المسألة رقم «1» النواس المرن

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتها $(m = 0.1kg)$ معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي تهتز بدور خاص $(1sec)$ وبسعة اهتزاز $(16cm)$ ، بفرض مبدأ الزمن عندما تكون النقطة المادية في مطالها الأعظمي الموجب ، $(\pi^2 = 10)$ المطلوب :

1) استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.

$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

تعيين الثوابت X_{max} , ω_0 , $\bar{\varphi}$

$X_{max} = 16cm$ (سعة الاهتزاز) $\Rightarrow \boxed{X_{max} = 16 \times 10^{-2} m}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 2\pi\, rad.s^{-1}}$

حساب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء: $t = 0$, $x = +X_{max}$

ترك دون سرعة ابتدائية $+X_{max} = X_{max}\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = +1 \Rightarrow \boxed{\bar{\varphi} = 0}$

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام: $\boxed{\bar{x} = 16 \times 10^{-2}\cos 2\pi t \ (m)}$

2) عين كل من الزمن اللازم لانتقال النقطة المادية من المطال الأعظمي الموجب إلى المطال الأعظمي السالب وعين لحظة المرور الأول والثاني للنقطة المادية في مركز الاهتزاز

الزمن بين $+X_{max} \longrightarrow -X_{max}$ هو : $\frac{T_0}{2}$

$t = \frac{T_0}{2} \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{2} sec}$

بدأت الحركة من المطال الأعظمي الموجب $x = +X_{max}$

زمن المرور الأول في مركز الاهتزاز : $t_1 = \frac{T_0}{4} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{1}{4} sec}$

زمن المرور الثاني في مركز الاهتزاز : $t_2 = 3\frac{T_0}{4} \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{3}{4} sec}$

3) احسب قيمة السرعة العظمى للنقطة المادية (طويلة)

السرعة العظمى طويلة : $|v_{max}| = \omega_0 X_{max}$

$v_{max} = 2\pi \times 16 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{v_{max} = 32\pi \times 10^{-2}\, m.s^{-1}}$

إضافي: أحسب سرعة النقطة المادية طويلة عند مرورها في المطال $x = 14cm$

$v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2_{\text{معطى}}}$

$v = 2\pi\sqrt{256 \times 10^{-4} - 196 \times 10^{-4}} = 2\pi\sqrt{60 \times 10^{-4}}$

$v = 2\pi\left(2\sqrt{15} \times 10^{-2}\right) \Rightarrow \boxed{v = 4\pi\sqrt{15} \times 10^{-2}\, m.s^{-1}}$

4) احسب قيمة كمية الحركة العظمى للنقطة المادية

قانون كمية الحركة : $p = m.v \Rightarrow P_{max} = m.v_{max}$

$P_{max} = 10^{-1} \times 32\pi \times 10^{-2}$

$\Rightarrow \boxed{P_{max} = 32\pi \times 10^{-3}\, kg.m.s^{-1}}$

ملاحظة: قد يعطينا P_{max} ويطلب ω_0

$P_{max} = m.v_{max} \Rightarrow P_{max} = m.\omega_0.X_{max}$

$\boxed{\omega_0 = \frac{P_{max}}{m.X_{max}}}$

5) احسب قيمة ثابت صلابة النابض.

$k = m.\omega_0^2$ (يحسب من هنا أو من علاقة الدور الخاص)

$k = 10^{-1}(2\pi)^2 = 10^{-1} \times 4\pi^2$

$\Rightarrow \boxed{k = 4\, N.m^{-1}}$

6) احسب مقدار الاستطالة السكونية للنابض

$m.g = k.x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{m.g}{k}$

$x_0 = \frac{10^{-1} \times 10}{4} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{1}{4} m}$

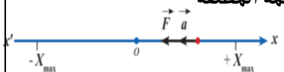
7) احسب قيمة قوة الارجاع وتسارع النقطة المادية في نقطة مطالها $(x = 5cm)$ وحدد على الرسم جهة كل منهما .

$a = ?$, $F = ?$, $x = 5 \times 10^{-2}\, m$

$\bar{F} = -K\bar{x} \Rightarrow F = -4 \times 5 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{F = -2 \times 10^{-1} N}$

$\bar{a} = -\omega_0^2\bar{x} \Rightarrow a = -(2\pi)^2 \times 5 \times 10^{-2} \Rightarrow \boxed{a = -2m.s^{-2}}$

ملاحظة: عندما يطلب شدة قوة الارجاع تكون بالقيمة المطلقة



$\bar{F} = \left|-K\bar{x}\right| \Leftarrow$: $\boxed{F = 2 \times 10^{-1} N}$

8) احسب الطاقة الميكانيكية للهزازة

$E = \frac{1}{2}KX_{max}^2$

$E = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 \times 10^{-2})^2$

$E = \frac{1}{2} \times 4 \times 256 \times 10^{-4}$

$\Rightarrow \boxed{E = 512 \times 10^{-4} J}$

9) احسب الطاقة الحركية للنقطة المادية عندما يكون مطالها $(x = 10cm)$

$x = 10 \times 10^{-2} m$, $E_k = ?$

$E = E_P + E_k \Rightarrow E_k = E - E_P$

$E_k = \frac{1}{2}KX_{max}^2 - \frac{1}{2}KX^2$

$E_k = \frac{1}{2}K[X_{max}^2 - X^2]$

$E_k = \frac{1}{2}.4[256 \times 10^{-4} - 100 \times 10^{-4}]$

$E_k = \frac{1}{2} \times 4[156 \times 10^{-4}]$

$E_k = 2[156 \times 10^{-4}]$

$\Rightarrow \boxed{E_k = 312 \times 10^{-4} J}$

10) أحسب الكتلة التي تجعل الدور الخاص $T_0 = 2sec$

$T_0 = 2sec$, $m = ?$

من علاقة الدور الخاص

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ نربع الطرفين

$T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow 4 = 4\pi^2\frac{m}{4} \Rightarrow 4 = 10m$

$\boxed{m = 0.4kg}$

ملاحظة: قد يعطينا الكتلة ويطلب الدور الخاص. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

11) بفرض أن مبدأ الزمن لحظة مرور النقطة المادية في نقطة مطالها $\left(x = \frac{X_{max}}{2}\right)$ وبالاتجاه الموجب .

a) استنتج التابع الزمني لحركة النقطة المادية انطلاقاً من شكله العام .

$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

تعيين الثوابت X_{max} ، ω_0 ، $\bar{\varphi}$

$X_{max} = 16cm \Rightarrow \boxed{X_{max} = 16\times 10^{-2}m}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 2\pi\, rad.s^{-1}}$

حساب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء $x = \frac{X_{max}}{2}$ ، $t = 0$ $v > 0$ (اتجاه موجب السرعة موجبة)

$\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \bar{\varphi}\begin{cases} +\frac{\pi}{3}rad \\ -\frac{\pi}{3}rad \end{cases}$

تابع السرعة : $\bar{v} = (\bar{x})'_t = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نعوض شروط البدء بتابع السرعة:

$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin\bar{\varphi} > 0$

نختار قيمة $\bar{\varphi}$ التي تجعل السرعة موجبة :

مرفوض (لأن السرعة سالبة) $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3}rad \Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin\left(+\frac{\pi}{3}\right) < 0$

مقبول (لأن السرعة موجبة) $\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}rad \Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) > 0$

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام : $\boxed{\bar{x} = 16\times 10^{-2}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ m}$

b) عين زمن المرور الأول والثاني للنقطة المادية في مركز التوازن.

في مركز التوازن : $x = 0$ أي نعدم تابع المطال :

$0 = 16\times 10^{-2}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

$\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi K\right)$

$2\pi t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$

نخرج (π) عامل مشترك ونختصرها من الطرفين

$\xrightarrow{\text{نعزل } t} 2t - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K$

$2t = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + K$

نقسم الطرفين على (2)

$t = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{K}{2}$

$t = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{K}{2}$

$\boxed{t = \frac{5}{12} + \frac{K}{2}}$

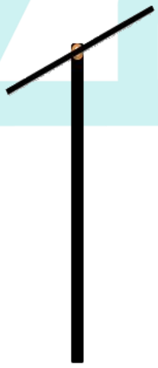
زمن المرور الأول $k = 0 \Leftarrow \boxed{t_1 = \frac{5}{12}sec}$

زمن المرور الثاني $k = 1 \Leftarrow \boxed{t_2 = \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{12}sec}$

النواس الثقلي المركب

حالات الساق المتجانسة بفضل دراسة الملاحظات قبل البدء أ عزم عطالة الساق حول محور مار من مركزها $\left(I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}mL^2\right)$ $(\pi^2 = 10 = g)$

1) ساق متجانسة m تهتز حول محور مار من طرفها العلوي



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$:

(بعد c عن o)

تعيين $d = \overline{oc}$: $\boxed{d = \frac{L}{2}}$

تعيين I_Δ : $I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2$ هايغنز

$I_\Delta = \frac{1}{12}mL^2 + m\frac{L^2}{4} \xrightarrow{\text{توحيد المقامات}} \boxed{I_\Delta = \frac{1}{3}mL^2}$

$\xrightarrow{\text{نعوض في الدور}} T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2}{mg\frac{L}{2}}}$

الدور بدلالة طول الساق $\xrightarrow{\pi = \sqrt{g}\ \text{نختصر}} \boxed{T_0 = 2\sqrt{\frac{2}{3}L}}$

- ملاحظة: **قد يعطينا الدور الخاص ويطلب طول الساق تُحل بنفس الطريقة ومن علاقة الدور الخاص نعزل طول الساق L :**

$T_0 = 2\sqrt{\frac{2}{3}L} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} T_0{}^2 = 4\left(\frac{2}{3}L\right) \Rightarrow \boxed{L = \frac{3T_0{}^2}{8}}$

2) ساق متجانسة M تهتز حول محور مار من طرفها العلوي ومعلق بنهايتها السفلية كتلة نقطية m′

توضيح m' تبعد عن o مسافة r' $r' = L \Leftarrow$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$\boxed{I_\Delta \text{ جملة} = I_{\Delta \text{ ساق}} \text{ هايغنز} + I_{\Delta/m'} \text{ كتلة}}$

$I_\Delta \text{ هايغنز} = I_{\Delta/c} + Md^2$

$\Rightarrow I_\Delta \text{ هايغنز} = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} \xrightarrow{\text{توحيد المقامات}} \boxed{I_\Delta \text{ هايغنز} = \frac{1}{3}ML^2}$

$I_{\Delta/m'} \text{ كتلة} = m'r'^2 \xRightarrow{r' = L} I_{\Delta/m'} \text{ كتلة} = m'L^2$

$I_\Delta \text{ جملة} = \frac{1}{3}ML^2 + m'L^2 \Rightarrow \boxed{I_\Delta \text{ جملة} = L^2\left(\frac{1}{3}M + m'\right)}$

تعيين d :

$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{M.\overset{(\text{بعد } M \text{ عن } O)}{\vec{r}} + m'.\overset{(\text{بعد } m' \text{ عن } O)}{\vec{r}'}}{M + m'} \xRightarrow{r = \frac{L}{2}, r' = L} \boxed{d = \frac{M\frac{L}{2} + m'L}{M + m'}}$

تعيين m جملة : $\boxed{m_{\text{جملة}} = M + m'}$

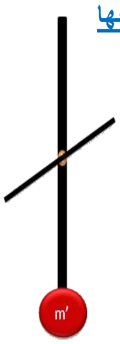
نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم $\left(I_\Delta . d . m_{\text{جملة}}\right)$ ونعوضها في علاقة الدور الخاص

- ملاحظة: **إذا كانت الساق مهملة الكتلة $M = 0$ فيكون :**

$\boxed{d = L}$ $\boxed{m_{\text{جملة}} = m'}$ و $\boxed{I_\Delta \text{ هايغنز} = 0 \Rightarrow I_\Delta \text{ جملة} = m'L^2}$

- **إذا كانت $M = m'$ نعوض في علاقات $\left(I_\Delta . d . m\right)$ جملة فنحصل على قيمها**

3) ساق متجانسة M تهتز حول محور مار من منتصفها ومعلق بنهايتها السفلية كتلة نقطية m′



توضيح m' تبعد عن o مسافة r' ⇦ $r' = \frac{L}{2}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

I_{Δ} جملة $= I_{\Delta/c} +$ كتلة $I_{\Delta/m'} = \frac{1}{12}ML^2 + m'r'^2 \xRightarrow{r'=\frac{L}{2}}$

$\boxed{I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + m'\frac{L^2}{4}}$ جملة

تعيين d: $d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{Mr + m'r'}{M+m'}$

$\xRightarrow{r=0 .\, r'=\frac{L}{2}} \boxed{d = \frac{m'\frac{L}{2}}{M+m'}}$

تعيين m جملة: $\boxed{m = M + m'}$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم ($I_\Delta .\, d .\, m$ جملة) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

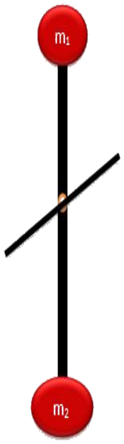
- ملاحظة: إذا كانت $M = m'$ نعوض في علاقات ($I_\Delta .\, d .\, m$ جملة) فنحصل على قيمها

تعيين m جملة: $\boxed{m = M + m' = 2M}$

تعيين d: $\boxed{d = \frac{m'\frac{L}{2}}{M+m'} = \frac{m'\frac{L}{2}}{2M} \xRightarrow{\text{نختصر } M,m'} \boxed{d = \frac{L}{4}}}$

I_Δ جملة $= \frac{1}{12}ML^2 + m'\frac{L^2}{4} \xRightarrow{\text{توحيد المقامات}}$ $\boxed{I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2}$ جملة

4) ساق مهملة الكتلة تهتز حول محور مار من مركزها ومعلق من طرفها العلوي كتلة نقطية m_1 ومن طرفها السفلي كتلة نقطية m_2



ساق مهملة الكتلة: ($M_{\text{ساق}} = 0 \quad I_{\Delta/c} = 0$)

توضيح m_1 تبعد عن o مسافة r_1 ⇦ $r_1 = \frac{L}{2}$.

m_2 تبعد عن o مسافة r_2 ⇦ $r_2 = \frac{L}{2}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

تعيين I_Δ حسب جملة: $I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \xRightarrow{r_1=r_2=\frac{L}{2}}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = m_1\frac{L^2}{4} + m_2\frac{L^2}{4} ⇨ \boxed{I_{\Delta\,\text{جملة}} = \frac{L^2}{4}(m_1+m_2)}$

تعيين m جملة: $\boxed{m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

تعيين d: $d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 .\, \overset{(\text{بعد } m_2 \text{ عن } O)}{r_2} - m_1 .\, \overset{(\text{بعد } m_1 \text{ عن } O)}{r_1}}{m_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

$\xRightarrow{r_1=r_2=\frac{L}{2}} \boxed{d = \frac{m_2\frac{L}{2} - m_1\frac{L}{2}}{m_{\text{جملة}}}}$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم ($I_\Delta .\, d .\, m_{\text{جملة}}$ جملة) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

5) ساق مهملة الكتلة تهتز حول محور مار من نقطة تبعد $\frac{L}{3}$ عن طرفها العلوي المعلق عنده كتلة نقطية m_1 ومعلق من طرفها السفلي كتلة نقطية m_2

ساق مهملة الكتلة: ($M_{\text{ساق}} = 0 \quad I_{\Delta/c} = 0$)

توضيح m_1 تبعد عن o مسافة r_1 ⇦ $r_1 = \frac{L}{3}$

m_2 تبعد عن o مسافة r_2 ⇦ $r_2 = \frac{2L}{3}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

تعيين I_Δ حسب جملة: $I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \xRightarrow{(r_1=\frac{L}{3},\, r_2=\frac{2L}{3})}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = m_1\frac{L^2}{9} + m_2\frac{4L^2}{9} ⇨ \boxed{I_{\Delta\,\text{جملة}} = \frac{L^2}{9}(m_1+4m_2)}$

تعيين m جملة: $\boxed{m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

تعيين d: $d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

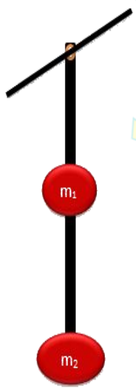
$\xRightarrow{(r_1=\frac{L}{3},\, r_2=\frac{2L}{3})} \boxed{d = \frac{m_2\frac{2L}{3} - m_1\frac{L}{3}}{m_{\text{جملة}}}}$

نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم ($I_\Delta .\, d .\, m_{\text{جملة}}$ جملة) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

- أعد هذه المسألة من أجل معطيات أخرى :

ساق مهملة الكتلة تهتز حول محور مار من نقطة تبعد $\frac{L}{4}$ عن طرفها العلوي المعلق عنده كتلة نقطية m_1 ومن طرفها السفلي كتلة نقطية m_2

6) ساق مهملة الكتلة تهتز حول محور مار من طرفها العلوي نثبت في منصفها كتلة نقطية m_1 ومن طرفها السفلي كتلة نقطية m_2



ساق مهملة الكتلة: ($M_{\text{ساق}} = 0 \quad I_{\Delta/c} = 0$)

توضيح m_1 تبعد عن o مسافة r_1 ⇦ $r_1 = \frac{L}{2}$

m_2 تبعد عن o مسافة r_2 ⇦ $r_2 = L$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

تعيين I_Δ حسب جملة: $I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \xRightarrow{(r_1=\frac{L}{2},\, r_2=L)}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = m_1\frac{L^2}{4} + m_2 L^2 ⇨ \boxed{I_{\Delta\,\text{جملة}} = L^2\left(\frac{m_1}{4}+m_2\right)}$

تعيين m جملة: $\boxed{m_{\text{جملة}} = M_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

تعيين d: $d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2 r_2 + m_1 r_1}{m_{\text{ساق}} + m_1 + m_2}$

$\xRightarrow{(r_1=\frac{L}{2},\, r_2=L)} \boxed{d = \frac{m_2 L + m_1\frac{L}{2}}{m_{\text{جملة}}}}$

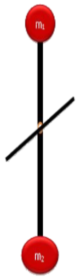
نعوض الأرقام المعطاة بنص المسألة فنحصل على قيم ($I_\Delta .\, d .\, m$ جملة) ونعوضها في علاقة الدور الخاص

المسألة رقم «2» النواس الثقلي المركب ، النواس الفتل [ساق]

يتألف نواس ثقلي من ساق متجانسة مهملة الكتلة $(\mathbf{L = 1m})$ تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $(\mathbf{m_1 = 400g})$ وفي نهايتها السفلية كتلة نقطية $(\mathbf{m_2 = 600g})$ نجعلها شاقولية لتهتز حول محور ثابت عمودي على مستويها ومار من منتصفها $(\pi^2 = 10)$

$m_1 = 400g \times 10^{-3} = 4\times 10^{-1} = \frac{4}{10}kg$ ، $m_2 = 600g \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-1} = \frac{6}{10}kg$ ، ساق مهملة الكتلة: $\left(M_{ساق} = 0 \quad I_{\Delta/c} = 0\right)$

1) احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة:



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

تعيين I_Δ حسب جملة: $I_{\Delta_{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$$I_{\Delta_{جملة}} = 0 + m_1{r_1}^2 + m_2{r_2}^2 \xrightarrow{r_1=r_2=\frac{L}{2}}$$

$$I_{\Delta_{جملة}} = m_1\frac{L^2}{4} + m_2\frac{L^2}{4} = (m_1+m_2)\frac{L^2}{4}$$

$$I_{\Delta_{جملة}} = \left(\frac{4}{10}+\frac{6}{10}\right)\frac{1}{4} = \frac{10}{10}\times\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{I_\Delta = \frac{1}{4}\ kg.m^2}$$

$$m_{جملة} = M_{ساق} + m_1 + m_2 = 0 + \frac{4}{10} + \frac{6}{10} \Rightarrow \boxed{m_{جملة} = \frac{10}{10} = 1kg}$$

$$d = \frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{m_2r_2 - m_1r_1}{M_{ساق}+m_1+m_2} = \frac{m_2\frac{L}{2} - m_1\frac{L}{2}}{m_{جملة}}$$

$$d = \frac{\frac{6}{10}\times\frac{1}{2} - \frac{4}{10}\times\frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{10} - \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{d = \frac{1}{10}m}$$

نعوض كل القيم: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{4}}{1\times10\times\frac{1}{10}}} = 2\pi\times\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T_0 = \pi\ sec}$

2) احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس .

T'_0 بسيط $= T_0$ مركب

$$2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = \pi$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{\frac{L'}{10}} = 1$$

نربع الطرفين $\Rightarrow 4\times\frac{L'}{10} = 1 \Rightarrow L' = \frac{10}{4}$

$\boxed{L' = 2.5(m)}$ وهذا هو طول النواس البسيط الموافق

3) نزيح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي زاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية .

a) استنتج العلاقة المحدد للسرعة الزاوية لحظة مرورها بوضع التوازن الشاقولي ثم احسب قيمتها علماً أن $(\theta_{max} = 60^\circ)$

$\theta_{max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}rad \quad , \quad \omega = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \overline{W}_{\vec{F}_{1\to2}} = \overline{\Delta E_K}$$

$$\underbrace{W_{\vec{R}}}_{0} + W_{\vec{w}} = E_k - \underbrace{E_{K_0}}_{0}$$

نقطة تأثيرها لا تنتقل 0 — 0 دون سرعة ابتدائية

$$W_{\vec{w}} = E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{mgh}{\frac{1}{2}I_\Delta} \xrightarrow{h=d(1-cos\theta_{max})} \omega = \sqrt{\frac{2mgd[1-cos\theta_{max}]}{I_\Delta}}$$

نأخذ قيم كل من $d\ .\ I_\Delta . m$ من طلب الدور

$$\left(I_\Delta = \frac{1}{4}\ kg.m^2 \ و\ d = \frac{1}{10}m \ و\ m_{جملة} = 1kg\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\times1\times10\times\frac{1}{10}\left[1-\frac{1}{2}\right]}{\frac{1}{4}}} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\ rad.s^{-1}}$$

b) أحسب قيمة السرعة الخطية لكل من مركز العطالة وإحدى الكتلتين

السرعة الخطية : $v = \omega . r$

$$\xrightarrow{لإحدى\ الكتلتين} r = \frac{L}{2} \Rightarrow v = \omega.\frac{L}{2} = 2.\frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{v = 1\ m.s^{-1}}$$

$$\xrightarrow{لمركز\ العطالة} r = d \Rightarrow v = \omega.d = 2.\frac{1}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{v = \frac{1}{5}\ m.s^{-1}}$$

c) استنتج العلاقة المحددة للزاوية θ_{max} لحظة مرورها بوضع التوازن الشاقولي ثم احسب قيمتها علماً أن $\left(\omega = 2\sqrt{2}\ rad.s^{-1}\right)$

$\omega = 2\sqrt{2}\ rad.s^{-1} \quad , \quad \theta_{max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \overline{W}_{\vec{F}_{1\to2}} = \overline{\Delta E_K}$$

$$\underbrace{W_{\vec{R}}}_{0} + W_{\vec{w}} = E_k - \underbrace{E_{K_0}}_{0}$$

نقطة تأثيرها لا تنتقل 0 — 0 دون سرعة ابتدائية

$$W_{\vec{w}} = E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$h = d(1-cos\theta_{max}) \Rightarrow mgd(1-cos\theta_{max}) = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$(1-cos\theta_{max}) = \frac{\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2}{mgd} \Rightarrow \boxed{cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2}{mgd}}$$

نأخذ قيم كل من $d\ .\ I_\Delta . m$ من طلب الدور :

$$\left(I_\Delta = \frac{1}{4}\ kg.m^2 \ و\ d = \frac{1}{10}m \ و\ m_{جملة} = 1kg\right)$$

من الفرض : $\omega = 2\sqrt{2}\ rad.s^{-1} \Rightarrow \omega^2 = 8$

$$cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times8}{1\times10\times\frac{1}{10}} = 1 - 1 = 0$$

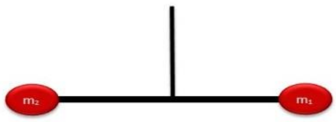
$$cos\theta_{max} = 0 \Rightarrow \boxed{\theta_{max} = \frac{\pi}{2}rad}$$

4) نأخذ الساق فقط ونعلقها من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $(K = 0,1 m.N.rad^{-1})$ ونثبت على طرفي الساق كتلتين نقطيتين $(m_1 = m_2 = 50g)$ ونحرف الساق عن وضع توازنها الأفقي بزاوية (60°) ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $(t = 0)$ فتهتز بحركة جيبية دورانية $(\pi^2 = 10)$

والمطلوب:

a) احسب دورها الخاص.

$m_1 = m_2 = 50g = 5\times10^{-2}kg \quad , \quad K = 10^{-1}\, m.N.rad^{-1}$



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = I_{\Delta/c_{\text{ساق مهملة}}} + 2I_{\Delta m_1}$

$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 0 + 2I_{\Delta m_1}$

$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 2m_1 r_1^2 \xrightarrow{r_1 = r_2 = \frac{L}{2}} \boxed{I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 2m_1\frac{L^2}{4}}$

$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 2\times5\times10^{-2}\times\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{I_{\Delta_{\text{جملة}}} = \frac{1}{4}\times10^{-1}\, kg.m^2}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{4}\times10^{-1}}{10^{-1}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T_0 = \pi\ sec}$

ملاحظة: **قد يعطينا قيمة الدور الخاص T_0 ويطلب حساب طول الساق L :**

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \xrightarrow[\text{نعوض}]{I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 2m_1\frac{L^2}{4}} T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2m_1\frac{L^2}{4}}{K}} \xrightarrow{\text{نربع}}$

$T_0^2 = 4\pi^2\left(\frac{2m_1\frac{L^2}{4}}{K}\right) \xrightarrow{\text{نعزل } L^2} L^2 = \frac{4k.T_0^2}{4\pi^2(2m_1)}$

$\xrightarrow{\text{نختصر ونجذر}} \boxed{L = \sqrt{\frac{k.T_0^2}{\pi^2(2m_1)}}}$

b) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

$\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$

تعيين الثوابت θ_{max} , ω_0 , $\bar\varphi$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 2\, rad.s^{-1}}$

$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\, rad$ تركت دون سرعة ابتدائية

حساب $\bar\varphi$ من شروط البدء: $t = 0$ ، $\theta = +\theta_{max}$

$+\theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar\varphi \Rightarrow \cos\bar\varphi = 1 \Rightarrow \boxed{\bar\varphi = 0}$ تركت دون سرعة ابتدائية

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام: $\boxed{\theta = \frac{\pi}{3}\cos 2t\ (rad)}$

c) احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\theta = \frac{\pi}{6} rad$ ثم أحسب الطاقة الحركية عندئذ.

الطاقة الكامنة : $E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2}\times10^{-1}\times\frac{\pi^2}{36} = \frac{1}{72}J$

الطاقة الحركية : من فرق الطاقات

$E = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E - E_p$

$E_k = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 - \frac{1}{2}k\theta^2$

$E_k = \frac{1}{2}K[\theta_{max}^2 - \theta^2]$

$E_k = \frac{1}{2}\times10^{-1}\left[\frac{\pi^2}{9} - \frac{\pi^2}{36}\right]$

$E_k = \frac{1}{2}\times10^{-1}\left[\frac{4\pi^2}{36} - \frac{\pi^2}{36}\right]$

$\boxed{E_k = \frac{3}{72}J}$

نستطيع حساب E_k فوراً
$E_k = E - E_p$
إذا عُلمت قيم E و E_p

d) احسب قيمة السرعة الزاوية لحظة مرور الساق بوضع التوازن للمرة الأولى.

تابع السرعة الزاوية : $\bar\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar\varphi)$

نحسب زمن المرور الأول للساق بوضع التوازن : $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{4}sec$

$\xrightarrow{\text{نعوض}} \bar\omega = -2\times\frac{\pi}{3}\sin(2\times\frac{\pi}{4} + 0) \Rightarrow \boxed{\omega = -2.\frac{\pi}{3}\, rad.s^{-1}}$

e) احسب التسارع الزاوي للساق في وضع تصنع فيه زاوية قدرها $\left(\theta = -\frac{\pi}{4}\, rad\right)$ مع وضع توازنها الأفقي.

$\bar\alpha = -\omega_0^2\bar\theta$

$\alpha = -4\times\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \boxed{\alpha = \pi\, rad.s^{-2}}$

5) نجعل طول سلك الفتل ضعفي ما كان عليه احسب قيمة الدور الجديد للجملة.

فرضاً: $L_2 = 2L_1$

$T_{0_1} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_1}}$ قبل التغيير

$T_{0_2} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_2}}$ بعد التغيير

$\frac{T_{0_2}}{T_{0_1}} = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \quad (*)$

$K_1 = k'\frac{(2r)^4}{L_1}$ قبل التغيير

$K_2 = k'\frac{(2r)^4}{L_2}$ بعد التغيير

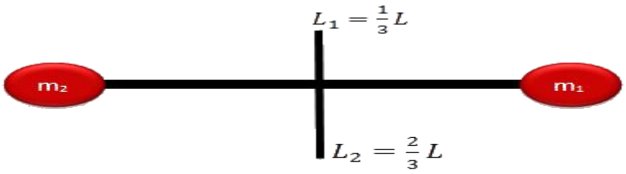
$\frac{K_1}{K_2} = \frac{L_2}{L_1} \xrightarrow{\text{فرضاً } L_2 = 2L_1} \frac{K_1}{K_2} = \frac{2L_1}{L_1} = 2$

نعوض في $(*)$:

$\frac{T_{0_2}}{T_{0_1}} = \sqrt{2} \Rightarrow T_{0_2} = \sqrt{2}.T_{0_1} \Rightarrow \boxed{T_{0_2} = \pi\sqrt{2}\ sec}$

6) نقسم سلك الفتل إلى قسمين احداهما $\left(L_1 = \frac{1}{3}L\right)$ والآخر $\left(L_2 = \frac{2}{3}L\right)$ ونعلق الساق من منتصفها بجزأي السلك معاً أحدهما من الأعلى والأخر من الأسفل ، احسب الدور الجديد للجملة.

السلك الأول $L_1 = \frac{1}{3}L$ ، السلك الثاني $L_2 = \frac{2}{3}L$



للسلك الأول $K_1 = k'\frac{(2r)^4}{L_1} = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{3}L} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} K_1 = 3\left(K'\frac{(2r)^4}{L}\right) \Rightarrow \boxed{K_1 = 3K}$

للسلك الثاني $K_2 = k'\frac{(2r)^4}{L_2} = k'\frac{(2r)^4}{\frac{2}{3}L} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} K_2 = \frac{3}{2}\left(K'\frac{(2r)^4}{L}\right) \Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{3}{2}K}$

$K_{\text{جملة}} = K_1 + K_2 = 3K + \frac{3}{2}K = \frac{6}{2}K + \frac{3}{2}K \Rightarrow \boxed{K_{\text{جملة}} = \frac{9}{2}K}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_{\text{جملة}}}} \Rightarrow T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{\frac{9}{2}K}} \xrightarrow{\text{نضرب المقلوب}} T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{2}{9}\times\frac{I_\Delta}{K}}$

$T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}\right) \Rightarrow T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3}T_0 \Rightarrow \boxed{T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi\ sec}$

المسألة رقم «3» النواس الثقلي المركب ، النواس الفتل [قرص]

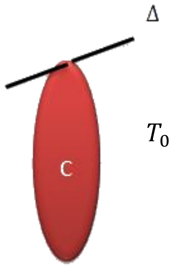
A) يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس نصف قطره $\left(r=\frac{1}{6}m\right)$ يمكنه أن ينوس في مستوي شاقولي حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار من نقطة على محيطه ، نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية (60°) ونتركه دون سرعة ابتدائية علماً أن عزم عطالة القرص حول محور مار من مركزه $\left(I_{\Delta/C}=\frac{1}{2}mr^2\right)$ $(\pi^2=10)$ والمطلوب:

1) احسب الدور الخاص للاهتزاز

$\theta_{max}=60^\circ=\frac{\pi}{3}rad>0,24\,rad$ (الزوايا الشهيرة سعاتا كبيرة)

سعات كبيرة: الدور بحالة السعات الكبيرة :

$$T'_{0\,\text{كبير}}=T_{0\,\text{صغير}}\left[1+\frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$



حساب الدور بحالة السعات الصغيرة : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

هايغنز $I_\Delta=I_{\Delta/C}+md^2$

$\boxed{d=r}$

$$I_\Delta=\frac{1}{2}mr^2+mr^2\Rightarrow\boxed{I_\Delta=\frac{3}{2}mr^2}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m\times10\times r}}\Rightarrow T_0=2\sqrt{\frac{3}{2}r}=2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}}$$

الدور بحالة السعات الصغيرة : $\boxed{T_0=1\,sec}$ ⇐ نعوض للسعات الكبيرة

$$T'_0=1\left[1+\frac{\frac{\pi^2}{9}}{16}\right]=1+\frac{10}{144}=\frac{144}{144}+\frac{10}{144}\Rightarrow\boxed{T'_0=\frac{154}{144}\,sec}$$

إضافي : أحسب كتلة القرص إذا فرضنا أن عزم عطالة القرص حول محور أفقي مار من مركزه $I_{\Delta/C}=\frac{1}{24}kgm^2$

من قانون $I_{\Delta/C}$ نجد : $I_{\Delta/C}=\frac{1}{2}mr^2\Rightarrow\frac{1}{24}=\frac{1}{2}\times m\times\frac{1}{36}$

$\boxed{m=3kg}$

2) استنتج العلاقة المحددة للسرعة الزاوية للقرص عند المرور بالشاقول, ثم احسب قيمتها واحسب السرعة الخطية لمركز عطالته .

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta=\theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta=0$

$$\sum W_{\vec{F}_{1\to2}}=\Delta E_K$$

$$\cancel{W_{\vec{R}}}+W_{\vec{w}}=E_k-\cancel{E_{K_0}}$$

نقطة تأثيرها لا تنتقل 0 — كون سرعة ابتدائية 0

$$W_{\vec{w}}=E_k$$

$$mgh=\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$h=d[1-\cos\theta_{max}]$$

$$mgh=\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$\omega^2=\frac{mgh}{\frac{1}{2}I_\Delta}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{2mgd[1-\cos\theta_{max}]}{I_\Delta}}$$

نأخذ I_Δ و d من طلب الدور : $\left(I_\Delta=\frac{3}{2}mr^2\quad,\quad d=r\right)$

$$\omega=\sqrt{\frac{2mgr[1-\cos\theta_{max}]}{\frac{3}{2}mr^2}}$$

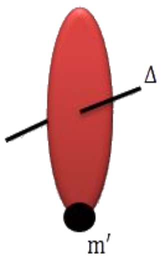
$$\omega=\sqrt{\frac{2\times10\left[1-\frac{1}{2}\right]}{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}}}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\Rightarrow$$ السرعة الزاوية $\boxed{\omega=2\pi\,rad.s^{-1}}$

السرعة الخطية $v=\omega.r=2\pi\times\frac{1}{6}\Rightarrow\boxed{v=\frac{\pi}{3}m.s^{-1}}$

B) نثبت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطية (m') مساوية لكتلة القرص (m) ونجعله يهتز حول محور أفقي مار من مركزه .

1) احسب الدور الخاص للجملة من أجل السعات الصغيرة .

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$



$$I_{\Delta\,\text{جملة}}=I_{\Delta/C\,\text{قرص}}+I_{\Delta m'\,\text{كتلة}}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}}=\frac{1}{2}mr^2+m'r^2$$

نوحد المقامات حيث $(m=m')$ فرضاً

$$\boxed{I_{\Delta\,\text{جملة}}=\frac{3}{2}mr^2}$$

$$d=\frac{\sum mr}{\sum m}=\frac{m'r}{m_{\text{قرص}}+m'}=\frac{m'r}{2m'}\Rightarrow\boxed{d=\frac{r}{2}}$$

$$m_{\text{جملة}}=m_{\text{قرص}}+m'\Rightarrow\boxed{m_{\text{جملة}}=2m_{\text{قرص}}}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2m\times10\times\frac{r}{2}}}$$

$$\xRightarrow{\text{الدور بدلالة نصف القطر}}T_0=2\sqrt{\frac{3}{2}r}$$

$$T_0=2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}}\Rightarrow\boxed{T_0=1\,sec}$$

2) احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس .

$T_{0\,\text{مركب}}=T_{0\,\text{بسيط}}$

$$2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}=1$$

$$\Rightarrow2\pi\sqrt{\frac{L'}{10}}$$

$$2\sqrt{L'}=1$$

نربع الطرفين $\Rightarrow\sqrt{L'}=\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow\boxed{L'=\frac{1}{4}m}$$

3) نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية (θ_{max}) ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية لحظة $v = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}\ m.s^{-1}$ المرور بالشاقول ، احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} علماً أن $\theta_{max} > 0,24\ rad$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه بدون سرعة ابتدائية في المطال $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\sum \overline{w}_{\vec{F}_{1\to 2}} = \overline{\Delta E_k}$$

$$\cancel{W_{\vec{R}}} + W_{\vec{w}} = E_k - \cancel{E_{K_0}}$$

0 نقطة تأثيرها لا تنتقل — 0 دون سرعة ابتدائية

$$W_{\vec{w}} = E_k$$

$$\boxed{mgh = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2} \quad (*)$$

$$h = d[1 - cos\theta_{max}]$$

نأخذ كل الرموز من طلب الدور السابق (مع كتلة): $m_{جملة} = 2m$

$$d = \frac{r}{2} \Rightarrow \boxed{h = \frac{r}{2}[1 - cos\theta_{max}]}$$

$$\boxed{I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2}$$

$$v = \omega.r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}}$$

نعوض كل الرموز في العلاقة $(*)$

$$2mg\frac{r}{2}[1 - cos\theta_{max}] = \frac{1}{2}.\frac{3}{2}mr^2\frac{v^2}{r^2}$$

$$gr[1 - cos\theta_{max}] = \frac{3}{4}v^2 \Rightarrow [1 - cos\theta_{max}] = \frac{\frac{3}{4}v^2}{gr}$$

$$[1 - cos\theta_{max}] = \frac{\frac{3}{4}\times\frac{2\pi^2}{9}}{10\times\frac{1}{6}}$$

$$1 - cos\theta_{max} = 1 \Rightarrow cos\theta_{max} = 0 \Rightarrow \boxed{\theta_{max} = \frac{\pi}{2}rad}$$

C) نزيل الكتلة النقطية ونعلق القرص من مركزه بسلك فتل مكوناً نواس فتل ، وندير القرص أفقياً حول السلك بمقدار نصف دورة ونتركه دون سرعة ابتدائية معتبراً مبدأ الزمن لحظة تركه في المطال الأعظمي الموجب بدور يساوي $T_0 = 4\ sec$ فإذا علمت أن عزم عطالة هذا القرص حول السلك $I_{\Delta/C} = 0,01\ kg.m^2$ $(\pi^2 = 10)$

1) احسب قيمة كتلة القرص علماً أن عزم عطالة القرص حول محور مار من مركزه $I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$

نحسب الكتلة من قانون عزم العطالة المعطى : $I_\Delta = \frac{1}{2}\mathrm{mr}^2$

$m = ?$ ، $I_\Delta = 10^{-2}\mathrm{kg.m^2}$, $\mathrm{r} = \frac{1}{6}\mathrm{m}$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}\mathrm{mr}^2$$

$$\Rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{2}\mathrm{m}\frac{1}{36} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{72}\mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{m} = 72 \times 10^{-2}\mathrm{kg}}$$

2) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .

$$\bar{\theta} = \theta_{max}cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تعيين الثوابت θ_{max} ، ω_0 ، $\bar{\varphi}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}}$$

$\theta + \theta_{max} = \pi\ rad$ مطال أعظمي موجب (نصف دورة)

ملاحظة

(دورة كاملة $\theta = 2\pi\ rad$ ، نصف دورة $\theta = \pi\ rad$ ، ربع دورة $\theta = \frac{\pi}{2}rad$)

تعيين $\bar{\varphi}$ من شروط البدء : $t = 0$, $\theta = +\theta_{max}$

$+\theta_{max} = \theta_{max}cos\bar{\varphi} \Rightarrow cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \boxed{\bar{\varphi} = 0}$ ترك دون سرعة ابتدائية

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام: $\boxed{\bar{\theta} = \pi cos\frac{\pi}{2}t(\ rad)}$

3) احسب السرعة الزاوية العظمى للقرص (طويلة)

$$|\omega_{max}| = \omega_0\theta_{max}$$

$$\omega_{max} = \frac{\pi}{2}\times\pi = \frac{\pi^2}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{max} = 5\ rad.s^{-1}}$$

4) احسب التسارع الزاوي للقرص لحظة مروره بوضع $\left(\theta = -\frac{\pi}{2}rad\right)$

$$\alpha = ?$$

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2.\bar{\theta}$$

$$\bar{\alpha} = -\frac{\pi^2}{4}.\left(-\frac{\pi}{2}\right) = +\frac{10\pi}{8} \Rightarrow \boxed{\alpha = 5\frac{\pi}{4}\ rad.s^{-2}}$$

5) احسب قيمة ثابت فتل السلك :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

نربع الطرفين: $T_0{}^2 = 4\pi^2\frac{I_\Delta}{k}$

$$k = 4\pi^2\frac{I_\Delta}{T_0{}^2} = 4\times 10\times\frac{10^{-2}}{16} = \frac{1}{4}\times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 25\times 10^{-3}\ m.N.rad^{-1}}$$

6) احسب الطاقة الميكانيكية للقرص عند المرور في وضع توازنه.

طريقة (1): عند المرور بوضع التوازن: $\theta = 0 \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow E = E_k$

$$E = E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$\omega = \omega_{max} = 5\ rad.s^{-1}$$

$$E = \frac{1}{2}\times 10^{-2}\times 25 \Rightarrow \boxed{E = 12,5\times 10^{-2}\ J}$$

طريقة (2): قانون الطاقة الميكانيكية : $E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$

$$E = \frac{1}{2}\times 25\times 10^{-3}\times\pi^2 \Rightarrow \boxed{E = 12,5\times 10^{-2}\ J}$$

النواس الثقلي البسيط

D) يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة كتلتها $(100g)$ معلقة بخيط خفيف طوله $(L=1m)$

نزيح هذا النواس عن وضع توازنه الشاقولي $(\theta_{MAX}=60^0)$ ونتركه دون سرعة ابتدائية:

1) أحسب دور هذا النواس في مكان تبلغ فيه قيمة حقل الجاذبية $(\pi=\sqrt{10})$ $(g=10m/s^2)$

$\theta_{max}=60^{\circ}$ $\quad \omega=0$

بما أن السعة كبيرة نقوم أولا بحساب الدور بحالة السعات الصغيرة ومن ثم نعوضه في قانون الدور من أجل السعات الكبيرة

الدور بحالة سعات صغيرة : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}=2(s)$

قانون الدور من أجل السعات الكبيرة : $T_0'=T_0\left[1+\frac{\theta^2 max}{16}\right]$

$$T_0'=2\left[1+\frac{\frac{\pi^2}{9}}{16}\right]$$

$$T_0'=2\left[1+\frac{10}{144}\right]$$

$$T_0'=2\left[\frac{144}{144}+\frac{10}{144}\right]=2\times\frac{154}{144}$$

$$\boxed{T_0'=\frac{154}{72}=2.14(sec)}$$

2) استنتج العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرور الشاقول ثم أحسب قيمتها

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين :

الأول:لحظة تركه دون سرعة ابتدائية في الوضع $\theta=\theta_{max}$

الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta=0$

$$\sum \overline{W_{\vec{F}}}=\overline{\Delta E_K}$$

$$\cancel{W_{\vec{T}}}+\overline{W_{\vec{\omega}}}=\overline{E_K}-\cancel{E_{K_0}}$$

0 لأنها تعامد الانتقال في كل لحظة $\quad$ 0 بدون سرعة ابتدائية

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$$h=L[1-cos\theta_{max}]$$

$$mgL[1-cos\theta_{max}]=\frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2=2gL[1-cos\theta max]$$

$$v=\sqrt{2gL[1-cos\theta_{max}]}$$

$$v=\sqrt{2.10.1.(1-\frac{1}{2})}=\sqrt{10}\Rightarrow\boxed{v=\pi(m.s^{-1})}$$

3) استنتج العلاقة المحددة لتوتر السلك لحظة المرور بالشاقول ثم أحسب قيمتها

جملة المقارنة: خارجية

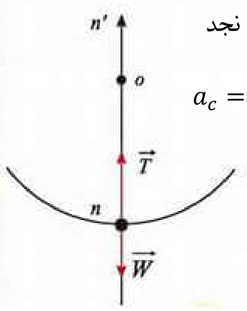
الجملة المدروسة: كرة النواس

القوى الخارجية المؤثرة في كرة النواس قوة ثقل الكرة $\vec{W}$ وقوة توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك

$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}$$

$$\vec{W}+\vec{T}=m.\vec{a}$$



بإسقاط طرفي العلاقة على حامل $\vec{T}$ $(n'$الناظم$)$ نجد

$$-W+T=m.a_c$$

مسقط التسارع على الناظم هو تسارع ناظمي $a_c=\frac{v^2}{r}$

$$T=w+ma_c$$

$$T=mg+m\frac{v^2}{r}$$

$$T=m\left(g+\frac{v^2}{L}\right)$$

$$T=10^{-1}\left(10+\frac{10}{1}\right)\Rightarrow\boxed{T=2N}$$

4) على فرض أننا أزحنا الكرة إلى مستوٍ أفقي يرتفع $h=1m$ عن المستوي الأفقي المار منها وهي في موضع توازنها الشاقولي ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ ونتركها دون سرعة ابتدائية والمطلوب :

a. استنتج العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة المرور الشاقول ثم أحسب قيمتها

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين :

الأول:لحظة تركه دون سرعة ابتدائية في الوضع $\theta=\theta_{max}$

الثاني: لحظة المرور بالشاقول $\theta=0$

$$\sum \overline{W_{\vec{F}}}=\overline{\Delta E_K}$$

$$\cancel{W_{\vec{T}}}+\overline{W_{\vec{\omega}}}=\overline{E_K}-\cancel{E_{K_0}}$$

0 لأنها تعامد الانتقال في كل لحظة $\quad$ 0 بدون سرعة ابتدائية

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2=2gh\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

$$v=\sqrt{2\times10\times1}=2\sqrt{5}m.s^{-1}$$

b. أحسب قيمة الزاوية θ

$$h=L[1-cos\theta_{max}]\Rightarrow h=L-Lcos\theta_{max}$$

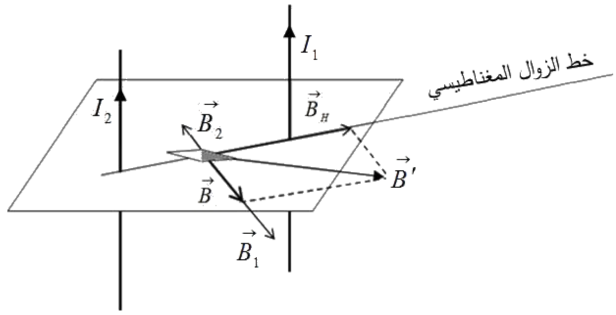
$$\Rightarrow cos\theta_{max}=\frac{L-h}{L}=\frac{1-1}{1}=0\Rightarrow\theta_{max}=\frac{\pi}{2}rad$$

المسألة رقم [4] مغناطيسية ، كهرطيسية

A) نضع في مستوي الزوال المغناطيسي سلكين نحاسيين طويلين متوازيين بحيث يبعد منتصفاهما (C_1, C_2) عن بعضهما مسافة ($d = 40\ cm$) ، ونضع إبرة بوصلة صغيرة في النقطة (C) منتصف المسافة C_1 , C_2 نمرر في السلك الأول تيار كهربائياً شدته ($I_1 = 3A$) وفي السلك الثاني نمرر تياراً كهربائياً شدته ($I_2 = 1\ A$) وبجهة واحدة

1) احسب شدة الحقل المغناطيسي المتولد عن التيارين في النقطة (C) موضحاً ذلك بالرسم

$d = 40 \times 10^{-2}(m)$ $I_1 = 3(A)$ $I_2 = 1(A)$



$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

وبما أن $\vec{B_1}$ ، $\vec{B_2}$ على حامل واحد وبجهتين متعاكستين فالمحصلة حاصل طرحهما يكون : $B = B_1 - B_2$

$B = 2 \times 10^{-7}\frac{I_1}{d_1} - 2 \times 10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$

$B = \frac{2\times10^{-7}}{d_1}(I_1 - I_2)$

$B = \frac{2\times10^{-7}}{20\times10^{-2}}[3-1] = 2\times10^{-6}(T)$ والحقل المحصل بجهة الحقل الاكبر B_1

2) حدد النقطة الواقعة بين السلكين التي تنعدم فيها شدة محصلة الحقلين وهل يمكن أن تنعدم شدة محصلة الحقلين في نقطة واقعة خارج السلكين ؟ وضح إجابتك.

تنعدم فيها شدة محصلة الحقلين $\Leftarrow$ $B_{كلي} = B_1 - B_2 = 0$

$B_1 = B_2$

$2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1} = 2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2} \Rightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \Rightarrow$

$\xrightarrow{d = d_1 + d_2 \Rightarrow d_2 = d - d_1} \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{(d-d_1)} \Rightarrow I_2 d_1 = I_1(d - d_1)$

$I_2 d_1 = I_1 d - I_1 d_1 \xrightarrow{\text{نعزل } d_1} I_2 d_1 + I_1 d_1 = I_1 d$

$d_1(I_2 + I_1) = I_1 d \Rightarrow \boxed{d_1 = \frac{I_1 d}{(I_2+I_1)}}$

$d_1 = \frac{3\times40\times10^{-2}}{(1+3)} = 3\times10^{-1}m$

أي النقطة التي تنعدم عندها شدة الحقل المحصل هي نقطة واقعة بين السلكين وتبعد عن السلك الأول مسافة $\boxed{d_1 = 3\times10^{-1}m}$

✓ لا يمكن أن تنعدم شدة محصلة الحقلين في نقطة تقع خارج السلكين لأن الحقلين على حامل واحد وبجهة واحدة بالنسبة لنقطة تقع خارج السلكين

3) احسب شدة القوة الكهرطيسية التي يؤثر فيها أحد السلكين على طول $5cm$ من السلك الآخر.

قوة التأثير المتبادل (قوة تأثير أحد السلكين على السلك الآخر)

$F = I_1 \ell B_2 \sin\theta = I_1 \ell (2\times10^{-7}\frac{I_2}{d})$

قوة التأثير المتبادل : $\boxed{F = 2\times10^{-7}\frac{I_2 I_1}{d}L}$

$F = 2\times10^{-7}\frac{1\times3\times5\times10^{-2}}{40\times10^{-2}} \Rightarrow \boxed{F = 75\times10^{-9}\ N}$

4) نأخذ أحد الأسلاك والذي طوله ($l' = 16\pi\ m$) ونشكل منه وشيعة طولها $l = 16\ cm$ نصف قطرها ($r = 8\ cm$) ونضع هذه الوشيعة في مستوي الزوال المغناطيسي ونمرر تيار شدته $I = \frac{8}{\pi}\times10^{-2}A$

$l' = 16\pi(m^2)$ $I = \frac{8}{\pi}\times10^{-2}(A)$ $r = 8\times10^{-2}(m)$

a. أحسب شدة الحقل المغناطيسي المتولد في مركز الوشيعة

لوطلب طول سلك الوشيعة : $\boxed{L' = N.2\pi r}$

$B = 4\pi\times10^{-7}\frac{NI}{L}$

عدد اللفات $N = \frac{\text{طول السلك } L'}{\text{محيط اللفة الواحدة } 2\pi r}$

$N = \frac{16\pi}{2\pi\times8\times10^{-2}} = 100$ لفة

$B = 4\pi\times10^{-7}\frac{100}{16\times10^{-2}}\frac{8}{\pi}\times10^{-2} = 2\times10^{-5}T$

b. أحسب زاوية انحراف إبرة مغناطيسية في مركز الوشيعة علماً أن شدة المركبة الأفقية للحقل المغناطيسي الأرضي $B_H = 2\times10^{-5}T$

قبل إمرار التيار كانت الإبرة خاضعة للحقل المغناطيسي الأرضي $\vec{B_H}$

بعد إمرار التيار أصبحت الابرة خاضعة لمحصلة الحقلين الأرضي $\vec{B_H}$

والحقل الناتج عن تيار الوشيعة $\vec{B}$

$\tan\theta = \frac{B}{B_H} = \frac{2\times10^{-5}}{2\times10^{-5}} = 1 \Rightarrow \boxed{\theta = 45^\circ}$

c. إذا أجرينا اللف بالجهة نفسها على أسطوانة فارغة من مادة عازلة باستخدام سلك معزول قطره $8mm$ لفات متلاصقة. احسب عدد طبقات لفات الوشيعة .

عدد الطبقات $= \frac{\text{عدد الطبقات الكلية}}{\text{عدد اللفات في طبقة واحدة}} = \frac{N}{N'}$

عدد اللفات الكلية $N = 100$ لفة يجب حساب N' :

لفة في الطبقة $N' = \frac{\text{طول الوشيعة}}{\text{قطر سلك الف}} = \frac{l}{(2r')} = \frac{16\times10^{-2}}{8\times10^{-3}} = 20$

عدد الطبقات $= \frac{N}{N} = \frac{100}{20} = 5$ طبقة

d. نضع داخل الوشيعة في مركزها ملف دائري نصف قطره الوسطي $40\ cm$ يتألف من 10 لفة ، بحيث يصنع الناظر على سطح الملف مع محور الوشيعة $60°$ احسب التدفق المغناطيسي عبر الملف الناتج عن تيار الوشيعة . واحسب التغير الحاصل في قيمة التدفق المغناطيسي الذي يجتاز الملف. عند قطع تيار الوشيعة ($16\pi = 50$)

♥ حساب التدفق المغناطيسي: $\Phi = N\ B\ S\cos\alpha$

$N_{ملف} = 10$ لفة ، $B_{وشيعة} = 2\times10^{-5}T$ ، $\alpha = 60°$

$r = 4\times10^{-1}m \Rightarrow S = \pi r^2 = 16\pi\times10^{-2}m^2 = 50\times10^{-2}m^2$

$\Phi = N\ B\ S\cos\alpha$

$\Phi = 10\times2\times10^{-5}\times50\times10^{-2}\times\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\Phi = 5\times10^{-5}\ Weber}$

♥ التغير الحاصل في قيمة التدفق المغناطيسي:

$\overline{\Delta\Phi} = \overline{\Phi_2} - \overline{\Phi_1} \Rightarrow \Delta\Phi = N B_2 S\cos\alpha - N B_1 S\cos\alpha$

بوجود تيار الوشيعة $I_{1وشيعة} \Rightarrow B_{1وشيعة} \Rightarrow \Phi_{1\ ملف} = 5\times10^{-5}\ Weber$

عند قطع تيار الوشيعة $I_{2وشيعة} = 0 \Rightarrow B_{2وشيعة} = 0 \Rightarrow \Phi_{2\ ملف} = 0$

$\overline{\Delta\Phi} = \overline{\Phi_2} - \overline{\Phi_1} = 0 - 5\times10^{-5} = -5\times10^{-5}\ Weber$

ملاحظة : للوشيعة والملف المحور نفسه أي $\alpha = 0$

B) نجعل من الوشيعة اطاراً و نعلق الاطار بسلك شاقولي عديم الفتل ضمن حقل مغناطيسي أفقي منتظم يوازي مستوي الإطار شدته $(B = 0.05T)$ ، ونمرر في الاطار تياراً كهربائياً شدته $(I = 0.5A)$ باعتبار $(64\pi = 200)$ $\left(r = 8\times10^{-2}m \Rightarrow S = \pi r^2 = 64\pi\times10^{-4} = 200\times10^{-4} = 2\times10^{-2}m^2\right)$

2) أحسب عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطارمن وضعه السابق ليصبح في حالة توازن مستقر	1) أحسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرار التيار
عمل المزدوجة الكهرطيسية : $W = I.\Delta\phi = I(\phi_2 - \phi_1)$ $W = INBS(COS\alpha_2 - COS\alpha_1)$ (الوضع السابق) خطوط الحقل توازي مستو الإطار: $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ توازن مستقر بعد الدوران $\alpha_2 = 0$ $W = 100\times5\times10^{-1}\times2\times10^{-2}\times5\times10^{-2}(1-0)$ $\boxed{W = 5\times10^{-2}J}$	$N=100$ $I = 0.5(A)$ $B = 5\times10^{-2}T$ عزم المزدوجة الكهرطيسية : $\Gamma_\Delta = NI \overbrace{S}^{S=\pi r^2} B.Sin\alpha$ $\Gamma_\Delta = 100\times5\times10^{-1}\times2\times10^{-2}\times5\times10^{-2}\times Sin\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\Gamma_\Delta = 5\times10^{-2}(m.N)}$ ملاحظة: أحسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار عندما يدور بزاوية $\theta' = 60^0$ $\Gamma_\Delta = NISB.Sin\alpha$ نعوض $\alpha = 90^0 - 60^0 = 30^0$

C) نقطع التيار ونستبدل سلك التعليق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 8\times10^{-4}(m.N.rad^{-1})$ حيث يكون مستوي الإطار يوازي خطوط الحقل المغناطيسي السابق ونمرر فيه تيار شدته $(0.8\,mA)$ فيدور الإطار بزاوية صغيرة (θ') انطلاقاً من شرط التوازن استنتج قيمة هذه الزاوية ، يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي ، ثم أحسب قيمة ثابت المقياس الغلفاني ، وعند زيادة حساسية المقياس 10 مرات من أجل التيار نفسه ماقيمة ثابت فتل سلك التعليق بالوضع الجديد ،

نعوض $\theta' = ?$ $\boxed{\theta' = \frac{NBS}{K}I}$ $\theta' = \frac{100\times5\times10^{-2}\times2\times10^{-2}\times8\times10^{-4}}{8\times10^{-4}} \Rightarrow \boxed{\theta' = 10^{-1}(rad)}$ ♥ حساب قيمة ثابت المقياس الغلفاني : $\boldsymbol{\theta' = G.I}$ $G = \frac{\theta'}{I} = \frac{10^{-1}}{8\times10^{-4}} = 125\,\frac{rad}{A}$ ♥ عند زيادة الحساسية عشر مرات ⟵ ينقص K عشر مرات $\begin{cases} G = \frac{NSB}{K} & \text{قبل التغيير} \\ G' = \frac{NSB}{K'} & \text{بعد التغيير} \end{cases} \xrightarrow{\text{بأخذ النسبة}} \frac{G}{G'} = \frac{K'}{K} \Rightarrow$ $k' = \frac{G}{G'}K \Rightarrow k' = \frac{G}{10G}K$ $K' = \frac{K}{10} = \frac{8\times10^{-4}}{10} \Rightarrow \boxed{K' = 8\times10^{-5}(m.N.rad^{-1})}$	$K = 8\times10^{-4}(mN\,rad^{-1})$ $I = 8\times10^{-1}\times10^{-3} = 8\times10^{-4}(A)$ $B = 5\times10^{-2}(T)$ يخضع الملف إلى عزمين -عزم المزدوجة الكهرطيسية. $\Gamma_\Delta = NISB.Sin\alpha$ -عزم مزدوجة الفتل (سلك الفتل). $\Gamma' = -k\theta'$ وحتى يتوازن الاطار بعد أن يدور زاوية يكون θ' $\sum\bar{\Gamma} = 0$ $\bar{\Gamma}_\Delta + \bar{\Gamma'} = 0$ $NISBSin\,\alpha - k\theta' = 0$ $NISBSin\,\alpha = k\theta'$ ولكن $\alpha + \theta' = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow sin\alpha = cos\theta'$ $NISBcos\theta' = k\theta'$ زاوية صغيرة $cos\theta' = 1$ $NISB = k\theta'$

D) نعيد الإطار إلى وضعه قبل تعليقه بسلك الفتل وهو في حالة توازن مستقر ضمن خطوط الحقل المغناطيسي السابق ونصل طرفيه إلى مقياس غلفاني ، ثم ندير حول المحور الشاقولي بزاوية $(\frac{\pi}{2}\text{ rad})$ خلال $(0.5\,s)$ أحسب شدة التيار المتحرض إذا كانت مقاومة سلك الإطار $(R = 4\,\Omega)$ وكمية الكهرباء المتحرضة خلال الزمن السابق باعتبار $(64\pi = 200)$

عند وصل الدارة إلى مقياس غلفاني تصبح المسألة (تحريض)

لحساب شدة التيار نحسب أولاً:

القوة الكهربائية التحريضية (نديره أي تغير الزاوية)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{NBS(cos\alpha_2 - cos\alpha_1)}{\Delta t}$$

توازن مستقر $\alpha_1 = 0 \xrightarrow{\text{نديره}}$ نديره بزاوية $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\varepsilon = -\frac{100\times5\times10^{-2}\times2\times10^{-2}\times(0-1)}{5\times10^{-1}}$$

$$\boxed{\varepsilon = 64\pi\times10^{-3} = 0.2(Volt)}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2\times10^{-1}}{4} \Rightarrow \boxed{i = 5\times10^{-2}(A)}$$

حساب كمية الكهرباء المتحرضة :

$$q = i\Delta t = 5\times10^{-2}\times0.5 = 25\times10^{-3}\text{ C}$$

إضافي : نعيد الإطار إلى وضع التوازن المستقر ثم ندخل بداخله نواة حديدية عامل انفاذها $\mu = 50$ احسب شدة الحقل المغناطيسي داخل النواة الحديدية

$$\mu = \frac{B_t}{B} \Rightarrow B_t = \mu B = 50\times5\times10^{-2} \Rightarrow \boxed{B_t = 2.5\,T}$$

ملاحظة قد يعطينا شدة التيار المتحرض المتولد ويطلب استنتاج العلاقة المحددة للمقاومة الكلية للدارة

الحل : نفس الاستنتاج وبالنهاية تكون علاقة المقاومة الصرفة $\boldsymbol{R = \dfrac{\varepsilon}{i_{\text{متحرض}}}}$

E) نستبدل سلك التعليق السابق بمحور شاقولي ثم ندير الإطار بسرعة زاوية ثابتة تقابل $\frac{2}{\pi}$ Hz ، ضمن خطوط الحقل المغناطيسي السابق المطلوب:

1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للقيمة الجبرية للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة المتناوبة الجيبية

التدفق المغناطيسي Φ الذي يجتاز الإطار وهو في هذه الحالة:

$$\Phi = N\,s\,B\cos\alpha$$

السرعة الزاوية للدوران ω ثابتة فإن الزاوية α التي يدورها الملف في زمن قدره t :

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \omega t$$

نعوض في علاقة التدفق المغناطيسي: $\Phi = N\,S\,B\cos\omega t$

فتتولد قوة محركة كهربائية متحرضة: $\bar{\varepsilon} = -\frac{d\Phi}{dt}$

أي نشتق Φ : $\bar{\varepsilon} = N\,S\,B\,\omega\sin\omega t$

تكون ε عظمى عندما: $\sin\omega t = 1 \Rightarrow \varepsilon_{max} = N\,S\,B\,\omega$

نعوض في علاقة $\bar{\varepsilon}$: نجد علاقة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة الأنية المتناوبة

$$\boxed{\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max}\sin\omega t}$$

2) اكتب التابع الزمني للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة الآنية الناشئة في الإطار.

التابع الزمني للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة الآنية:

الشكل العام : $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max}\sin\omega t$

نعيّن الثوابت : $\varepsilon_{max} = N\,B\,s\,\omega$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{2}{\pi} = 4 rad.s^{-1}$$

$$\varepsilon_{max} = 100 \times 5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \times 4$$

$$\varepsilon_{max} = 4 \times 10^{-1} V$$

نعوض الثوابت بالشكل العام : $\boxed{\bar{\varepsilon} = 4 \times 10^{-1}\sin(4t) volt}$

3) عين اللحظتين الأولى و الثانية التي تكون فيها قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة الآنية الناشئة معدومة.

معدومة أي : $\bar{\varepsilon} = 0$ نعدم التابع

$$4 \times 10^{-1}\sin(4t) = 0$$

$$\sin(4t) = 0 \Rightarrow \sin(4t) = \sin(\pi k)$$

$$4t = \pi k \Longrightarrow \boxed{t = \frac{\pi k}{4}}$$

لحظة الانعدام الأولى: $k = 0 \Longrightarrow \boxed{t = 0}$

لحظة الانعدام الثانية: $k = 1 \Longrightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{4} sec}$

4) اكتب التابع الزمني التيار الكهربائي المتحرض اللحظي المار في الإطار. (نهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

$$\bar{i} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R}$$

$$\Rightarrow \bar{i} = \frac{\varepsilon_{max}\sin\omega t}{R}$$

$$\bar{i} = \frac{4\times10^{-1}\sin(4t)}{4}$$

التابع لشدة التيار الكهربائي المتحرض اللحظي :

$$\Rightarrow \boxed{\bar{i} = 10^{-1}\sin(4t)} A$$

ملاحظات:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

المسألة رقم «5» فعل الحقل المغناطيسي

نجري تجربة السكتين الكهرطيسية حيث تبلغ كتلة الساق الأفقية المستندة على السكتين الأفقيتين والمعامدة لهما $(20\ g)$ وطولها $(L = 20\ cm)$ تخضع بكاملها لحقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي السكتين ، ويمر في الدارة تيار متواصل شدته $(10\ A)$ $(m = 20 \times 10^{-3} kg \quad , I = 10\ A \quad , L = 20 \times 10^{-2}\ m)$

1) أحسب شدة الحقل المغناطيسي لتكون شدة القوة الكهرطيسية مساوية مثلي ثقل الساق .

$F = 2W$

$ILB \sin\theta = 2mg$

$(B = ?$ **نعزل**$)$

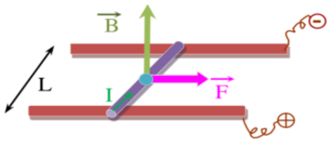
$$B = \frac{2mg}{IL \sin\frac{\pi}{2}} = \frac{2 \times 20 \times 10^{-3} \times 10}{10 \times 20 \times 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{B = 2 \times 10^{-1}\ T}$$

ملاحظة(قد يعطينا شدة الحقل المغناطيسي ويطلب حساب شدة القوة الكهرطيسية فنحسبها من العلاقة : $F = ILB\sin\theta$)

2) حدد بالكتابة والرسم عناصر شعاع القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق.وأحسب شدة القوة الكهرطيسية .

نقطة التأثير: منتصف الجزء من الناقل المستقيم الخاضع للحقل المغناطيسي لمنتظم

الحامل: عمودي على المستوي المحدد بالناقل المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي



الجهة : حسب قاعدة اليد اليمنى:

- يخرج التيار من رؤوس الأصابع
- نوجه باطن الكف بجهة الحقل المغناطيسي المنتظم.
- يشير الابهام لجهة القوة الكهرطيسيةو تحقق الأشعة $\vec{F}\ ,\vec{B}\ ,I\vec{L}$ ثلاثية قائمة

الشدة: $F = ILB\sin\theta \ : \theta = (I\vec{L}, \vec{B})$

$$F = 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-1} \times 1 \Rightarrow \boxed{F = 4 \times 10^{-1}\ N}$$

3) احسب عمل القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق فيما لو انتقلت على السكتين بسرعة ثابتة $(0,1\ m.s^{-1})$ وخلال ثانية واحدة واحسب الاستطاعة الميكانيكية الناتجة عن ذلك .

♥ عمل القوة الكهرطيسية : $W = F.\Delta x$

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v.\Delta t$

$W = F.v.\Delta t = 4 \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 1 \boxed{\Rightarrow W = 4 \times 10^{-2}\ J}$

♥ الاستطاعة الميكانيكية الناتجة :

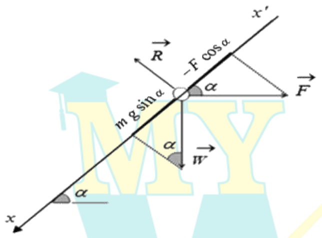
$P = \frac{W}{t} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1} \Rightarrow \boxed{W = 4 \times 10^{-2}\ Wat}$

4) نميل السكتين عن الأفق بزاوية α فتنزلق الساق دون احتكاك بسرعة ثابتة بيّن أنه تنشأ قوة كهرطيسية تعيق حركة الساق

عند تحريك الساق بسرعة ثابتة، عمودياً على خطوط الحقل المغناطيسي فإن كل إلكترون حر في الساق سيتحرك بهذه السرعة وسطياً، ومع خضوعها لتأثير الحقل المغناطيسي المنتظم فإنه يخضع لتأثير القوة مغناطيسية $F = e\vec{v}\wedge\vec{B}$ وبتأثير هذه القوة تتحرك الإلكترونات الحرة عبر الدارة فيتولد تيار كهربائي متحرض ينتج أفعالاً تعاكس السبب الذي أدى إلى حدوثه فتنشأ القوة الكهرطيسية معاكسة لجهة حركة الساق.

5) استنتج ثم احسب شدة التيار الواجب إمراره لتبقى الساق ساكنة ضمن الحقل المغناطيسي السابق إذا كانت زاوية إمالة السكتين عن الأفق (30°)

حتى تبقى الساق ساكنة: $\sum \vec{F} = \vec{0}$



$\vec{R} + \vec{F} + \vec{W} = \vec{0}$

بالاسقاط على xx' نجد:

$0 + (-F\cos\alpha) + (+W\sin\alpha) = 0$

$-F\cos\alpha + W\sin\alpha = 0$

$F\cos\alpha = W\sin\alpha$

$ILB.\sin\frac{\pi}{2}.\cos\alpha = mg\sin\alpha$

$(I = ?$ **نعزل**$)$

$$I = \frac{mg.\sin\alpha}{LB\cos\alpha} = \frac{20 \times 10^{-3} \times 10 \times \sin 30}{20 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-1} \times \cos 30}$$

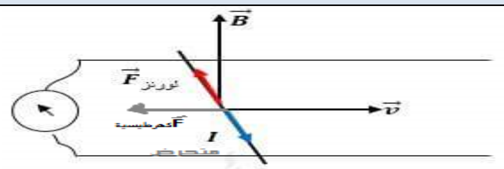
$$I = 5.\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{I = \frac{5}{\sqrt{3}}\ A}$$

ملاحظة قد يعطينا شدة التيار ويطلب استنتاج كتلة الساق$(m = ?$ **نعزل**$)$

$$\boxed{m = \frac{ILB.\cos\alpha}{g.\sin\alpha}}$$

6) نعيد السكتين إلى حالتها قبل الإمالة بشكل أفقي و نرفع المولد من الدارة السابقة ونستبدله بمقياس غلفاني وندحرج الساق بسرعة وسطية ثابتة $(0,4\ m.s^{-1})$ضمن الحقل المغناطيسي السابق ، استنتج عبارة القوة المحركة الكهربائية التحريضية ثم أحسب قيمتها ، وأحسب شدة التيار المتحرض بافتراض أن المقاومة الكلية للدارة ثابتة وتساوي$(R = 4\Omega)$ ثم ارسم شكلاً توضيحياً يبين جهة كل من التيار المتحرض و قوة لورنز (المغناطيسية) و القوة الكهرطيسية والسرعة وشعاع الحقل المغناطيسي

عند دحرجة الساق بسرعة $\vec{v}$ خلال زمن Δt فإنها تنتقل مسافة: $\Delta x = v.\Delta t$



فتمسح سطحاً ΔS : $\Delta S = L.\Delta x \xrightarrow{\text{ولكن } \Delta x = v.\Delta t} \boxed{\Delta S = L.v.\Delta t}$

فيتغير التدفق: $\Delta\phi = B\Delta S \Rightarrow \boxed{\Delta\phi = B.L.v.\Delta t}$

تنشأ قوة محركة كهربائية متحرضة: $|\varepsilon| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

$|\varepsilon| = \frac{BLv.\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{|\varepsilon| = BLv}$

$\varepsilon = 2 \times 10^{-1} \times 20 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = 16 \times 10^{-3}\ Volt}$

حساب شدة التيار المتحرض :

$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{16 \times 10^{-3}}{4} \Rightarrow \boxed{i = 4 \times 10^{-3}\ A}$

ملاحظة هامة في حال كانت الدارة مفتوحة قد يعطينا سرعة الساق v ويطلب فرق الكمون U بين طرفي الدارة : $U = \varepsilon = BLv$
أو يعطينا فرق الكمون U بين طرفي الساق ويطلب سرعة الساق :
$U = \varepsilon = BLv \xrightarrow{\text{نعزل } v} \boxed{v = \frac{U}{BL}}$ مثال الطلب 8 في هذه المسألة

ملاحظة قد يعطينا i متحرض المتولد ويطلب استنتاج العلاقة المحددة للمقاومة الكلية للدارة الحل : نفس الاستنتاج وبالنهاية تكون علاقة المقاومة الصرفة $R = \frac{\varepsilon}{I_{\text{متحرض}}}$

7) أحسب الاستطاعة الكهربائية الناتجة ، ثم أحسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة على الساق أثناء تدحرجها ..

♥ الاستطاعة الكهربائية : $P = \varepsilon . i$

$P = 16\times10^{-3}\times 4\times10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{P = 64\times10^{-6}\ Watt}$

♥ حساب شدة القوة الكهرطيسية: $F = I_{متحرض} L B \sin\theta$

$F = 4\times10^{-3}\times 20\times10^{-2}\times 2\times10^{-1}\times \sin\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \boxed{F = 16\times10^{-5}\ N}$

8) نأخذ الساق منفردة ونحركها بسرعة أفقية $\vec v$ عمودية على شعاع حقل مغناطيسي منتظم أفقي شدته $B = \frac{1}{2}T$ فيكون فرق الكمون بين طرفي الساق $0.4\ V$ ، المطلوب: استنتج العلاقة المحددة لسرعة الساق واحسب قيمتها.

عند دحرجة الساق بسرعة $\vec v$ خلال زمن Δt فإنها تنتقل مسافة $\Delta x = v.\Delta t$

فتمسح سطحاً ΔS : $\Delta S = L.\Delta x \xrightarrow{ولكن\ \Delta x = v.\Delta t} \boxed{\Delta S = L.v.\Delta t}$

فيتغير التدفق: $\Delta\phi = B\Delta S \Rightarrow \boxed{\Delta\phi = B.L.v.\Delta t}$

تنشأ قوة محركة كهربائية متحرضة: $|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|$

وبما أن الدارة مفتوحة فإن فرق الكمون بين طرفي الساق يساوي القوة المحركة الكهربائية المتحرضة: $U = \varepsilon = BLv \xrightarrow{نعزل\ v} \boxed{v = \frac{U}{BL}}$

$\Rightarrow v = \frac{4\times10^{-1}}{\frac{1}{2}\times20\times10^{-2}} = 4\ m.s^{-1}$

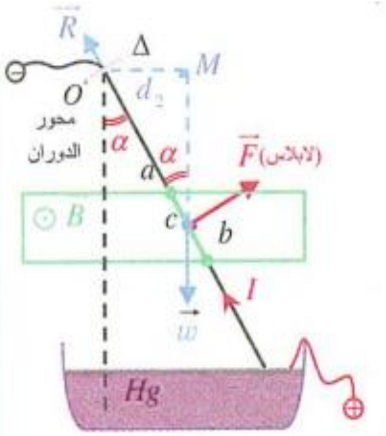
9) نعلق الساق من أحد طرفيها بمحور أفقي Δ بحيث يمكنها الدوران حوله بحرية كاملة ونغمر طرفها السفلي في الزئبق ونؤثر على طول $(L = 2\ cm)$ من القسم المتوسط بحقل مغناطيسي منتظم شدته $0.1T$ ثم نمرر في الساق تياراً متواصلاً جديداً فتنحرف الساق عن الشاقول بزاوية $\alpha = 0,1\ rad$ وتتوازن ، استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة التيار المار في الساق . مع الرسم

يؤثر في الساق ثلاثة عزوم : عزم رد فعل محور الدوران وعزم كل من القوة الكهرطيسية و قوة الثقل

شرط التوازن الدوراني: $\sum \Gamma_{\vec F} = 0$

$\boxed{\Gamma_{\vec R} + \Gamma_{\vec F} + \Gamma_{\vec w} = 0 \quad (*)}$

لأن حامل $\vec R$ يلاقي محور الدوران في كل لحظة $\boxed{\Gamma_{\vec R} = 0 \quad (1)}$



$\Gamma_{\vec F} = d_1.F$

$\boxed{\Gamma_{\vec F} = oc\ F \quad (2)}$

$\Gamma_{\vec w} = -d_2.W$

$\sin\alpha = \frac{d_2}{oc} \Rightarrow d_2 = oc.\sin\alpha$

$\Gamma_{\vec w} = -\left(oc.\sin\alpha\right).W$

$\boxed{\Gamma_{\vec w} = -oc.W.\sin\alpha \quad (3)}$

نعوض (1) و (2) و (3) في $(*)$

$o + oc.F - oc.W\sin\alpha = 0$

$oc.F = oc.W\sin\alpha$ نختصر ونفصل

$F = W\sin\alpha$

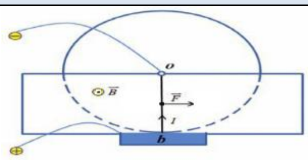
$ILB\sin\frac{\pi}{2} = mg\sin\alpha$ (**نعزل** $I = ?$)

$I = \frac{mg\sin\alpha}{LB\sin\frac{\pi}{2}}$

$I = \frac{20\times10^{-3}\times10\times10^{-1}}{2\times10^{-2}\times10^{-1}\times1} \Rightarrow \boxed{I = 10\ A}$

D) نجعل من القرص دولاب بارلو نصف قطره $\left(r = \frac{1}{6}m\right)$ ونجعله يدور حول محور مار من مركزه وعمودي على مستويه الشاقولي ، ونخضع نصفه السفلي إلى حقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي القرص شدته $(B = 0,03\ T)$ ونمرر فيه تياراً كهربائياً شدته $(I = 12\ A)$

1) حدد بالكتابة والرسم عناصر شعاع القوة الكهرطيسية المؤثرة في القرص.



نقطة التأثير: منتصف الجزء من نصف القطر المستقيم الخاضع للحقل المغناطيسي المنتظم .

الحامل: عمودي على المستوى المحدد بنصف القطر المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي .

الجهة : حسب قاعدة اليد اليمنى: - يخرج التيار من رؤوس الأصابع

- نوجه باطن الكف بجهة الحقل المغناطيسي المنتظم.
- يشير الابهام لجهة القوة الكهرطيسية بحيث تحقق الأشعة الثلاثة $I\vec r , \vec B , \vec F$ ثلاثية قائمة

الشدة: $F = IrB\sin\theta$

حساب شدة القوة الكهرطيسية : $F = IrB\sin\theta$

$F = 12\times\frac{1}{6}\times3\times10^{-2}\times1 \Rightarrow \boxed{F = 6\times10^{-2}\ N}$

2) احسب عزم تلك القوة بالنسبة لمحور الدوران

$\Gamma = d.F = \frac{r}{2}.F$

$\Gamma = \frac{\frac{1}{6}}{2}\times6\times10^{-2} = \frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times6\times10^{-2} \Rightarrow \boxed{\Gamma = 5\times10^{-3}\ m.N}$

3) احسب استطاعته عندما يدور بسرعة زاوية تقابل $\frac{3}{\pi}$ دورة بالثانية

$P = \Gamma.\omega = \Gamma.(2\pi f)$

$P = 5\times10^{-3}.\left(2\pi\times\frac{3}{\pi}\right) = 30\times10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{P = 3\times10^{-2} watt}$

4) احسب عمل القوة الكهرطيسية بعد مضي 4s من بدء حركة الدولاب ، وهو يدور بالسرعة الزاوية السابقة

$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P.t = 3\times10^{-2}\times4 \Rightarrow \boxed{W = 12\times10^{-2}\ J}$

5) احسب قيمة الكتلة الواجب تعليقها على طرف نصف القطر الأفقي للدولاب لمنعه عن الدوران.

جملة المقارنة : خارجية .

الجملة المدروسة: الدولاب المتوازن.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec W$ ثقل الدولاب ، $\vec F$ القوة الكهرطيسية ، $\vec R$ رد فعل محور الدوران ، $\vec{W'}$ ثقل الكتلة المضافة.

شرط التوازن الدوراني $\sum \Gamma_{\Delta} = 0$

$\left(\Gamma_{\vec W/\Delta} + \Gamma_{\vec F/\Delta} + \Gamma_{\vec R/\Delta} + \Gamma_{\vec{W'}/\Delta} = 0\right)\ (*)$

$\Gamma_{\vec R/\Delta} = 0$ لأن حامل $\vec R$ يلاقي محور الدوران Δ

$\Gamma_{\vec W/\Delta} = 0$ لأن حامل $\vec R$ يلاقي محور الدوران Δ

$\Gamma_{\vec F/\Delta} = d.F = \left(\frac{r}{2}\right)F$

$\Gamma_{\vec{W'}/\Delta} = -d'.w' = -(r)m'g$

$\xrightarrow{نعوض\ (*)} 0 + \left(\frac{r}{2}\right)F - (r)m'\,g + 0 = 0$

$\left(\frac{r}{2}\right)F = (r)m'\,g \Rightarrow m' = \frac{F}{2\,g}$

$m' = \frac{F}{2\,g} = \frac{6\times10^{-2}}{2\times10} \Rightarrow \boxed{m' = 3\times10^{-3}\ kg}$

المسألة رقم «6» التحريض الكهرطيسي

وشيعة طولها $\frac{2\pi}{5}m$ وعدد لفاتها 200 لفة ، ومساحة مقطعها $20\ cm^2$ حيث المقاومة الكلية لدارتها المغلقة 5Ω (يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

من المعطيات مساحة سطح الوشيعة : $S = 20\ cm^2 = 20 \times 10^{-4} m^2$

1) نقرب من أحد وجهي الوشيعة القطب الشمالي لمغناطيس مستقيم وعندما تزداد شدة الحقل المغناطيسي الذي يخترق لفات الوشيعة بانتظام خلال $0.5\ S$ من $0.04\ T$ إلى $0.06\ T$: والمطلوب :

a. ما نوع الوجه المقابل للقطب الشمالي ؟

الوجه المقابل للقطب الشمالي وجه شمالي.

(ملاحظة عند تقريب قطب مغناطيسي يعطي وجه مشابه وعند إبعاد قطب مغناطيسي يعطي وجه مخالف)

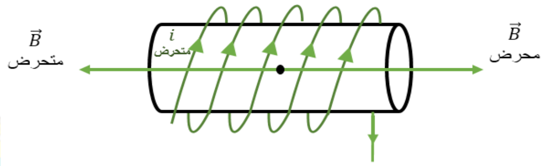
b. حدد على الرسم جهة كل من الحقلين المغناطيسي المحرض والمتحرض في الوشيعة وعين جهة التيار المتحرض

نلاحظ أن شدة الحقل المغناطيسي قد ازدادت وبالتالي يزداد التدفق

المحرض وبالتالي حسب لنز : $\Delta\Phi > 0$ محرّض متزايد

$\overrightarrow{B}$ محرض ، $\overrightarrow{B'}$ متحرض على حامل واحد وبجهتين متعاكستين .

- جهة التيار المتحرض بجهة أصابع يد يمنى إبهامها يشير إلى الحقل المتحرض الذي يعاكس الحقل المحرض لأنه متزايد



c. احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة المتولدة في الوشيعة

$B_1 = 0.04\ T \quad , \quad B_2 = 0.06T$

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{N\Delta BS\cos\alpha}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{N(B_2 - B_1)S}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{200\overbrace{(0.06-0.04)}^{0.02}20\times10^{-4}}{5\times10^{-1}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = -16\times10^{-3}}\ Volt$$

d. احسب القيمة الجبرية لشدة التيار الكهربائي المتحرض المار في الوشيعة .

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-16\times10^{-3}}{5} \Rightarrow \boxed{i = -32\times10^{-4}\ A}$$

e. أحسب ذاتية الوشيعة

قانون ذاتية الوشيعة : $L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2 S}{l}$

$$L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{4\times10^4\times20\times10^{-4}}{\frac{2\pi}{5}} \Rightarrow \boxed{L = 8\times10^{-5} H}$$

2) نرفع الوشيعة من الحقل المغناطيسي السابق ونمرر فيها تياراً كهربائياً شدته اللحظية $\bar{\imath} = 6 + 2t$

a) احسب القيمة الجبرية للقوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية في الوشيعة .

القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية : $\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$

$$\xrightarrow{i\ \text{مشتق}} \frac{di}{dt} = 2$$

$$\mathcal{E} = -8\times10^{-5} \times 2 = -16\times10^{-5}\ V$$

b) احسب مقدار التغير في التدفق المغناطيسي (الذاتي) لحقل الوشيعة في اللحظتين : $t_1 = 0\ , t_2 = 1S$.

التدفق الذاتي $\Phi = L\, i$

تغير التدفق : $\Delta\Phi = L.\Delta i \Rightarrow \Delta\Phi = L\,(i_2 - i_1)$

$$t_1 = 0 \Rightarrow i_1 = 6 + 2(0) \Rightarrow i_1 = 6A$$
$$t_2 = 1s \Rightarrow i_2 = 6 + 2(1) \Rightarrow i_2 = 8A$$
$$\xrightarrow{\Delta\Phi\ \text{نعوض في}} \Delta\Phi = 8\times10^{-5}(8-6)$$
$$\boxed{\Delta\Phi = 16\times10^{-5} Weber}$$

c) نمرر في سلك الوشيعة تياراً كهربائياً متواصلاً شدته $10A$ بدل التيار السابق ، احسب الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة . .

$$E = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 8\times10^{-5} \times 100 = 4\times10^{-3}\ J$$

3) على فرض أننا مررنا تيار كهربائي في الوشيعة فنشأ فيها حقل مغناطيسي $5\times10^{-3}T$ ونحيط منتصف الوشيعة بملف دائري يتألف من 10 لفة معزولة مساحة كل منها $0,05\ m^2$ بحيث ينطبق محوره على محور الوشيعة ونصل طرفي الملف بمقياس غلفاني حيث تكون المقاومة الكلية لدارة الملف 5Ω ثم نجعل شدة التيار في الوشيعة تتناقص بانتظام لتنعدم خلال نصف ثانية والمطلوب: احسب شدة التيار المتحرض وحدد جهته

$N = 10$ لفة

$S = 5\times10^{-2}m^2$

$I = ? \quad ، \quad R = 5\Omega$

$t = 0,5\ sec$

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{N\Delta BS\cos\alpha}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{N(B_2 - B_1)S}{\Delta t}$$

تتناقص شدة التيار لتنعدم $\Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow B_2 = 0$

$$\mathcal{E} = -\frac{10(0-5\times10^{-3})5\times10^{-2}}{5\times10^{-1}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 5\times10^{-3}}\ Volt$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{5\times10^{-3}}{5} = 10^{-3}\ A$$

وحسب لنز بما أن الحقل المحرض متناقص فإن جهة التيار المتحرض مع جهة التيار المحرض

المسألة رقم «7» التيار المتناوب الجيبي ، دارة مهتزة

A) في دارة تيار متناوب تحوي على التسلسل مقاومة صرفة $(R = 15\Omega)$ ومكثفة سعتها $\left(C = \frac{1}{2000\pi}F\right)$ ونطبق على الدارة توتراً لحظياً يعطى بالعلاقة: $\bar{U} = 50\sqrt{2}\cos 100\pi t\,(V)$ والمطلوب:

1) التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار .

$$u_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50\,(V)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50\,Hz$$

2) اتساعية لمكثفة .

$$Xc = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{100\pi\frac{1}{2000\pi}} \Rightarrow \boxed{Xc = 20\Omega}$$

(كل الممانعات واحدتها Ω)

3) احسب الممانعة الكلية للدارة

$$Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega c})^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25\,\Omega$$

4) احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية واكتب تابع الشدة الكلية

$$I_{eff} = \frac{u_{eff}}{Z} = \frac{50}{25} = 2(A)$$

$$\bar{\imath} = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

الوصل تسلسل I ثابت $\bar{\varphi} = 0$ ، $\omega = 100\pi\,rad.s^{-1}$

$$I_{max} = I_{eff}.\sqrt{2} = 2\sqrt{2}A$$

$$\boxed{\bar{\imath} = 2\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (A)}$$

5) احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي المقاومة واكتب تابع التوتر فيها (معادلة التوتر) $U_{effR} = ?$ ، $\bar{U}_R = ?$

$$U_{effR} = R.I_{eff} = 15 \times 2 = 30\,V$$

تابع التوتر بين طرفي المقاومة $\Rightarrow \bar{U}_R = U_{maxR}\cos(\omega t + \overline{\varphi_R})$

$\omega = 100\pi\,rad.s^{-1}$ ، $\varphi_R = 0$

$$U_{maxR} = U_{effR}.\sqrt{2} = 30\sqrt{2}\,V$$

$$\boxed{\bar{U}_R = 30\sqrt{2}\cos 100\pi t\ \ (V)}$$

إضافي : احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة

الاستطاعة المصروفة حرارية $P_{avg} = R.I_{eff}^2$

$$P_{avg} = 15 \times 4 = 60\,Wat$$

6) احسب قيمة التوتر المنتج بين لبوسي المكثفة باستخدام انشاء فرينل واكتب تابع التوتر بين لبوسيها . $U_C = ?$ ، $U_{effc} = ?$

$$\overrightarrow{U_{eff}} = \overrightarrow{U_{effR}} + \overrightarrow{U_{effC}}$$

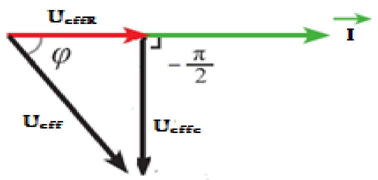
مثلث قائم: حسب فيثاغورث:

$$U_{eff}^2 = U_{effR}^2 + U_{effC}^2$$

$$2500 = 900 + U_{effC}^2$$

$$U_{effC}^2 = 2500 - 900 = 1600 \Rightarrow$$

$$\boxed{U_{eff_C} = 40\,V}$$



تابع التوتر بين لبوسي المكثفة $\Rightarrow \bar{U}_C = U_{maxC}\cos(\omega t + \overline{\varphi_C})$

$\omega = 100\pi\,rad.s^{-1}$ ، $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}\,rad$

$$U_{maxC} = U_{effC}.\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\,V$$

$$\boxed{\bar{U}_C = 40\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ \ V}$$

7) احسب الطاقة الحرارية المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال دقيقة

الطاقة الحرارية تساوي الاستطاعة الحرارية ضرب الزمن $E = P_{avgR}.t$

$$E = 60 \times 60 = 3600\,J$$

8) احسب عامل استطاعة الدارة $(\cos\varphi = ?)$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{15}{25} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = \frac{3}{5}}$$

9) نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل وشيعة مهملة المقاومة فتبقى الشدة المنتجة للدارة **نفسها** ، احسب ذاتية الوشيعة $(L = ?)$

بقيت شدة التيار نفسها $\Leftarrow$ بعد الاضافة $Z = Z$ قبل الاضافة

$$\sqrt{R^2 + {X_C}^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

نربع الطرفين : $R^2 + {X_C}^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$

ونختصر R^2 : ${X_C}^2 = (X_L - X_C)^2$

نجذر الطرفين : $\pm X_C = X_L - X_C$

إما: $-X_C = X_L - X_C \Rightarrow X_L = 0$ مرفوض

أو: $+X_C = X_L - X_C \Rightarrow \boxed{X_L = 2X_C}$

$$L\omega = 2X_C \Rightarrow L = \frac{2X_C}{\omega} = 2\frac{20}{100\pi} \Rightarrow \boxed{L = \frac{4}{10\pi}H}$$

إضافي : نغير تواتر التيار في الدارة الأخيرة بحيث يحصل توافق بالطور بين شدة التيار والتوتر المطبق ، احسب قيمة التواتر الجديد.

حالة طنين (تجاوب كهربائي) $X_L = X_C$

$$\omega' L = \frac{1}{\omega' C} \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow 2\pi f' = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{2}{5\pi}\times\frac{1}{2000\pi}}} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{\sqrt{5000}}{2} \approx 35.35\,Hz}$$

10) نعيد التواتر الأصلي $f = 50\,Hz$ ونضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة جديدة C' مناسبة فيصبح عامل استطاعة الدارة يساوي الواحد.

a) ماذا نسمي هذه الحالة ؟ نسمي هذه الحالة تجاوب كهربائي (طنين)

b) احسب شدة التيار المار في الدارة . $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}\,A$

c) احسب السعة المكافئة للمكثفتين وحدد طريقة الضم .

$$L.\omega = \frac{1}{\omega C_{eq}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\frac{4}{10\pi}\times 10000\pi^2} = \frac{1}{4000\pi}F$$

$$\left.\begin{aligned} C_{eq} &= \frac{1}{4000\pi}F \\ C &= \frac{1}{2000\pi}F \end{aligned}\right\} C_{eq} < C \Rightarrow \text{الوصل تسلسل}$$

d) احسب سعة المكثفة الجديدة المضافة C' .

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \Rightarrow \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{\frac{1}{4000\pi}} - \frac{1}{\frac{1}{2000\pi}} = 4000\pi - 2000\pi = 2000\pi$$

$$\frac{1}{C'} = 2000\pi \Rightarrow \boxed{C' = \frac{1}{2000\pi}F}$$

e) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في هذه الحالة .

(ملاحظة بحالة التجاوب دوماً نحسب تيار جديد من $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$ ونعوضه في الاستطاعة)

$$P_{avg} = I'_{eff}.U_{eff}.\cos\varphi = \frac{10}{3}\times 50 \times 1 = \frac{500}{3}\,Watt$$

11) نعيد ربط المكثفة $C = \frac{1}{2000\pi}F$ على التفرع مع الوشيعة $L = \frac{2}{5\pi}H$ بين طرفي المأخذ السابق حيث $f = 50\ Hz$ و $u_{eff} = 50\ (V)$ والمطلوب:

a) أحسب كلاً من ردية الوشيعة واتساعية المكثفة

ردية الوشيعة $X_L = L\omega = L(2\pi f) = \frac{2}{5\pi} \times 2\pi \times 50 = 40\Omega$

اتساعية المكثفة $X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{(2\pi f)c} = \frac{1}{(2\pi.50).\frac{1}{2000\pi}} = 20\Omega$

b) أحسب كل من الشدة المنتجة في كلا الفرعين .

فرع الوشيعة $I_{effL} = \frac{u_{eff}}{X_L} = \frac{50}{40} = \frac{5}{4}A$

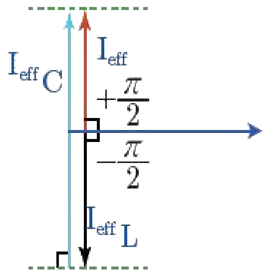
فرع المكثفة $I_{effC} = \frac{u_{eff}}{X_C} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}A$

c) أحسب الشدة المنتجة الكلية للدارة باستخدام إنشاء فرينل وأكتب تابع الشدة :

$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{effL}} + \overrightarrow{I_{effC}}$$

$$I_{eff} = I_{effC} - I_{effL}$$

$$I_{eff} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4}(A)$$



تابع الشدة: $\bar{I} = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$

من إنشاء فرينل : $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{2}\ rad$

$\omega = 100\pi\ rad.s^{-1}$

$I_{max} = I_{eff}.\sqrt{2} = \frac{5}{4}\sqrt{2}\ A$

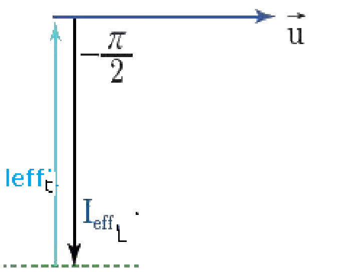
$$\boxed{\bar{I} = \frac{5}{4}\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ A}$$

d) برهن أن الشدة المنتجة الكلية تنعدم في الدارة عندما تتساوى ردية الوشيعة واتساعية المكثفة باستخدام إنشاء فرينل ، وماذا تسمى هذه الحالة

$X_L = X_C \Rightarrow \frac{u_{eff}}{I_{effL}} = \frac{u_{eff}}{I_{effC}}$

الوصل تفرع $\Rightarrow I_{effL} = I_{effC}$

من إنشاء فرينل :



$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{effL}} + \overrightarrow{I_{effC}}$$

$$I_{eff} = I_{effC} - I_{effL} = 0$$

حالة خنق للتيار

12) في تجربة الدارة المهتزة: نصل مكثفة سعتها $C = 1\mu F$ بتوتر كهربائي $U=100V$ ثم نصلها على التسلسل بين طرفي وشيعة ذاتيتها $L = 10^{-3}H$ ومقاومتها مهملة

a) اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالتوتر ، ثم أحسب الشحنة الكهربائية q_{max} للمكثفة و الطاقة المختزنة فيها

♥ عند وصل المكثفة بالتوتر : تشحن المكثفة من خلال المولد :

سعة المكثفة : $C = 1 \times 10^{-6}F$

♥ حساب شحنة المكثفة : $q_{max} = C.U = 10^{-6} \times 10^{2}$

$\Rightarrow q_{max} = 10^{-4}C$

♥ حساب الطاقة الكهربائية المختزنة: $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$

$E_C = \frac{1}{2} \times \frac{10^{-8}}{10^{-6}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2}J$

b) اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالوشيعة ، ثم أحسب التواتر الخاص للاهتزازات الكهربائية المارة فيها

تبدأ المكثفة المشحونة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فينشأ تيار في الوشيعة ويزداد تدريجياً إلى أن يصل الشدة العظمى في نهاية ربع الدور الأول وتنعدم الشحنة في المكثفة فيتولد في الوشيعة قوة محركة متحرضة وتختزن طاقة كهرطيسية $E_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2$ ومن ثم تلعب الوشيعة دور مولد على تضاد مع المكثفة فيبدأ التيار في الوشيعة بشحن المكثفة فينقص تدريجياً لتزداد شحنة المكثفة إلى أن ينعدم تيار الوشيعة فتصبح الشحنة عظمى في المكثفة بقوة أقل من بداية التفريغ وتختزن المكثفة الطاقة على شكل طاقة كهربائية وشحن بالجهة المعاكسة $E_c = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$ وهكذا خلال أرباع الدور الباقية

♥ حساب تواتر الاهتزازات الكهربائية: (نحسب الدور ونقلبه)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2.10^{-9}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{10^{-8}} = 2 \times 10^{-4}sec$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\times10^{-4}} = \frac{1}{2} \times 10^4 Hz \quad \boxed{f_0 = 5000Hz}$$

c) أحسب شدة التيار الأعظمي Imax المار في الدارة و اكتب التابع الزمني لكل من الشحنة و شدة التيار بدءاً من الشكل العام معتبراً بدء الزمن لحظة وصل المكثفة المشحونة بالوشيعة

نحسب النبض الخاص : $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi.5000 = 10000\pi = \pi \times 10^4\ rad.s^{-1}$

♥ شدة التيار الأعظمي : $I_{max} = \omega_0 q_{max} = \pi \times 10^4 \times 10^{-4} = \pi(A)$

♥ تابع الشحنة : $\bar{q} = q_{max}\cos\omega_0 t \xRightarrow{\varphi=0} \boxed{\bar{q} = 10^{-4}\cos\pi \times 10^4 t\ (c)}$

♥ تابع شدة التيار: $\bar{I} = (\bar{q})'_t \Longrightarrow \bar{I} = \underbrace{\omega_0 q_{max}}_{I_{max}}\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) \xRightarrow{I_{max}=\pi\ A} \boxed{\bar{I} = \pi\cos\left(\pi.10^4 t + \frac{\pi}{2}\right)A}$

المسألة رقم «8» التيار المتاوب الجيبي ، المحولة الكهربائية

A) نطبق على دارة توتر لحظي يعطى تابعه بالعلاقة: $\bar{u} = 120\sqrt{2}cos120\pi t(V)$ والمطلوب

1) أحسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار

$\bar{u} = 120\sqrt{2}cos120\pi t(V)$

التوتر المنتج $U_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} = 120(V)$

تواتر التيار $f = \frac{\omega}{2\pi} = 60Hz$

2) نضع بين طرفي المأخذ مقاومة صرفة ، فيمر تيار شدته المنتجة $6A$.أحسب قيمة المقاومة الصرفة ، وأكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها

$I_{effR} = 6(A) \qquad R = ?$

حساب المقاومة الصرفة: $R = \frac{U_{eff}}{I_{effR}} = \frac{120}{6} = 20\Omega$

تابع الشدة في المقاومة $\bar{\imath}_R = I_{max_R} \, cos(\omega t + \bar{\varphi}_R)$

$I_{maxR} = I_{effR}\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \, A$

$\varphi = 0 \qquad \omega = 120\pi \, rad.s^{-1}$

$\boxed{i_R = 6\sqrt{2}cos120\pi t \;\; (A)}$

3) نصل بين طرفي المقاومة في الدارة السابقة وشيعة عامل استطاعتها $\frac{1}{2}$ فيمر في الوشيعة تيار شدته المنتجة $10A$ ، أحسب ممانعة الوشيعة ومقاومتها ورديتها والاستطاعة المستهلكة فيها .ثم أكتب تابع الشدة اللحظية المار فيها

الوشيعة لها مقاومة $\Leftarrow cos\varphi_2 = \frac{1}{2}$

$I_{eff2} = 10(A)$

♥ حساب ممانعة الوشيعة : $Z_2 = \frac{u_{eff}}{I_{eff2}} = \frac{120}{10} = 12\Omega$

♥ *حساب مقاومة الوشيعة :* $cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_2} \Rightarrow r = Z_2.cos\varphi_2$

$r = 12.\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r = 6\Omega}$

♥ حساب ردية الوشيعة : من تحت الجذر

$Z_2 = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \overset{\text{نربع}}{\Rightarrow} Z_2^2 = r^2 + (L\omega)^2 \overset{\text{ننقل}}{\Rightarrow}$

$(L\omega)^2 = Z_2^2 - r^2 \overset{\text{نجذر}}{\Rightarrow} L\omega = \sqrt{Z_2^2 - r^2}$

$\boxed{L\omega = X_L = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108}\Omega}$

♥ *حساب الاستطاعة المستهلكة في الوشيعة:*

$P_{avg2} = .I_{eff2}.u_{eff}cos\varphi_2$

$P_{avg2} = 10 \times 120 \times \frac{1}{2} = 600(watt)$

♥ *تابع الشدة اللحظية في الوشيعة:*

$\bar{\imath}_2 = I_{max2}cos(\omega_0 t + \overline{\varphi_2})$

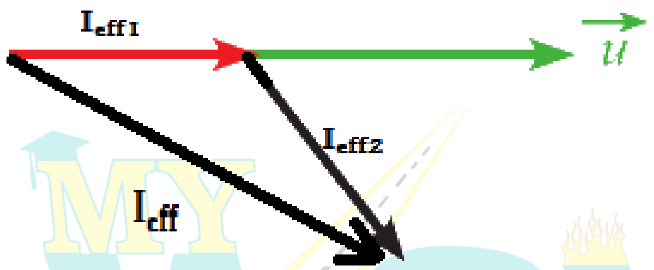
$I_{max2} = I_{eff2}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}(A)$

$\omega = 120\pi \, rad.s^{-1}$ ، $cos\varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}rad$

الوصل تفرع نختار الزاوية $-\frac{\pi}{3}$

$\boxed{\bar{\imath}_2 = 10\sqrt{2} \, cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right) A}$

4) أحسب قيمة الشدة المنتجة في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل



$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff1}} + \overrightarrow{I_{eff2}}$

نربع الطرفين ، علاقة التجيب :

$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$I_{eff} = \sqrt{I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2I_{eff1}I_{eff2}cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$I_{eff} = \sqrt{36 + 100 + 2 \times 10 \times 6 \times \frac{1}{2}}$

$\boxed{I_{eff} = \sqrt{196} = 14(A)}$

5) أحسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين .وعامل استطاعة الدارة

♥ حساب الاستطاعة المتوسطة في الجملة $P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2}$

$P_{avg} = i_{eff1}u_{eff}cos\varphi_1 + I_{eff2}u_{eff}cos \, \varphi_2$

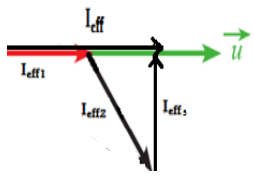
$P_{avg} = 6 \times 120 \times 1 + 10 \times 120 \times \frac{1}{2}$

$\boxed{P_{avg} = 1320(watt)}$

♥ حساب عامل استطاعة الدارة $P_{avg} = u_{eff}i_{eff}cos\varphi$ نعزل $cos\varphi$

$\underset{\text{كلي}}{cos\varphi} = \frac{P_{avg}}{u_{eff}i_{eff}} = \frac{1320}{120 \times 14} = \frac{66}{6 \times 14} = \frac{11}{14}$

6) ما سعة المكثفة الواجب ربطها على التفرع مع الأجهزة السابقة بحيث تصبح الشدة المنتجة للدارة الأصلية على وفاق بالطور مع فرق الكمون الكلي عندما تعمل الأجهزة الثلاثة معاً.



$X_c = \frac{u_{eff}}{I_{eff3}}$ نحسب I_{eff3} من المثلث القائم

$sin\frac{\pi}{3} = \frac{I_{eff3}}{I_{eff2}} \Rightarrow I_{eff3} = I_{eff2} \, sin\frac{\pi}{3}$

$I_{eff3} = 10\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$

$X_c = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}\Omega$

$X_c = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{120\pi.8\sqrt{3}} = \frac{1}{960\pi\sqrt{3}} \, F$

المحولة الكهربائية

في تجربة يبلغ عدد لفات أولية محولة كهربائية $N_p = 125$ لفة وعدد لفات ثانويتها $N_s = 375$ لفة. والتوتر اللحظي بين طرفي الثانوية يُعطى بالمعادلة: $\bar{u}_s = 120\sqrt{2}cos100\pi t(V)$

1) احسب نسبة التحويل، ثم بين إن كانت المحولة رافعة للتوتر أم خافضة له.

نسبة التحويل : $\mu = \frac{N_S}{N_P} = \frac{375}{125} = 3$

$\mu > 1$ المحولة رافعة للتوتر خافضة للتيار لأن $N_S > N_P$

2) احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي كل من الدارة الثانوية و الأولية.

♥ التوتر المنتج بين طرفي الدارة الثانوية : من التابع المعطى :

$U_{effs} = \frac{U_{maxs}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{U_{effs} = 120volt}$

♥ التوتر المنتج بين طرفي الدارة الأولية : من نسبة التحويل

$\mu = \frac{u_{effs}}{u_{effp}} \Rightarrow u_{effp} = \frac{u_{effs}}{\mu} = \frac{120}{3} = 40volt$

3) نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة صرف $R = 30\Omega$، احسب قيمة كلا من الشدتين المنتجتين للتيار في الدارتين الثانوية والأولية.

♥ حساب تيار الثانوية : $I_{effs} = \frac{U_{effs}}{R} = \frac{120}{30} = 4A$

هي نفسها شدة التيار المنتجة في المقاومة الصرفة : $I_{effR} = 4A$

♥ حساب تيار الأولية : من نسبة التحويل : $\mu = \frac{I_{effp}}{I_{effs}}$

$\Rightarrow I_{effp} = \mu . I_{effs} = 3 \times 4 = 12\ A$

4) نصل على التفرع مع المقاومة السابقة وشيعة مهملة المقاومة، فيمر في فرع الوشيعة تيار شدته المنتجة $I_{eff_L} = 3A$،

a) احسب ردية الوشيعة، ثم اكتب التابع الزمني لشدة التيار المار في الوشيعة

♥ ردية الوشيعة : $X_L = \frac{U_{effs}}{I_{eff_L}} = \frac{120}{3} = 40\Omega$

♥ التابع الزمني لشدة التيار في فرع الوشيعة : $\bar{\iota}_L =$

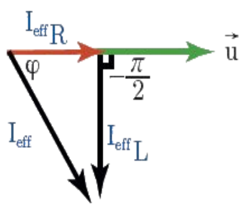
$I_{max_L} cos(\omega t + \bar{\varphi}_L)$

$I_{max\,L} = I_{eff_L}\sqrt{2} \Rightarrow I_{max\,L} = 3\sqrt{2}\ (A)$

$\bar{\varphi}_L = -\frac{\pi}{2} rad\ .\ \omega = 100\pi rad.s^{-1}$

$\boxed{\bar{\iota}_L = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi\, t - \frac{\pi}{2}\right)} (A)$

b) احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية في الدارة الثانوية باستخدام إنشاء فرينل.



$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{effR}} + \overrightarrow{I_{effL}}$

مثلث قائم حسب فيثاغورث

$I_{eff}^2 = I_{effR}^2 + I_{effL}^2$

$I_{eff} = \sqrt{I_{effR}^2 + I_{effL}^2} = \sqrt{16+9} = 5A$

c) احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة الثانوية ، وعامل استطاعة الدارة.

♥ الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة $P_{avg} = P_{avgR} + P_{avgL}$

$P_{avg} = I_{effR}u_{eff}cos\varphi_R + I_{effL}u_{eff}cos\,\varphi_L$

$P_{avg} = 4 \times 120 \times 1 + 3 \times 120 \times 0$

$\boxed{P_{avg} = 480(watt)}$

♥ حساب عامل استطاعة الدارة: $P_{avg} = U_{eff}\ I_{eff}\ cos\varphi$

$cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff}I_{eff}} = \frac{480}{120\times5} = \frac{4}{5} = 0.8$

كلي

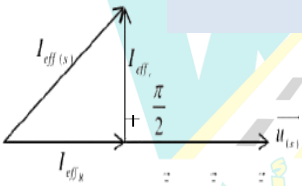
5) نرفع الوشيعة السابقة ونصل على التفرع مع المقاومة السابقة مكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\pi} F$ فتصبح الشدة المنتجة في الدارة الثانوية $I_{eff_s} = 5A$

a) أحسب اتساعية المكثفة

$X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{4000\pi}} = 40\Omega$

b) أحسب قيمة الشدة المنتجة في فرع المكثفة باستخدام إنشاء فرينل وأكتب التابع الزمني للشدة اللحظية في هذا الفرع

$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{effR}} + \overrightarrow{I_{effc}}$



مثلث قائم حسب فيثاغورث

$I_{eff}^2 = I_{effR}^2 + I_{effC}^2$

$I_{effC}^2 = I_{eff}^2 - I_{effR}^2 \Rightarrow I_{effc} = \sqrt{I_{eff}^2 - I_{effR}^2}$

$\Rightarrow I_{eff_c} = \sqrt{25-16} = 3A$

♥ التابع الزمني للشدة اللحظية في هذا الفرع $\bar{\iota}_C = I_{max\,C}cos(\omega t + \bar{\varphi}_C)$:

$I_{max\,C} = I_{eff_C}\sqrt{2} \Rightarrow I_{max\,C} = 3\sqrt{2}\ (A)$

$\bar{\varphi}_L = +\frac{\pi}{2} rad\ .\ \omega = 100\pi rad.s^{-1}$

$\boxed{\bar{\iota}_C = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi\, t + \frac{\pi}{2}\right)} (A)$

6) نرفع المكثفة ونضع بدل منها وشيعة لها مقاومة ونضع طلبات مثل الطلبات المسألة الثالثة درس المحولة الكهربائية

لو طلب الاستطاعة الكلية الضائعة حرارياً $P' = P_P' + P_S'$

الاستطاعة الضائعة حرارياً في الدارة الأولية $P_P' = R_P . I_{effp}^2$

الاستطاعة الضائعة حرارياً في الدارة الثانوية $P_S' = R_S . I_{effs}^2$

المسألة رقم «9» أمواج ومزامير

A) خيط مرن (وتر مشدود) أفقي طوله $1m$ وكتلته $10\,g$ ، نربط أحد طرفيه برنانة كهربائية شعبتاها أفقيتان تواترها $50\,Hz$، ونشد الخيط على محز بكرة بثقل مناسب لتكون نهايته مقيدة .فإذا علمت أن طول الموجه المتكونة $40cm$ ، المطلوب:

1) ما عدد المغازل المتكونة على طول الخيط ثم احسب البعد بين بطنين متتاليين والبعد بين بطن وعقدة ؟

المعطيات : $m = 10^{-2}kg$ $\quad L = 1(m)$

$\lambda = 4\times10^{-1}$ $\quad f = 50HZ$

♥ حساب عدد المغازل : $L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = \frac{2L}{\lambda}$

$\boxed{n = \frac{2\times1}{4\times10^{-1}} = 5 \text{ مغازل}}$

♥ البعد بين بطنين /عقدتين متتاليين $\frac{\lambda}{2} = 2\times10^{-1}(m)$

♥ البعد بين عقدة وبطن $\frac{\lambda}{4} = 1\times10^{-1}(m)$

2) أحسب السعة بنقطة تبعد $20cm$ ثم بنقطة تبعد $30cm$ عن النهاية المقيدة للخيط إذا كانت سعة اهتزاز المنبع $Y_{max}=1cm$.

♥ النقطة الأولى على بعد $2\times10^{-1}m$ عن النهاية العقيدة

$$y_{max} = 10^{-2}m$$
$$y_{max_{n1}} = 2y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$$
$$y_{max_{n1}} = 2(10^{-2})\sin\left|\frac{2\pi}{4\times10^{-1}}\times2\times10^{-1}\right|$$
$$\boxed{y_{max_{n1}} = 0 \Rightarrow \text{عقدة اهتزاز}}$$

♥ النقطة الثانية على بعد $3\times10^{-1}(m)$ عن النهاية المقيدة

$$y_{max_{n2}} = 2y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$$
$$y_{max_{n2}} = 2(10^{-2}).\sin\left|\frac{2\pi\times3\times10^{-1}}{4\times10^{-1}}\right|$$
$$\boxed{y_{max_{n2}} = 2\times10^{-2}(m) \Rightarrow \text{بطن اهتزاز}}$$

3) أحسب الكتلة الخطية للخيط ، واحسب قوة شد (قد يعطينا قوة الشدة ويطلب سرعة الانتشار)هذا الخيط وسرعة انتشار الاهتزاز فيه

♥ حساب الكتلة الخطية:

$$\mu_{\text{الكتلة الخيطية للخيط}} = \frac{m}{L} = \frac{10^{-2}}{1} = 10^{-2}(kg.m^{-1})$$

♥ حساب قوة الشد

$$F_T \text{ حساب } \begin{matrix} f=\frac{nv}{2L} \\ v=\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \end{matrix} \Rightarrow f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2}{4L^2}\frac{F_T}{\mu}$$
$$2500 = \frac{25\times F_T}{4\times1\times10^{-2}} \rightarrow \boxed{F_T = 4N}$$

♥ حساب سرعة الاهتزاز

$$v_{\text{سرعة انتشار الاهتزاز}} = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4}{10^{-2}}} = \sqrt{400} = 20(m.s^{-1})$$

4) أحسب التواترات الخاصة لمدروجاته الثلاثة الأولى.

$$f = \frac{n\,v}{2L}$$

المدروج الأول(الأساسي) $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2(1)}\times20 = 10(Hz)$

المدروج الثاني $n = 2 \Rightarrow f_2 = \frac{2}{2(1)}\times20 = 20(Hz)$

المدروج الثالث $n = 3 \Rightarrow f_3 = \frac{3}{2(1)}\times20 = 30(Hz)$

5) أحسب قوة شد الخيط التي تجعله يهتز بمغزلين ، وحدّد أبعاد العقد والبطون عن النهاية المقيدة في هذه الحالة .

من أجل مغزلين : $n = 2$

♥ حساب قوة الشد

$$F_T \text{ حساب } \begin{matrix} f=\frac{nv}{2L} \\ v=\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \end{matrix} \Rightarrow f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2}{4L^2}\frac{F_T}{\mu}$$
$$2500 = \frac{4.F_T}{4.1.10^{-2}} \rightarrow \boxed{F_T = 25N}$$

♥ في حالة المغزلين (أي لدينا ثلاث عقد وبطنين اهتزاز العقد):

نحسب $\boldsymbol{\lambda}$ جديدة $\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2.1}{2} = 1\,m$

معادلة العقد: $x = n\frac{\lambda}{2}$

العقدة الأولى $n = 0 \Leftarrow x_1 = \frac{\lambda}{2}(0) = 0$

العقدة الثانية $n = 1 \Leftarrow x_2 = \frac{1}{2}(1) = \frac{1}{2}m$

العقدة الثالثة $n = 2 \Leftarrow x_3 = \frac{1}{2}(2) = 1m$

معادلة البطون: $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$

البطن الأول $n = 0 \Leftarrow x = (2(0)+1)\frac{1}{4} = \frac{1}{4}(m)$

البطن الثاني $n = 1 \Leftarrow x = (2(1)+1)\frac{1}{4} = \frac{3}{4}(m)$

6) نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه ، هل تتغيّر كتلته الخطية باعتبار أنه متجانس ؟.

(فرضاً) $l' = \frac{L}{2} \Rightarrow m' = \frac{m}{2}$

$$\mu' = \frac{m'}{L'} = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}} = \frac{m}{L} = \mu$$

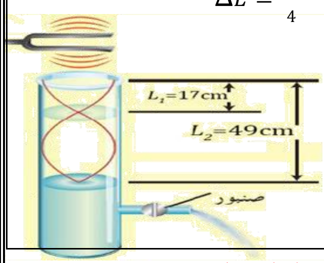
لا تتغير كتلته الخطية بما أن الوتر متجانس

إضافي للطلب *D* من هذه المسألة :

أنبوب أسطواني مملوء بالماء وله صنبور عند قاعدته، تهتز رنانة فوق طرفه العلوي المفتوح، وعند إنقاص مستوى الماء في الأنبوب، سمع صوت شديد يبعد مستوى الماء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_1 = 17\,cm$ ، وباستمرار إنقاص مستوى الماء سمع صوت شديد ثانٍ يبعد مستوى الماء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_2 = 49\,cm$ ، فإذا علمت أن سرعة انتشار الصوت في شروط التجربة السابقة $v = 340\,m.s^{-1}$ ، احسب تواتر الرنانة المستخدمة.

الحل :لحساب التواتر من العلاقة : $f = \frac{v}{\lambda}$ لدينا $v = 340\,m.s^{-1}$ نحسب أولاً طول الموجة λ

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 0.49 - 0.17 = 0.32\,m$$
$$\Delta L = \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0.32 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0.64\,m$$
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.64} \approx 531.25\,HZ$$



B) مزمار ذو فم نهايته مفتوحة طوله $L=3m$ فيه هواء درجة حرارته $0\,^0C$ حيث سرعة انتشار الصوت فيه $v = 330 m.s^{-1}$ وتواتر الصوت الصادر $f=110Hz$

1) أحسب طول الموجة المتكونة وعدد أطوال الموجة و البعد بين بطنين متتالين ، ثم استنتج رتبة الصوت .

مزمار ذو فم ونهاية مفتوحة ⇦ متشابه الطرفين

♥ طول الموجة المتكونة : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{110} = 3(m)$

♥ عدد أطوال الموجة $= \frac{\text{طول المزمار}}{\text{طول الموجة}} = \frac{L}{\lambda} = \frac{3}{3} = 1$ طول موجة

♥ البعد بين بطنين متتالين $\frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1.5(m)$

♥ حساب رتبة الصوت n : $L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2\times3}{3} = 2$

ملاحظة هنا قد يعطينا رتبة الصوت n ويطلب طول الموجة λ :

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

2) نسخن مزمار إلى درجة $819\,^0C$ ، احسب سرعة انتشار الصوت عند هذه الدرجة ثم استنتج طول الموجة المتكونة ليصدر المزمار الصوت السابق نفسه .

♥ سرعة انتشار الصوت : $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.v_1 = \sqrt{\frac{t_2+273}{t_1+273}}.v_1$

$$v_2 = \sqrt{\frac{273+819}{273+0}}.330 = \sqrt{\frac{1092}{273}}.330 = \sqrt{4}.330$$

$$\boxed{\Rightarrow v_2 = 660 m.s^{-1}}$$

♥ طول الموجة المتكونة : من العلاقة $\lambda_2 = \frac{v_2}{f}$

ليصدر الصوت نفسه(مواقت) أي نفس التواتر $f=110Hz$

$$\boxed{\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{660}{110} = 6(m)}$$

3) احسب طول المزمار اخر ذي فم ، نهايته مغلقة يحوي الهواء في الدرجة $0\,^0C$ تواتر مدروجه الثالث يساوي تواتر الصادر عن المزمار السابق

$$L' =? \xRightarrow{\text{مختلف}} f' = (2n-1)\frac{v}{4L'} \Rightarrow L' = (2n-1)\frac{v}{4f'}$$

المدروج الثالث $(2n-1) = 3$ ، $v = 330 m.s^{-1}$ ⇦ (0^0C)

يساوي تواتر المزمار السابق : مختلف $f = f'$ ومتشابه $= 110Hz$

$$L' = (2n-1)\frac{v}{4f'} \Rightarrow L' = \frac{3\times330}{4\times110} = \frac{9}{4} = 2{,}25\ m$$

4) إذا تكوّنت عقدة واحدة في منتصف المزمار المتشابه في الدرجة $0\,^0C$ فاحسب تواتر الصوت البسيط عندئذ

الدرجة (0^0C) ⇦ $v = 330 m.s^{-1}$

الصوت البسيط $n = 1$

$$f = \frac{n.v}{2L} = \frac{1\times330}{2\times3} \Rightarrow \boxed{f = 55\ Hz}$$

لو طلب التواتر عند الدرجة $819\,^0C$ كنا عوضنا السرعة $v = 660 m.s^{-1}$

C) مزمار ذو فم نهايته مغلقة يحوي غاز الأكسجين سرعة انتشار الصوت فيه $324 m.s^{-1}$ يصدر صوتاً أساسياً تواتره $162Hz$.

1) أحسب طول الموجة المتكونة وطول هذا المزمار

♥ طول الموجة : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{324}{162} = 2(m)$

♥ حساب طول هذا المزمار : $L =?$

فم+نهاية مغلقة ⇦ مختلف

$v = 324(m.s^{-1})$ $\quad f = 162(Hz)$ $\quad (2n-1) = 1$

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L} \Rightarrow L = (2n-1)\frac{v}{4f}$$

$$L = 1\frac{324}{4(162)} = \frac{1}{2}(m)$$

2) نستبدل بغاز الأكسجين في المزمار غاز الهدروجين في درجة الحرارة نفسها ، احسب سرعة انتشار الصوت في غاز الهدروجين ثم أحسب تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره هذا المزمار في هذه الحالة. $(H = 1 \quad O = 16)$

♥ حساب سرعة انتشار الصوت في غاز **الهدروجين** $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}.v_1$

$$M_{H_2} = 2 \ ,\ M_{O_2} = 32 \Rightarrow \quad D_1 = \frac{M_1}{29} = \frac{32}{29} \qquad D_2 = \frac{M_2}{29} = \frac{2}{29}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\frac{32}{29}}{\frac{2}{29}}} \times 324 = \sqrt{16}\times324 \Rightarrow v_2 = 4\times324 = 1296(m.s^{-1})$$

♥ حساب التواتر : للصوت الأساسي $(2n-1) = 1$

$$\boxed{f_2 = (2n-1)\frac{v_2}{4L} = 1\times\left(\frac{1296}{4\times\frac{1}{2}}\right) = 648Hz}$$

D) عمود هوائي طوله $L = 2m$ سرعة انتشار الصوت في الهواء $v = 330\ m.s^{-1}$

1) احسب تواتر الصوت الأساسي(أصغر تواتر يحدث عند التجاوب ، الرنين الأول) ومن ثم تواتر المدروج الثالث الذي يصدره إذا كان العمود مغلقاً (قناة سمعية)

تواتر العمود الهوائي المغلق (مختلف الطرفين): $f = (2n-1)\frac{v}{4L}$

♥ صوت أساسي $(2n-1) = 1$

تواتر الصوت الأساسي : $f = 1\times\frac{330}{4\times2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{330}{8}Hz}$

♥ مدروج ثالث: $(2n-1) = 3$

تواتر المدروج الثالث : $f = 3\times\frac{330}{4\times2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{990}{8}Hz}$

ملاحظة البعد بين صوتين شديدين متتالين (رنينين متعاقبين) : $\frac{\lambda}{2}$

2) احسب تواتر الصوت الأساسي (أصغر تواتر يحدث عند التجاوب ، الرنين الأول) ومن ثم تواتر المدروج الثالث الذي يصدره إذا كان العمود مفتوحاً.

تواتر العمود الهوائي المفتوح (متشابه الطرفين) : $f = \frac{nv}{2L}$

♥ صوت أساسي $n = 1$

تواتر الصوت الأساسي : $f = \frac{1\times330}{2\times2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{330}{4}Hz}$

♥ مدروج ثالث: $n = 3$

تواتر المدروج الثالث : $f = \frac{3\times330}{2\times2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{990}{4}Hz}$

ملاحظة القوة الضاغطة تساوي الضغط ضرب مساحة السطح $F = P.S$

3) حدد البعد الذي يحدث عنده الرنين الأول عندما تهتز رنانة تواترها $f = \frac{330}{4}Hz$ فوق العمود الهوائي المغلق

البعد الذي يحدث عنده الرنين الأول هو $L_1 =?$ وإن تواتر العمود الهوائي المغلق (مختلف الطرفين) الرنين الأول: $f = (2n-1)\frac{v}{4L_1}$

$$\text{الرنين الأول : } (2n-1) = 1 \Rightarrow f = \frac{v}{4L_1} \Rightarrow L_1 = \frac{v}{4f} \Rightarrow L_1 = \frac{330}{4\times\frac{330}{4}} = 1\ m$$

المسألة رقم [[10]] الموائع

A) يتدفق الماء عبر مضخة حيث : $S_2=60\ cm^2$ $S_1=20\ cm^2$ $z=20\ m$ $v_1=15\ m.s^{-1}$ $g = 10\ m.s^{-2}$, $\rho_{H_2O} = 1000\ kg.m^{-3}$

1. احسب v_2 ، السرعة عند المقطع S_2 والضغط P_1 عند المقطع S_1 علماً أن : $P_2 = 1\times10^5\ Pa$

الاستمرارية $S_1.v_1 = S_2.v_2 = const \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2}.v_1$

$$\boxed{v_2 = \frac{20\times10^{-4}}{60\times10^{-4}}\times 15 = 5\ m.S^{-1}}$$

لحساب P_1 نطبق معادلة برنولي: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g Z = consst$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

$$\xrightarrow{\text{نعزل } P_1} P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1$$

$$\xrightarrow{\text{عامل مشترك}} P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g\underbrace{(Z_2 - Z_1)}_{Z}$$

$$P_1 = 10^5 + \frac{1}{2}(1000)(25-225) + 1000\times10(20)$$

$$P_1 = 100000 - 100000 + 200000$$

$$\boxed{P_1 = 200000 = 2\times10^5\ Pa}$$

2. احسب العمل الميكانيكي اللازم لضخ $100L$ من الماء إلى الارتفاع $Z = 7m$

حساب العمل الميكانيكي: $W = -m\,g\,z + (P_1 - P_2)\Delta V$

$$m = \rho V = 1000\times100\times10^{-3} = 100\ kg$$

$$W = -100\times10\times7 + (2\times10^5 - 1\times10^5)100\times10^{-3}$$

$$W = -7\times10^3 + 1\times10^4 = -7000 + 10000 \Rightarrow W = 3000J$$

3. احسب قيمة فرق الضغط $P_1 - P_2$ عند $Z = 5m$

نطبق معادلة برنولي: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g Z = const$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

$$\xrightarrow{\text{نعزل } P_1 - P_2} P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1$$

$$\xrightarrow{\text{عامل مشترك}} P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g\underbrace{(Z_2 - Z_1)}_{Z}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\times1000(25-225) + 1000(10)(5)$$

$$P_1 - P_2 = -100000 + 50000 = -50000pa$$

B) يفرغ خزان (مضخة) ماء حجمه $8\ m^3$ بمعدل ضخ $0.04\ m^3.s^{-1}$

1. أحسب الزمن اللازم لتفريغ الخزان

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{V}{Q'}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{8}{4\times10^{-2}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 200\ S}$$

2. سرعة خروج الماء من فتحة الخزان عبر أنبوب مقطعه $100\ cm^2$

$$Q' = S.v$$

$$v = \frac{Q'}{S} = \frac{4\times10^{-2}}{10^{-2}} \Rightarrow \boxed{v = 4\ m.S^{-1}}$$

3. سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعها ليصبح نصف ما كان عليه.

$$S_1.v_1 = S_2.v_2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}S_1 \text{ فرضاً} \Rightarrow S_1.v_1 = \frac{1}{2}S_1 v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = 2v_1 \quad \boxed{\Rightarrow v_2 = 2\times4 = 8\ m.S^{-1}}$$

4. احسب معدل التدفق الحجمي اذا استغرقت عملية التفريغ 100sec

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{8}{100} \Rightarrow \boxed{Q' = 0,08 m^3.s^{-1}}$$

المسألة رقم 11 «النسبية»

ثوابت معطاة بالمسألة: سرعة الضوء: $C = 3\times10^8 m.s^{-1}$

سافر رائد فضاء في مركبة فضائية لها شكل مستطيل إلى أحد كواكب المجرة وفق مسار مستقيم، بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دوماً موازياً لطول المركبة فتسجل أجهزة المركبة المسافرة القياسات الآتية: طول المركبة $100m$، عرض المركبة $25\ m$، المسافة المقطوعة: 4 سنة ضوئية، زمن الرحلة $\frac{8}{\sqrt3}$ سنة

المطلوب

1) احسب كلاً من سرعة المركبة وطولها وعرضها أثناء الرحلة، والمسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفق قياسات المحطة الأرضية

المعطيات بالنسبة للمركبة المسافرة (المراقب الداخلي) سجلت القياسات الآتية

طول المركبة $L'_0 = 100m$ عرض المركبة $d_0 = 25\ m$، المسافة المقطوعة: $L' = 4C$ سنة ضوئية، زمن الرحلة $t_0 = \frac{8}{\sqrt3}$ سنة

المطلوب: السرعة v، طول المركبة L، عرض المركبة d، المسافة المقطوعة L'_0، زمن الرحلة t

بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية)

♥ حساب السرعة v:

$$v_{\text{السرعة}} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن}} = \frac{L'}{t_0} = \frac{4C}{\frac{8}{\sqrt3}} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt3}{2}c}$$

♥ حساب γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\sqrt3}{2}c\right)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{3c^2}{4}}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac14}} = \sqrt4 \Rightarrow \boxed{\gamma = 2}$$

♥ طول المركبة بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية) يتقلّص لأن شعاع السرعة موازياً له:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50m$$

♥ عرض المركبة يبقى نفسه ولا يتغير لأن شعاع السرعة موازي لطول المركبة أي:

$$d = d_0 = 25\ m$$

♥ مسافة الرحلة المقطوعة بالنسبة للمراقب الخارجي:

$$L' = \frac{L'_0}{\gamma} \Rightarrow L'_0 = \gamma.L' = 2\times4 = 8\ light\ years$$

♥ زمن الرحلة بالنسبة للمراقب الخارجي (المحطة الأرضية) يتمدد:

$$t = \gamma.t_0 = 2\times\frac{8}{\sqrt3} = \frac{16}{\sqrt3} years$$

2) درس رائد الفضاء الكتلة السكونية لجسيم $m_0 = 9\times10^{-31}kg$، وفي أحد التجارب كانت طاقته الكلية تساوي ثلاثة أضعاف طاقته السكونية.

a) احسب الطاقة السكونية للجسيم .وطاقته الكلية .

الطاقة السكونية: $E_0 = m_0c^2$

$$E_0 = m_0c^2 = 9\times10^{-31}\times(3\times10^8)^2$$
$$E_0 = 9\times10^{-31}\times9\times10^{16} = 81\times10^{-15}J$$

الطاقة الكلية: $E = 3E_0 = 3\times81\times10^{-15} = 243\times10^{-15}J$

b) أحسب قيمة γ: من الفرض: $E = 3E_0$

$$mc^2 = 3m_0c^2 \xRightarrow{m=\gamma m_0} \gamma m_0 = 3m_0 \xRightarrow{\text{بالاختصار}} \gamma = 3$$

c) أحسب كتلته أثناء حركته خلال التجربة (في الميكانيك النسبي)

$$m = \gamma m_0 = 3\times9\times10^{-31} \Rightarrow m = 27\times10^{-31}kg$$

d) احسب سرعة الجسيم في هذه التجربة.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \xRightarrow{\text{نربع الطرفين}} \gamma^2 = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\gamma^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = 1 \Rightarrow \gamma^2 - \frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = \gamma^2 - 1 \xRightarrow{\text{نعزل } v^2} v^2 = \frac{(\gamma^2-1)c^2}{\gamma^2}$$

$$v^2 = \frac{(9-1)c^2}{9} \xRightarrow{\text{نجذر}} \boxed{v = \frac{2\sqrt2}{3}c}$$

$$v = \frac{2\sqrt2}{3}\times3\times10^8 \Rightarrow \boxed{v = 2\sqrt2\times10^8 m.s^{-1}}$$

e) احسب الطاقة الحركية لهذا الجسيم وفق الميكانيك النسبي

$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$
$$E_k = 2E_0 = 2\times81\times10^{-15} = 162\times10^{-15}J$$

f) أحسب كمية الحركة وفق الميكانيك الكلاسيكي ثم وفق الميكانيك النسبي

كلاسيكياً: لا تتغير الكتلة بين حالتي السكون والحركة أي: $p = m_0v$

$$p = 9\times10^{-31}\times2\sqrt2\times10^8 \Rightarrow p = 18\sqrt2\times10^{-23}\ kg.m.s^{-1}$$

نسبياً: تزداد الكتلة m_0 عند الحركة وتصبح m فتكون كمية حركته:

$$p = mv = \gamma m_0v = 3\times9\times10^{-31}\times2\sqrt2\times10^8$$
$$\Rightarrow \boxed{p = 54\sqrt2\times10^{-23}kg.m.s^{-1}}$$

مسألة: بفرض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$، وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق ميقاتية يحملها، فما الزمن الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض ليعود رائد الفضاء من رحلته؟

الزمن الذي سجلته الميقاتية التي يحملها رائد الفضاء: $t_0 = 1\ year$.

الزمن الذي سجله المراقب الخارجي للرحلة (الاخ التوأم الذي بقي على الأرض): t

$$t = \gamma\ t_0 \xRightarrow{\text{نحسب}\gamma} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\sqrt{899}}{30}c\right)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{900}{900}-\frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} = \sqrt{900} = 30$$

أي أن الأخ التوأم انتظر ثلاثين عاماً حتى انتهت رحلة أخيه التوأم التي استغرقت بالنسبة له عاماً واحداً. $\Rightarrow t = 30\times1 = 30\ year$

المسألة رقم 12 « الكترونيات

ثوابت معطاة بالمسألة: سرعة الضوء: $C = 3\times10^{8}m.s^{-1}$: ثابت بلانك $h = 6.6\times10^{-34} = 66\times10^{-35}J.s$

شحنة الإلكترون: $e = 1.6\times10^{-19} = 16\times10^{-20}(c)$: كتلة الإلكترون $m_e = 9\times10^{-31}(kg)$

A) نطبق فرقاً في الكمون، قيمته $V = 720(V)$ بين اللبوسين الشاقولين لمكثفة مستوية، ندخل إلكتروناً ساكناً في نافذة اللبوس السالب استنتج العلاقة المحدّدة لسرعة هذا الإلكترون عندما يخرج من نافذة مقابلة اللبوس الموجب _ بإهمال ثقل الإلكترون _ ثم احسب قيمتها

عند دخول الإلكترون من النافذة فإنه يخضع لقوة كهربائية $\vec{F}$ محمولة على الحقل الكهربائي وتعاكسه بالاشارة

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة ترك المهبط (اللبوس السالب) بدون سرعة ابتدائية

الوضع الثاني: لحظة الوصول للمصعد (اللبوس الموجب)

$$\overline{\Delta E_K} = \sum \overline{W_{\vec{F}}}$$
$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{F}}$$
$$\frac{1}{2}m_e v^2 = \underbrace{F}\,.d$$
$$\frac{1}{2}m_e v^2 = e\,\underbrace{E.d}$$
$$\frac{1}{2}m_e v^2 = e\,U$$

يمكن استخدام نظرية الطاقة الحركية
راسم الاهتزاز – الأشعة المهبطية
الأشعة السينية – الكترونات مسرعة

$$v^2 = \frac{2eU}{m_e} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times16\times10^{-20}\times720}{9\times10^{-31}}} \Rightarrow \boxed{v = 16\times10^{6}(m.s^{-1})}$$

B) على فرض أن الإلكترون الأفقي يتحرك بسرعة $4\times10^{4}km.s^{-1}$ ليدخل بهذه السرعة لحظة بدء خضوعه لتأثير اللبوسين الأفقيين لمكثفة مشحونة يبعدان عن بعضهما $2cm$ بينهما فرق الكمون $10^{3}(V)$

1) أحسب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة.

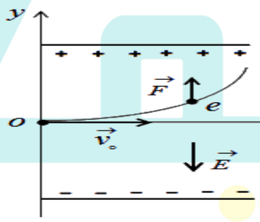
$v_0 = 4\times10^{7}(m.s^{-1})$ $d = 2\times10^{-2}(m)$ $U = 10^{3}(V)$

$U = E.d \Rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{10^3}{2\times10^{-2}} = 5\times10^{4}(V.m^{-1})$

2) أحسب شدة القوة الكهربائية التي يخضع لها الإلكترون بإهمال ثقله.

$F = eE = 16\times10^{-20}\times5\times10^{4} = 8\times10^{-15}(N)$

3) استنتج معادلة حامل مسار الإلكترون المتحرك بين لبوسي المكثفة



$\sum\vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m.\vec{a}$

نسقط على $\overline{ox}$ ⇦ $0 = m_e.a_x$

$\Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow$ الحركة مستقيمة منتظمة

$x = V_0 t + x_0 \Rightarrow$

$\boxed{x = vt}$ (1)

نسقط على OY

$F = m_e.a_y \Rightarrow a_y = \frac{eE}{m_e} = CONST$

الحركة متغيرة بانتظام $y = \frac{1}{2}a_y t^2$

$y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}.t^2$ (2)

نعزل الزمن من (1) ونعوض في (2):

$t = \frac{x}{v} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}.\frac{x^2}{v^2}$

$E = \frac{U}{d} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}\frac{e.U}{m_e.v^2.d}.x^2}$

$y = \frac{1\times16\times10^{-20}\times10^{3}}{2\times9\times10^{-31}\times16\times10^{14}\times2\times10^{-2}}.x^2$

$\boxed{y = \frac{25}{9}x^2}$ حامل مسار الالكترون يمثل قطع مكافئ

4) حساب شدة الحقل المغناطيسي المعامد للحقل الكهربائي المتولد بين لبوسي المكثفة الذي يجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة ...

حقل مغناطيسي ⇦قوة مغناطيسية

حقل كهربائي ⇦قوة كهربائية

$\sum\vec{F} = m.\vec{a}$

حركة مستقيمة منتظمة ⇦ $a=0$

$\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$

$F_{\text{كهربائية}\ e} = F_{\text{لورنتز}}$

$eE = evB\sin\frac{\pi}{2}$

$B = \frac{E}{v} = \frac{5\times10^{4}}{4\times10^{7}} = \frac{5}{4}\times10^{-3}(T)$

C) خلية ضوئية (حجيرة كهرضوئية)، يتكون المهبط فيها من صفيحة من السيزيوم حيث تساوي عتبة طول الموجة اللازم لانتزاع الالكترون $\lambda_s = 6600A^0$

1) أحسب الطاقة اللازمة لانتزاع الالكترون، وما الشرط الذي يجب أن يحققه طول موجة الضوء لتعمل الحجيرة الكهرضوئية

$\lambda_s = 66\times10^{2}A^\circ = 66\times10^{2}\times10^{-10} = 66\times10^{-8}(m)$

$E_s = hf_s = h\frac{C}{\lambda_s}$

$E_s = 66\times10^{-35}\times\frac{3\times10^{8}}{66\times10^{-8}} \Rightarrow \boxed{E_s = 3\times10^{-19}J}$

شرط عمل الحجيرة الكهرضوئية : $\lambda \le \lambda_s \Rightarrow \lambda \le 66\times10^{-8}m$

2) أحسب عدد الالكترونات الصادرة عن المهبط في الثانية إذا كانت شدة التيار $16mA$

$q = \begin{cases} It \\ Ne \end{cases} \Rightarrow It = Ne$

$N = \frac{It}{e} = \frac{16\times10^{-3}\times1}{16\times10^{-20}} = 10^{17}$ إلكترون

3) تعرض الخلية لحزمة ضوئية بطول موجة $\lambda = 4400A^0$ فيجري انتزاع الكترونات ، أحسب الطاقة الحركية والسرعة العظمى لكل الكترون منتزع

$E_K = E - E_s \Rightarrow E_K = hf - E_s$

$E_K = h.\frac{c}{\lambda} - E_s$

$E_K = \frac{66\times10^{-35}\times3\times10^8}{44\times10^{-8}} - 3\times10^{-19} = \frac{18}{4}\times10^{-19} - 3\times10^{-19}$

$E_K = (4.5-3)\times10^{-19} \Rightarrow \boxed{E_K = 1.5\times10^{-19}J}$

$E_K = \frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}} = \sqrt{\frac{1.5\times10^{-19}}{9\times10^{-31}}}$

$\boxed{v = \frac{\sqrt{1.5}}{3}\times10^6 m.s^{-1}}$

4) أحسب كمية حركة الفوتون

$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{66\times10^{-35}}{44\times10^{-8}} = \frac{6}{4}\times10^{-27} = 1.5\times10^{-27}kg.m.s^{-1}$

5) أحسب قيمة كمون الإيقاف

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: عند المهبط بسرعة عظمى الوضع الثاني: قبيل المصعد بسرعة معدومة

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{F}}$

$0 - E_{k_1} = e(-U_0) \Rightarrow U_0 = \frac{E_{k_1}}{e} = \frac{1.5\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.9\ V$

D) يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بفرق كمون $8\times10^4 volt$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً.

1) استنتج بالرموز الطاقة الحركية لأحد الإلكترونات لحظة وصوله لمقابل المهبط (صفيحة البلاتين). وسرعة الالكترون لحظة اصطدامه بالهدف

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

الوضع الأول: لحظة تركه المهبط دون سرعة ابتدائية

الوضع الثاني : لحظة الوصول للمصعد

$\overline{\Delta E_K} = \sum \overline{W_{\vec{F}}} \Rightarrow \Delta E_K = W_{\vec{F}} = F.d \Rightarrow$

$E_K - E_{K_0} = e.E.d \Rightarrow \boxed{E_K = e.U}$

$E_K = 16\times10^{-20}\times8\times10^4 = 128\times10^{-16}J$

$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times16\times10^{-20}\times8\times10^4}{9\times10^{-31}}} = \frac{16}{3}\times10^{12,5}\ m.s^{-1}$

2) احسب قيمة التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة وطول الموجة الموافق لذلك التواتر (أقصر طول موجة للأشعة الصادرة)

$E = E_K$

$h.f_{max} = e.U$

التواتر الأعظمي : $f_{max} = \frac{e.U}{h} = \frac{16\times10^{-20}\times8\times10^4}{66\times10^{-35}} = 19,4\times10^{18}Hz$

$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}}$

أقصر طول موجة: $\lambda_{min} = \frac{3\times10^8}{19,4\times10^{18}} = 0,155\times10^{-10}\ m$

E) إذا علمت أن طاقة تأين جزيئات الهواء هي $E' = 10\ eV$. اوجد المسار الحر الوسطي (L) للإلكترون في الهواء علماً أن $e = 1.6\times10^{-19}C$، وأن الافراغ الشرري يظهر عندما تصل شدة الحقل الكهربائي إلى $E = 3\times10^6\frac{V}{m}$

نحول طاقة التأين E' المعطاة من eV إلى J $\xleftarrow{\text{نضرب بشحنة الإلكترون}}$ $E' = 10\times1.6\times10^{-19} = 16\times10^{-19}J$

طول المسار الحر الوسطي: $L = \frac{U}{E} \Leftarrow U = E_{\text{حقل كهربائي}}.L$

نحسب U: $E' = eU \Rightarrow U = \frac{E'}{e} = \frac{16\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 10\ V$

طول المسار الحر الوسطي : $L = \frac{U}{E} = \frac{10}{3\times10^6} = \frac{1}{3}\times10^{-5}m$

F) احسب الطاقة المتحررة وطول موجة الإشعاع الصادر عندما يهبط إلكترون من السوية الثالثة ذات الطاقة $E_3 = -1.51\ ev$ إلى السوية الثانية ذات الطاقة $E_2 = -3.4\ ev$

$\Delta E = E_{2_{\text{نهائي}}} - E_{3_{\text{بدائي}}} = (-3.4) - (-1.51) = -1.89\ eV \xrightarrow{\text{نحول من } eV \text{ إلى } J \text{ نضرب بشحنة الإلكترون}}$

$\Delta E = -1.89\times1.6\times10^{-19} = \underbrace{-}_{\text{نقصان الطاقة}} 3.024\times10^{-19}J \xrightarrow{\text{الطاقة المتحررة}} \boxed{\Delta E = 3.024\times10^{-19}J}$

$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{3.024\times10^{-19}} = 6.6\times10^{-7}m$

G) يخضع إلكترونا يتحرك بسرعة $8\times10^3\ km.s^{-1}$ إلى تأثير حقل مغناطيسي منتظم ناظمي على شعاع شدته $B = 5\times10^{-3}T$ ، المطلوب.

1. أحسب شدة القوة المغناطيسية

$v = 8\times10^3 km.s^{-1} = 8\times10^3\times10^3 = 8\times10^6 m.s^{-1}$

قوة مغناطيسية $F = e.v.B.Sin\theta$

$F = 1.6\times10^{-19}\times8\times10^6\times5\times10^{-3}\times1$

$\boxed{F = 6.4\times10^{-15}\ N}$

2. برهن أن حركة الإلكترون ضمن المنطقة التي يسدها الحقل المغناطيسي هي حركة دائرية منتظمة

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_e\vec{a}$

$e\vec{v}\wedge\vec{B} = m_e\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m_e}\vec{v}\wedge\vec{B}$

من خواص الجداء الشعاعي: $\vec{a}\perp\vec{B}$ ، $\vec{a}\perp\vec{v}$

التسارع ناظمي فحركة الإلكترون ضمن المنطقة التي يسودها الحقل المغناطيسي هي حركة دائرية منتظمة

3. استنتج العلاقة المحددة لنصف القطر لهذا المسار ، واحسب قيمته

جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الإلكترون يتحرك سرعته $\vec{v}\perp\vec{B}$

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{F}$ المغناطيسية ، ثقل الإلكترون W ومهمل لصغره امام القوة المغناطيسية

$\sum\vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{المغناطيسية}} = m.\vec{a}$

بالاسقاط على الناظم:

$F_{\text{لورنز}} = m.a_c \Rightarrow e.v.B.Sin\frac{\pi}{2} = m\frac{v^2}{r}$

$r = \frac{mv}{eB} = \frac{9\times10^{-31}\times8\times10^6}{16\times10^{-20}\times5\times10^{-3}} \Rightarrow \boxed{r = 9\times10^{-3}\ m}$

4. أحسب دور الحركة

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\times9\times10^{-3}}{8\times10^6} \Rightarrow \boxed{T = \frac{9\pi}{4}\times10^{-9}\ S}$

المسألة رقم 13 « الفيزياء الفلكية

ثوابت معطاة بالمسألة : سرعة الضوء: $C = 3\times10^8 m.s^{-1}$ ثابت هابل $H_0 = 68\ kg.s^{-1}/Mpc$ ، الفرسخ الفلكي $pc = 3.26\ ly$

سافر رائد فضاء في مركبة فضائية إلى أحد كواكب المجرة باعتبار لهذا الكوكب شكل كروي قطره $6800\ km$ وكتلته $M = 6.4\times10^{23}kg$ وثابت الجاذبية العام $G = 6.673\times10^{-11}N.m^2kg^{-2}$

1. احسب سرعة الإفلات من جاذبية هذا الكوكب

$$E_k = E_p$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = F_G.r$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{mM}{r^2}r \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{r}$$
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\times6.673\times10^{-11}\times6.4\times10^{23}}{3400\times10^3}}$$
$$\Rightarrow \boxed{v = 15.5\times10^3 m.s^{-1}}$$

هي سرعة الإفلات من جاذبية هذا الكوكب

2. لو ضغط الكوكب حتى أصبح ثقباً أسوداً. فاحسب نصف قطره عندئذٍ.

$$v^2 = \frac{2GM}{r} \xRightarrow{v=c} c^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2}$$
$$r = \frac{2\times6.673\times10^{-11}\times6.4\times10^{23}}{(3\times10^8)^2} \Rightarrow$$
$$\boxed{r = 9.3\times10^{-4}m}$$

أي يجب أن يصبح الكوكب بحجم كرة نصف قطرها أقل من واحد ميلي متر.

3. على فرض أن المحطة الأرضية قاست الانزياح في طول موجة الهيدروجين لتلك المجرة فكان 5% مما كان عليه، احسب بعد تلك المجرة.

نحسب بعد المجرة من قانون هابل : $v' = H_0 d \Rightarrow \boxed{d = \frac{v'}{H_0}}$

- يجب حساب سرعة الابتعاد v' حسب تأثير دوبلر:

$$\lambda' = \left(1+\frac{v'}{c}\right)\lambda \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{v'}{c}\lambda$$
$$\lambda' - \lambda = \frac{v'}{c}\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{v'}{c}\lambda$$
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v'}{c} \xRightarrow{\text{نعوض لحساب } v'}$$

من الفرض الانزياح في طول الموجة : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 5\% = 5\times10^{-2}$

$$5\times10^{-2} = \frac{v'}{3\times10^8} \Rightarrow v' = 15\times10^6\ m.s^{-1}$$

- يجب حساب ثابت هابل بالواحدات الدولية: $H_0 = \frac{68\ km.s^{-1}}{Mpc}$

$$H_0 = \frac{68\times10^3 m.s^{-1}}{10^6\times3.26\ light\ year}$$
$$H_0 = \frac{68\times10^3 m.s^{-1}}{10^6\times3.26\times3\times10^8\times365.25\times24\times3600\ m}$$
$$H_0 = \frac{68\times10^3 s^{-1}}{10^6\times3\times10^{16}} = \frac{68}{3}\times10^{-19}s^{-1}$$

نعوض في قانون هابل :

$$d = \frac{v'}{H_0} = \frac{15\times10^6}{\frac{68}{3}\times10^{-19}} \Rightarrow \boxed{d = \frac{45}{68}\times10^{25}m}$$

وهو بعد تلك المجرة عنا.

4. باعتبار لهذا الكوكب شكل كروي قطره $6800\ km$ وكتلته $6.4\times10^{23}kg$.
1. احسب سرعة الإفلات من جاذبية المريخ.
2. لو ضغط المريخ حتى أصبح ثقباً أسوداً. فاحسب نصف قطر المريخ عندئذٍ.

الحل:

-1
$$E_k = E_p$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = F_G.r$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{mM}{r^2}r \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{r}$$
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\times6.673\times10^{-11}\times6.4\times10^{23}}{3400\times10^3}} \Rightarrow$$
$$\boxed{v = 15.5\times10^3 m.s^{-1}}$$

هي سرعة الإفلات من جاذبية المريخ .

-2 نصف قطر شفارتزشيلد $r = \frac{2GM}{c^2}$

$$v^2 = \frac{2GM}{r} \xRightarrow{v=c} c^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2}$$
$$r = \frac{2\times6.673\times10^{-11}\times6.4\times10^{23}}{(3\times10^8)^2} \Rightarrow$$
$$\boxed{r = 9.3\times10^{-4}m}$$

أي يجب أن يصبح المريخ بحجم كرة نصف قطرها أقل من واحد ميلي متر.

سؤال الخطوط البيانية

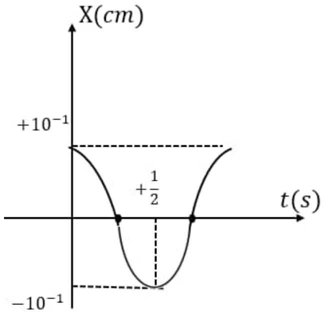
1) يمثل الخط البياني تابع المطال للنواس المرن استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة ونبضها وسعتها

السرعة العظمى (طويلة)

التابع الزمني لمطالها .

التابع الزمني للسرعة.

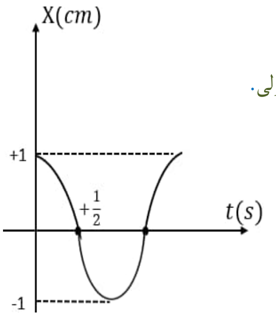


2) اقرأالخط البياني استنتج من هذا المنحني :

ماذا يمثل الخط البياني .

التابع الزمني للمطال .

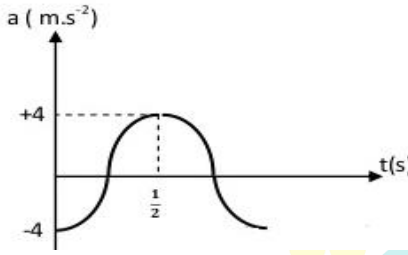
عين زمن مرور الجسم بوضع التوازن للمرة الأولى.



3) يمثل الخط البياني تابع التسارع لحركة جيبية انسحابية استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة وسعتها

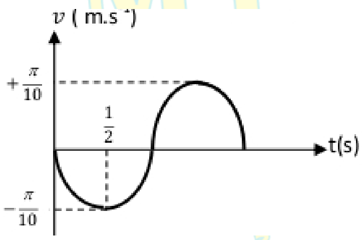
التابع الزمني لتسارعها



4) يمثل الخط البياني تابع السرعة لحركة جيبية انسحابية استنتج من هذا المنحني :

الدور الخاص للحركة ونبضها و سعتها

التابع الزمني لمطالها .



5) يبين الخط البياني الطاقة الميكانيكية لنواس مرن والطاقة الكامنة للجملة بدلالة المطال والمطلوب :

استنتج سعة الحركة .

احسب ثابت صلابة النابض .

احسب الطاقة الحركية من أجل : $\bar{x} = 0$ ، $\bar{x} = -2\ cm$