التمرين الأول:

أثبت أن المتتالية $u_n = \frac{6}{n^2+2n+4}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2

التمرين الثاني:

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $u_0 = -\frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = u_n^2 + 4u_n + 2$

١. أثبت أن $-2 \leq u_n \leq -1$ أياً كان العدد الطبيعي n

٢. أثبت أنّ $u_{n+1} - u_n = (u_n + 2)(u_n + 1)$ أياً كان العدد الطبيعي n

٣. استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثالث:

$(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة بالعلاقة: $u_n = e + \frac{e}{1!} + \frac{e}{2!} + \frac{e}{3!} + \cdots + \frac{e}{n!}$

١. أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

٢. استنتج أن العدد $3e$ عنصر راجح على المتتالية u_n ثم استنتج تقارب المتتالية u_n

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$

١. أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على المجال $]2, +\infty[$ ثم استنتج أن العدد 2 حد قاصر عن المتتالية u_n

٢. أثبت أن المتتالية u_n متناقصة تماماً.

٣. استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الخامس:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 3u_n - 4$ والمطلوب:

١. احسب الحدود u_1 و u_2 ثم ادرس إطراد المتتالية u_n

٢. أثبت أن المتتالية $v_n = u_{n+1} - u_n$ هندسية وعين أساسها وحدها الأول.

٣. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

٤. احسب نهاية المتتالية u_n, هل هي متقاربة أم متباعدة؟

٥. نعرف المتتالية S_n بالعلاقة:

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

عبر عن S_n بدلالة n واحسب نهايتها.

التمرين السادس:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{-1+2u_n}{u_n}$ والمطلوب:

١. أثبت بالتدريج أنّ $u_n > u_{n+1} > 1$ ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة.

نعرف المتتالية $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$,

٢. أثبت أن v_n حسابية عين حدها الأول وأساسها.

٣. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{n+2}{n+1}$ واحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

٤. هل المتتالية u_n محدودة من الأعلى بالعدد 2 ؟ هل هي محدودة؟

٥. أثبت أن $u_n < v_n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$