثبات $E(n+1)$	٥×٤	
$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أيّاً كانت $n \geq 0$	٣	
اثبات أنها متناقصة: $u_{n+1} - u_n \leq 0$	٥٠٥٠٥	لو تبرير أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$
$(u_n - 2)^2 + 2 - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$		
$u_n - 3 \leq 0$ و $u_n - 2 \geq 0$ ومنه	٣٠٣	
$(u_n - 3)(u_n - 2) \leq 0$	١	
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة، النهاية هي حل	٥	
المعادلة $f(x) = x$		
ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	٥	
المجموع	٧٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج:		طريقة ثانية لبرهان المحدودية	
$Q(n): u_{n+1} \leq u_n : n \geq 0$	٥	إثبات صحة $E(0)$	
$Q(0): u_1 \leq u_0$ محققة $\frac{9}{4} \leq \frac{5}{2}$	٥	افتراض صحة $E(n)$	
نفرض $Q(n)$ صحيحة من اجل n	٥	وإثبات $E(n+1)$	
$Q(n+1): u_{n+2} \leq u_{n+1} : n \geq 0$		نعرف تابع $f(u_n) = u_{n+1}$	
من الفرض $u_{n+1} \leq u_n$		$f(x) = (x-2)^2 + 2$	٣
$u_{n+1} - 2 \leq u_n - 2$	٢	$f'(x) = 2(x-2)$	٣
$(u_{n+1} - 2)^2 \leq (u_n - 2)^2$	٢	$x \geq 2$	٢
$(u_{n+1} - 2)^2 + 2 \leq (u_n - 2)^2 + 2$	٢	f متزايد تماماً على $[2, +\infty[$	٢
$u_{n+2} \leq u_{n+1}$	٢	من الفرض $2 \leq u_n \leq 3$	
$Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أيّاً كانت $n \geq 0$	٢	$f(2) \leq f(u_n) \leq f(3)$	٥
		$2 \leq u_{n+1} \leq 3$	٥
		$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أيّاً كانت $n \geq 0$	٣

Scanned with CamScanner



التمرين الثاني: في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :
$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$

المطلوب:
1) اكتب معادلة للمستوي (AMN).
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).
3) اثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الوصول إلى معادلة المستوي (AMN)	٦	ملاحظات:
إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$	١+١+١	أو إيجاد $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$.
تعويض النقاط	٤+٤+٤+٤	$\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$, $\vec{n}.\overrightarrow{AN}=0$
وحساب قيم a , b , c , d	٥	افتراض $\vec{n}(a,b,c)$
كتابة معادلة المستوي	٥	إيجاد قيم الوسطاء a , b , c
المعادلات الوسيطية - قانون	٣×٣	كتابة معادلة للمستوي
شعاع توجيه	٢×٣	أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي
نتيجة		$\overrightarrow{Ak}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AN}$
اثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري	٣×٣	إيجاد α,β
إيجاد إحداثيات المنتصف	٢×٣	الوصول إلى معادلة للمستوي
معرفة الناظم $\overrightarrow{BM}$	٥	
كتابة معادلة المستوي المحوري		
المجموع	٧٠	

		$z-1=0$
طريقة: المستوي المحوري		$\vec{n}(0,0,1)$
$D(x,y,1)$ $D\in\rho$	٥	$\overrightarrow{MB}(0,0,2)$
$BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٤+٣	$I(0,6,1)$
$MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٣	$I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي ρ
$BD=MD$	٣	$\vec{n}$, $\overrightarrow{MB}$ مرتبطان خطياً
ρ المستوي المحوري	٢	ρ المستوي المحوري
طريقة:		
أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري	٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة
$KM=MB$ ومنه $KM^2=MB^2$	٥	غير البدء يخسر درجة واحدة
تعويض - إصلاح - نتيجة	٢+٣+٤	

Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسائل الآتية: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(a+i\sqrt{3})z^2-4(a-i\sqrt{3})z+8$ حيث $a\in\mathbb{R}$. المطلوب:

1) أحسب العدد a لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) نفرض $a=1$ حد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

أولاً : ١- التعويض $z=2$ في المعادلة	٥		
الوصول إلى معادلة خطية	٥		
الوصول إلى قيمة a	٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة	5+5+5	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$:	٥
وإيجاد $Q(z)$	٥	$(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$	٥+٥+٥
حساب Δ	٦	إيجاد a و b و c	
جذر أول	٥		
جذر ثاني	٥		
جذر ثالث	٥		

ثانياً:a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$		طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي	٥
		كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري	٥+٥
تعويض	5+5	حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة	٥+٥+٥
الشكل الجبري	٥	ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و لم يذكر الدرجة المخصصة.	
الشكل المثلثي	٥	ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات	
الشكل الأسي	10	ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو متقايس الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للفقرة	
استنتاج مثلث متساوي الساقين و متقايس الزاوية	٥		

b- إيجاد a' ، b' ، c'	3+3+3	متساوي الساقين $\frac{a-b}{c-b}=1$
المجموع	١٠٠	

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) نفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) نفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

Scanned with CamScanner

تسجيل الدخو

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على الصفحة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

العقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسم البياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	النهاية
٥	السؤال الخامس	قيمة حدية
٦	السؤال السادس	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	هندسة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	تابع لوغاريتمي
١٠	السؤال العاشر/ المسألة الأولى	مسألة أشكال وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر/ المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة نصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- نحذف (درجة واحدة) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الحوذ أن يقوم بتلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومجهد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى فحص سوية السؤال أو تيسير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعتمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة نصحح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يجب الطالب عن سؤال ما، نكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية (صفر للسؤال.... لأنه بلا إجابة)

١١- نكتب الدرجات المجزئة لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (....,1,2,3,4)

١٢- نسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

المئات	العشرات	الآحاد
٠	٠	٠

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

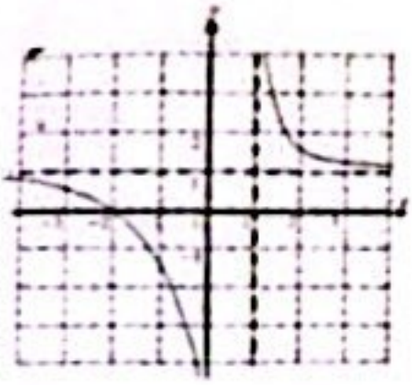
حقل الآحاد بالعشرات.

Scanned with CamScanner

تسجيل الدخول

أجب عن خمسة فقط من الأسئلة التالية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



لتكن الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) حد $f(x)$ عند $+\infty$ ، 1 ، 0 من اليسار.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) حدد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) حدد حل المعادلة $f(x) = 0$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$	5×3	
$y = 1$ ، $x = 1$ ، $x = 0$		
$f'(x) < 0$ على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ $x = -2$		
		اذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير يمثل الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: حدد قيمة الحد الثالث (المستقل عن x) في منشور $\left(\frac{1}{x^3}+x\right)^{12}$.

$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$	5	اذا كتب الطالب $T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$ يمثل الدرجة المخصصة للقانون ويُمنح له
$\binom{12}{r} x^{12-r} \cdot x^{-3r} = \binom{12}{r} x^{12-4r}$	5×3	اذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة يمثل الدرجات المخصصة كاملة
$12 - 4r = 0$		
$r = 3$		
$T_4 = \binom{12}{4} = 495$		عد حساب r و T_{r+1} في الخطوتين الأخيرتين يخصم الدرجات المخصصة في حل كل r خطأ أو كسرا
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	5+3+2

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

$I = \int_0^1 ((2-x)-x)dx$.

$I = \int_0^1 x\,dx + \int_1^2 (1-x)dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 + \left[x - \frac{1}{2}x^2\right]_1^2$	5×3	5 للصورة حدود التكامل و 5 • 5 لصارتي التكامل
	5×3	5 لكل ناتج لسلمي
التعويض	2×4	إذا كتب الطالب
الناتج	2	$I = \int_0^2 (2-(1-x))dx$ $= \int_0^2 x\,dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^2 = \frac{9}{2}$ يمنح الطالب 5 درجات للناتج الأصلي و 2•2 للتعويض و النتيجة
مجموع درجات السؤال الأول	10	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$

والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عين العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستو واحد.

$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$	3	لكل مركبة نرمة
$\overrightarrow{AC}(3,0,4)$	3	لكل مركبة نرمة
$-\frac{1}{3} \neq \frac{0}{4}$ لو المركبات غير متناسبة	3	
لو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3	
$\overrightarrow{AD}(1,2,4)$	3	لكل مركبة نرمة
تعويض الأسمة في العبارة $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$	2×3	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة	3×3	لكل معادلة 3 درجات
إيجاد α و β	2•2	
التعليل	3	
$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ لو النقاط تقع في مستو واحد	4	إذا كتب الطالب العبارة $AD = -AB + AC$ صائبة بعد تعويض الأسمة في حالة الارتباط الخطي يمنح الدرجات 4•2•0
مجموع درجات السؤال الرابع	40	

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة تمثل من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، اثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0 ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + \cdots + w_{20}$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	5	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	5	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	5	
حساب q	5	
حساب v_0	5	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	5	
القانون $w_n = \cdots$ حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة $v_{n+1} - v_n$	5 5	
استخدام خواص اللوغاريتم	3	
الوصول للحد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب w	5	
حساب w_0	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كل من w_0 ، w_1 ، w_2 ، w_3 ، w_4 ، w_{20} ثم قام بحساب المجموع S يمثل الدرجات المخصصة
التعويض في القانون	5	
الحساب و النتيجة	5	
المجموع	70	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

- $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 5+5
- $= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 3
- $= \ln(q) =$ ثابت 2

Scanned with CamScanner

٢- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{9}v_n\right) - \ln(v_n)$ 5×5

$= \ln\left(\frac{1}{9}\right)$ = ثابت 3×2

٣- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{9v_n+2}\right) - \ln\left(\frac{1}{9v_n+6}\right)$

$= \ln\left(\frac{9v_n+6}{9v_n+2}\right) = \ln\left(\frac{1}{9}\right)$ = ثابت

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$ ، $b = -4 + 4i$ ، $c = -4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

٢) حدد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

٣) حدد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$ الإصلاح $= \frac{-4+8i}{8+4i}$	5 5×5×5×5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض بدل الدرجات المخصصة - للإصلاح بالإضافة الى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران التعويض النتيجة بالشكل الجبري	5 5 5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overline{AC} = \overline{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يحسم 5 درجات المخصصة للطريقة ويتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5×5	
الوصول إلى قيمة e	5	
المجموع	٧٠	

Scanned with CamScanner

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني لتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

1) اثبت أن f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

$x\mapsto\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I $x\mapsto\ln x$ متزايد تماماً على I مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I $x\mapsto x-4$ متزايد تماماً على I ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5 5 5 5 5	لـ $x>0$ $f'(x)=1+\frac{1}{x(x+1)}$ الاشتقاق 5×3 $f'(x)>0$ 10
مجموعة قيم f $f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5×2	ملاحظة لما حسب الطالب $\lim f(x)$ و $\lim f(x)$ ثم كتب النتيجة يعطى $5+5$
التأويل $y=f(x)$ إيجاد النهاية $\lim(f(x)-y)=0$ الوضع النسبي الإشارة + التعليل $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)<0$ ومنه $\frac{x}{x+1}<1$ الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت d	5 5 5+5 5	ملاحظة: في حال حل الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أنها مستحيلة وذكر أن التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ ومنه $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)<0$ يمال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل الإشارة لتابع الفرق على I
المجموع	20	

Scanned with CamScanner

حلول المسألتين الأخيرتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تنتمي النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$ المطلوب

١) حدد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبيّن أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

٢) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

٣) حدد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

٤) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

٥) نفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$	3×2	لكل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	3+2	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ التعويض + نتيجة	3+2	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ التعويض + نتيجة	3+2	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً	3	
أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم على المستوي		
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	5+5	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	ه×٣ ، ه	للقانون ه ولكل معادلة ه
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	3+5+5	كتابة النتيجة صائبة بشكل صحيح
حساب $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ ، $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$	4+4	بدل درجة القانون صحيحاً
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA}=-2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA)\parallel(CG)$		
المجموع	١٠٠	

Scanned with CamScanner

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$. المطلوب:

عين العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية للتابع f .

التعويض $f(-1) = \frac{a-b+1}{-2} = 0$	٥		٠
الوصول إلى العلاقة الأولى	٥		٠
حساب المشتق	١٠	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل بشكل صحيح تعطى الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط	
معرفة أن المشتق ينعدم عند 1-	٥		
التعويض في المشتق	٥		
الوصول إلى العلاقة الثانية	٦		
بالحل المشترك			
$a = 1$	٢		
$b = 2$	٢		
مجموع درجات السؤال الخامس	١٠		

السؤال السادس:

تأمل صندوق فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الصندوق خمس مرات على التوالي. نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X $X = \{0,1,2,3,4,5\}$	٣	ملاحظة إذا أهمل أو أخطأ الطالب أي قيمة من قيم المتحول العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يخطئها علماً أن مجموع الدرجات يخسر الطالب ٥ درجات إذا مثل عن p و q
قانون حساب الاحتمال	١٠	
قيم p ، قيم q	٥،٥	
التعويض	٥	إذا حسب الطالب $P(X = 0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ بدل $P(X = 0)$ بشكل
النتيجة	٢	الدرجة المخصصة لحساب $P(X = 0)$ كاملة
قانون ، نتيجة $E(X)$	٢،٣	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ، ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه يأخذ الدرجات المخصصة
قانون ، نتيجة $V(X)$	٢،٣	
مجموع الدرجات	١٠	

Scanned with CamScanner

طريقة ثانية للتمثيل الأخير مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر معناه $(BA)\parallel(CG)$	٠٠٠
طريقة ثالثة للتمثيل الأخير G المثلث $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	2٠2٠2 2 2
طريقة رابعة للتمثيل الأخير $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ التفاعل مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للتمثيل الأخير نفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,2)$ و $(B,-1)$ أي $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$ يكون C منتصف $[BI]$ ويكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(B,-1)$ و $(A,1)$ و $(C,2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(I,1)$ و $(A,1)$ بحسب الخاصية التجميعية وهذا G في منتصف $[IA]$ وبالتالي $[CG]$ تمثل من منتصفي ضلعين في مثلث وهذا $(AB)\parallel(CG)$	2٠2 1 2 1 2

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب:

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بما ورد على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) حدد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	3×1.5	النهاية • التحليل
$y=0$ مقارب أفقي	•	
$f'(x)$	5×3	القانون • التعويض • النتيجة
يتعدم $f'(x)$ عندما $x=-1$ و $x=1$	3×1	
$f(-1)=0$ $\quad f(1)=\frac{1}{e}$	3×2	
جدول التغيرات	3×2	الإشارة • سهم
إذا لم يصنع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يحسم 6 درجات		
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$	•	
قيمة كبرى محلياً $f(1)=\frac{1}{e}$	5	
الرسم	5×1	• للاستعانة مع الجدول • للاستعانة مع المقارب والقيم المهمة
C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب لأن $g(x)=f(-x)$ لذا نرسم	10	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	0.5	التحليل • النتيجة
		في الحلول الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ يعادل 10 درجات
المجموع	100	

انتهى السلم

Scanned with CamScanner