

أوراق جلسة المراجعة الامتحانية في مادة



الرياضيات

قسم الجبر

لطلاب الصف الثالث الاعدادي



الوحدة الأولى

♥ أولاً معرفة المجموعة التي يتبع لها عدد ما.

نصف العدد في المجموعة المناسبة بعد تبسيطه لأبسط شكل ممكن

✓ إذا لم يحوي العدد على فاصلة أو كسر أو جذر فهو عدد صحيح وإذا كان موجباً فهو عدد طبيعي.

(الأعداد الطبيعية جزء من الأعداد الصحيحة)

✓ إذا حوى العدد على فاصلة وكانت الأعداد بعد الفاصلة معدودة (منتهية) فهو عدد عشري.

✓ إذا حوى العدد على فاصلة وكانت الأعداد بعد الفاصلة غير منتهية دورية (متكررة) فهو عدد عادي غير عشري.

✓ جميع ما سبق أعداد عادية.

✓ أما الأعداد غير العادية فهي الأعداد التي تحوي على فاصلة غير منتهية وغير دورية كالجذور التي لا يوجد لها جذر عدد صحيح وكالعدد الشهير π .

تذكر وتدريب.

1. العدد $(\sqrt{3})^2$ هو عدد: دورة 2018

a	صحيح	b	عادي	c	غير عادي
---	------	---	------	---	----------

2. العدد $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ هو عدد: دورة 2020

a	صحيح	b	غير عادي	c	عشري
---	------	---	----------	---	------

3. العدد 10^3 هو: دورة 2021

a	صحيح	b	غير صحيح	c	غير عادي
---	------	---	----------	---	----------

4. العدد $\frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{2}$ هو عدد:

a	عادي	b	صحيح	c	غير عادي
---	------	---	------	---	----------

5. العدد الدال على مساحة سطح كرة نصف قطرها $\sqrt{3}$ هو عدد:

a	صحيح	b	عادي	c	غير عادي
---	------	---	------	---	----------

♥ ثانياً معرفة إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين.

استخدم إما طريقة الطرح المتتالي أو خوارزمية القسمة الإقليدية في حال كان السؤال تمرين أما في حال كان السؤال اختر الإجابة الصحيحة فاختر القواسم الموجودة ابتداء من العدد الأكبر بين الخيارات. وتذكر أن القاسم المشترك الأكبر لعددين يجب أن يكون قاسماً لكل من العددين في آن معاً أي أن حاصل قسمة كلا من العددين عليه هو عدد صحيح.

تذكر وتدريب.

1. القاسم المشترك الأكبر للعددين 105, 147 هو: دورة 2019

a	5	b	7	c	21
---	---	---	---	---	----

2. القاسم المشترك الأكبر للعددين 70, 84 هو: دورة 2021

a	14	b	5	c	2
---	----	---	---	---	---

3. القاسم المشترك الأكبر للعددين 18, 35 هو: دورة 2023

A	3	B	7	C	9	D	1
---	---	---	---	---	---	---	---

4. القاسم المشترك الأكبر للعددين a, b حيث $\frac{a}{b} = 3$ هو:

a	a	b	b	c	1
---	---	---	---	---	---

تمرين: ليكن العدد $A = \frac{25}{7} - \frac{512}{224}$ والمطلوب:

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 512 و 224

ثم اختزل الكسر $\frac{512}{224}$

2. احسب A وضعه بشكل كسر مختزل

ثم بين إذا كان عدد صحيح أم غير صحيح.

تمرين: ABC مثلث قائم في C ,

و $AC = 154$ و $BC = 693$.

1. اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 693 و 154.

2. احسب $\tan(\widehat{ABC})$ واكتب النسبة بشكل كسر مختزل.

♥ ثالثاً التحقق من أن عددين أوليان فيما بينهما واستخدام

هذه الخاصة في التحقق من مكانية اختزال كسر ما.

✓ يكون العددان أوليان فيما بينهما إذا كان القاسم

المشترك الوحيد بينهما هو العدد واحد.

✓ وللتحقق من أن عددين أوليين فيما بينهما بإمكانك أن تتبع أحد الأسلوبين الآتيين:

✓ أولاً أن تقوم بإيجاد القاسم المشترك الأكبر بينهما فإذا

كان واحد كان العددان أوليان فيما بينهما.

✓ ثانياً إذا كان السؤال اختر الإجابة الصحيحة فانظر إذا كان

للعددين قاسماً مشتركاً غير الواحد فهما ليسا أوليان

فيما بينهما وإذا تعذر إيجاد قاسم سوى الواحد فهما

أوليان فيما بينهما.

✓ يكون الكسر مختزلاً إذا كان بسطه ومقامه عددان أوليان

فيما بينهما.

✓ تكمن فائدة القاسم المشترك الأكبر في اختزال الكسور بتقسيم

بسط ومقام الكسر على القاسم المشترك الأكبر بينهما.

تذكر وتدريب.

1. الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{121}{77}$ هو: دورة 2018

A	$\frac{11}{3}$	B	$\frac{11}{7}$	c	$\frac{22}{7}$
---	----------------	---	----------------	---	----------------

2. العدان الأوليان فيما بينهما: دورة 2020

A	27, 33	B	11, 32	c	8, 42
---	--------	---	--------	---	-------

3. الكسر المختزل فيما يأتي هو: دورة 2021

A	$\frac{3}{102}$	B	$\frac{6}{111}$	c	$\frac{3}{101}$
---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------

4. الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{130}{520}$ هو: دورة 2022

A	$\frac{1}{8}$	B	$\frac{1}{2}$	c	$\frac{1}{4}$
---	---------------	---	---------------	---	---------------

5. إذا كان a, b عددان أوليان فيما بينهما فإن القاسم المشترك

الأكبر لهما هو:

A	a	B	b	c	1
---	---	---	---	---	---

الوحدة الثانية

♥ أولاً التعامل مع سؤال القوى.

- ✓ ضرب القوى هو جمع الأسس بشرط أن يكون الأساس نفسه. مثال: $5^3 \times 5^8 = 5^{11}$
- ✓ قسمة القوى هي طرح الأسس بشرط أن يكون الأساس نفسه. مثال: $\frac{3^{10}}{3^8} = 3^2$
- ✓ انت تستطيع توزيع القوى على عمليتي الضرب والقسمة. مثال: $(4\sqrt{5})^2 = 4^2 \times \sqrt{5}^2 = 16 \times 5 = 80$
- $\left(\frac{4}{9}\right)^5 = \frac{4^5}{9^5}$
- ✓ إذا كان للقوة قوة فإننا نضرب الأسس ونحافظ على الأساس. مثال: $(2^8)^5 = 2^{40}$
- ✓ من أهم الأمور التي يجب عليك أن تتقنها هي معرفة توحيد أساسات القوى (حول جميع الأساسات لأعداد ذهبية). مثال:

$$4^3 \times 2^5 = (2^2)^3 \times 2^5 = 2^6 \times 2^5 = 2^{11}$$

$$9^5 \times 3^{-2} = (3^2)^5 \times 3^{-2} = 3^{10} \times 3^{-2} = 3^8$$

تذكر وتدريب

1. ثلث العدد 3^4 يساوي: دورة 2019
- | | | | | | |
|----|---|----|---|---|---|
| 27 | c | 81 | B | 9 | A |
|----|---|----|---|---|---|
2. العدد $\frac{3^7 \times 2^8}{9^3 \times 2^5}$ يساوي: دورة 2022
- | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|
| 26 | c | 12 | B | 24 | A |
|----|---|----|---|----|---|
3. ناتج $\frac{2^5 \times 2^{-3} \times 3^2}{2^2 \times 3^{-1}}$ يساوي: دورة 2023
- | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|----|---|
| 4 | D | 9 | C | 27 | B | 16 | A |
|---|---|---|---|----|---|----|---|
4. إن قيمة المقدار $2^5 + 2^5 + 2^6$ يساوي:
- | | | | | | |
|----|---|-----|---|-----|---|
| 27 | c | 616 | B | 216 | A |
|----|---|-----|---|-----|---|
- تمرين دورة 2020: احسب قيمة المقدار $B = \frac{4^5 \times 3^2 \times 15}{2^6 \times 3^3}$.

- ✚ $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$
- ✚ $\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
- ✓ كما أنك لا تستطيع توزيع الجذر على عمليتي الجمع والطرح أي أن $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$
- ✓ تستطيع القيام بأي عملية ضرب في الجذور ولكن تذكر أن تضرب الأمثال بالأمثال والجذر بالجذر أمثلة:
- ✚ $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$
- ✚ $4\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{10}$
- ✚ $4\sqrt{5} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{10}$
- ✚ $4\sqrt{5} \times 2 = 8\sqrt{5}$
- ✓ إذا طلب منك الكتابة بالصيغة عدد دون أمثال قم بتربيع الأمثال وأدخلها تحت الجذر لتضرب بالعدد الموجود تحت الجذر مثال: $5\sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$
- تذكر وتدريب.

1. العدد $\sqrt{3} \times 5\sqrt{3}$ يساوي: دورة 2020
- | | | | | | |
|-----|---|----|---|------|---|
| 7√3 | c | 15 | B | 15√3 | A |
|-----|---|----|---|------|---|
2. العدد $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ يساوي: دورة 2022
- | | | | | | |
|--------|---|--------|---|-----|---|
| 1 + √2 | c | 1 - √2 | B | 5√2 | A |
|--------|---|--------|---|-----|---|
3. إن قيمة العدد $\sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{9}}}$ تساوي:
- | | | | | | |
|-------|---|-------|---|-------|---|
| A = 2 | c | A = 3 | B | A = 4 | A |
|-------|---|-------|---|-------|---|
4. ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ تساوي:
- | | | | | | |
|-----|---|-----|---|-----|---|
| 3√3 | c | 6√3 | B | 6√2 | A |
|-----|---|-----|---|-----|---|

تمرين دورة 2021: المستطيل ABCD بعده

1. اكتب كلاً من بعدي المستطيل بالصيغة $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح موجب.
2. احسب محيط المستطيل ومساحته.

♥ رابعاً التعامل مع الجذور.

- ✓ من أهم القواعد التي يجب عليك أن تتذكرها هي معرفة تبسيط جذر حيث هناك طريقتان لتبسيط جذر لعدد ما. الطريقة الأولى: هي أن تحول العدد الموضوع تحت الجذر لجداء عددين أحدهما جذره عدد صحيح والآخر نبقية تحت الجذر. مثال: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$
- $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$
- الطريقة الثانية: هي الاستعانة بتحويل العدد لجداء عوامله الأولية وهنا تذكر أننا نستخدم مجموعة الأعداد الأولية (الذهبية ... 2, 3, 5) مثال:

$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$			$\sqrt{4500} = 30\sqrt{5}$		
128	2		4500	2	
64	2	2	2250	2	2
32	2		1125	3	
16	2	2	375	3	3
8	2		125	5	
4	2	2	25	5	5
2	2	√2	5	5	√5
1			1		

- ✓ تذكر عند وجود جذر في مقام الكسر أن تضرب البسط والمقام بذات الجذر الموجود في المقام لإزالته.
- مثال: $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$
- ✓ تذكر أنك لا تستطيع أن تجمع جذرين مختلفين إطلاقاً وإنما تستطيع الجمع إذا كانت الجذور متشابهة أمثلة:

- ✚ لا يمكن الجمع $\sqrt{2} + 7$
- ✚ لا يمكن الجمع $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
- ✚ لا يمكن الجمع $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$
- ✚ لا يمكن الجمع $4\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

تمرين 2021: لدينا المقدار $E = (x - 2)(2x + 5) - 3(x - 2)$

1. انشر E ثم اختزله.
2. حلل E الى جداء عوامل.

تمرين 2020: نتأمل المقدار $A = (x - 5)^2 - 9$ والمطلوب:

- (a) انشر ثم اختزل A .
- (b) حلل A الى جداء عوامل.

غالباً تمارين التحليل يأتي بعدها جداء صفري وهذا ما ستراه بعد قليل ٢٥

الوحدة الثالثة

♥ أولاً التعامل مع معادلات الدرجة الأولى.

جميعنا نعلم كيف نقوم بحل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد وهي تتلخص في نقل المجاهيل الى طرف والمعاليم الى الطرف الآخر مع تغيير إشارة الحد المنقول ثم بعد جمع الحدود المتشابهة نقسم على أمثال المجهول لنحصل على قيمته وهنا يجب أن اذكركم أن حل المعادلة هي قيمة المجهول التي تجعلها محققة (تجعل المساواة صحيحة) اليكم بعض التمارين البسيطة:

حل كل من المعادلات الآتية:

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 3x + 7 \\ 5x - 3x &= 7 + 3 \\ 2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{2} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 5)^2 &= (x - 3)^2 \\ (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2 &= (x)^2 - 2(x)(3) + (3)^2 \\ x^2 + 10x + 25 &= x^2 - 6x + 9 \\ x^2 - x^2 + 10x + 6x &= 9 - 25 \\ 16x &= -16 \\ x &= -\frac{16}{16} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

إذا اعطاك نص وطلب منك اصطلاح معادلة فلتقرأ النص بشكل جيد وتحدد منه المطلوب وتفرضه مجهولاً ثم تقوم بالاصطناع والحل بهدوء.

أمثلة:

$$\begin{aligned} 6x - 15 &= 3(2x - 5) \\ 2x^2 - 5x &= x(2x - 5) \\ 8x^2 + 20x &= 4x(2x + 5) \\ (3x - 1)(2x + 5) + 10(2x + 5) &= \\ &= (2x + 5)(3x - 1 + 10) \\ &= (2x + 5)(3x + 9) \\ (2x + 5)(x + 1) + (8x - 2)(x + 1) &= \\ &= (x + 1)(2x + 5 + 8x - 2) \\ &= (x + 1)(10x + 3) \\ (5x + 7)^2 - (5x + 7)(3x - 8) &= \\ &= (5x + 7)(5x + 7 - 3x + 8) \\ &= (5x + 7)(2x + 15) \\ (10x + 3)^2 + (10x + 3) &= \\ &= (10x + 3)(10x + 3 + 1) \\ &= (10x + 3)(10x + 4) \\ (5x + 3)^2 + 10x + 6 &= \\ &= (5x + 3)^2 + 2(5x + 3) \\ &= (5x + 3)(5x + 3 + 2) = (5x + 3)(5x + 7) \end{aligned}$$

ثانياً: المطابقات التربيعية الشهيرة

أولاً نحاول التحليل بسحب عامل مشترك فإذا تعذر فإننا نستخدم المطابقات التربيعية الشهيرة.

ثم نقوم بعد الحدود فإذا كانت ثلاثة حدود بحيث يكون للحددين الأول والأخير جذر صحيح والحد الثاني هو ضعفي جذر الأول بجذر الثاني فإننا نقوم بما يلي:

$$\underbrace{a^2}_{\text{جذر الأول}} + \underbrace{\pm 2ab}_{\text{إشارة الثاني}} + \underbrace{b^2}_{\text{جذر الثالث}} = (a \pm b)^2$$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 &= (x + 3)^2 \\ x^2 - 10x + 25 &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

أما إذا كان لدينا حدان فقط بشرط أن يوجد بينهما عملية طرح حصراً ولهما جذران صحيحان فإننا نتبع طريقة...

(حددين-قوسين-واحد موجب-واحد سالب-جذر الأول-جذر الثاني)

$$\begin{aligned} 4x^2 - 25 &= (2x - 5)(2x + 5) \\ (2x - 1)^2 - 9 &= (2x - 1 + 3)(2x - 1 - 3) \\ &= (2x + 2)(2x - 4) \end{aligned}$$

♥ ثانياً النشر.

عزيزي الطالب تذكر دوماً أن الهدف الأساسي من عملية النشر هو التحويل من جداء الى مجموع أي أن فكرة النشر الأساسية هي التخلص من الأقواس.

ولدينا للنشر ثلاثة أشكال:

أولاً: خاصة التوزيع

مثال: $3x(2x - 5) = 6x^2 - 15x$

مثال: $(2x - 3)(5x + 10) =$
 $= 10x^2 + 20x - 15x - 30$
 $= 10x^2 + 5x - 30$

ثالثاً: المطابقات التربيعية الشهيرة

$$(_ \pm _)^2 = (_)^2 \pm 2(_)(_) + (_)^2$$

$$(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(4) + (4)^2$$

$$= 9x^2 + 24x + 16$$

$$(5x - 7)^2 = (5x)^2 - 2(5x)(7) + (7)^2$$

$$= 25x^2 - 70x + 49$$

$$(10x - 7)(10x + 7) = (10x)^2 - (7)^2$$

$$= 100x^2 - 49$$

♥ ثالثاً التحليل.

عزيزي الطالب تذكر دوماً أن الهدف الأساسي من عملية التحليل هو التحويل من مجموع الى جداء أي أن المراد بالتحليل أن تحصل على جداء أقواس $(- - -)(- - -)$.

ولدينا للتحليل أسلوبين:

أولاً: سحب عامل مشترك نقصد بكلمة عامل مشترك:

قاسم مشترك. حد مشترك. شيء مكرر. بعملية التحليل نحن نقسم على هذا الحد ونكتبه في بداية العبارة الجبرية ونكتب ما تبقى من الحدود بقوس منفصل.

ثانياً حل المتراجحة.

لحل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد تتبع ذات الخطوات التي اتبعناها في حل المعادلة مع مراعاة القسمة على عدد سالب لأنها تغير جهة المتراجحة.

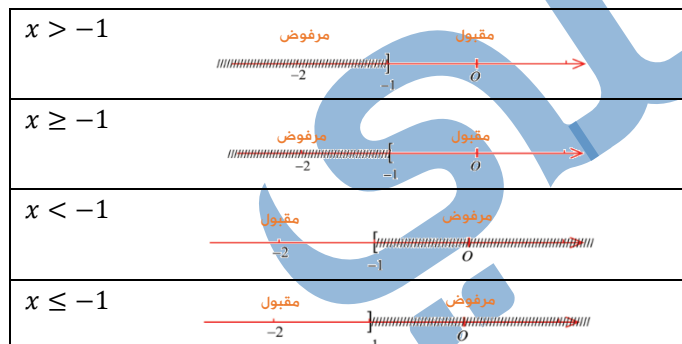
حل كل من المتراجحات الآتية:

$$\begin{aligned} 5x - 2 &> 2x + 7 \\ 5x - 2x &> 7 + 2 \\ 3x &> 9 \\ x &> \frac{9}{3} \\ x &> 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x - 9 &\geq 9x + 3 \\ 7x - 9x &\geq 3 + 9 \\ -2x &\geq 12 \\ x &\leq \frac{12}{-2} \\ x &\leq -6 \end{aligned}$$

ثالثاً تمثيل حلول المتراجحة

إذا طُلب منا تمثيل حلول متراجحة على مستقيم الأعداد فعلينا أولاً أن ننظر إلى قيم المجهول المحققة للمتراجحة ومن ثم رسم مستقيم الأعداد وتوضيح القيمة التي تفصل حلول المتراجحة عن غيرها ووضع كلمة مقبول فوق القيم التي تحقق المتراجحة وكلمة مرفوض فوق القيم التي لا تحقق المتراجحة أو نقوم بتظليل هذه المنطقة من مستقيم الأعداد وسأشرح لكم أكثر عن طريق الأمثلة في التمرين أدناه.

♥ ثالثاً التعامل مع معادلات الدرجة الثانية ذات الشكل $x^2 = n$

نميز للعدد n ثلاث حالات:

أولاً إذا كان n عدداً موجباً كان لـ x قيمتان مختلفتان بالإشارة هما \sqrt{n} , $-\sqrt{n}$.

$$\begin{aligned} (x + 5)^2 &= 10(x + 5) \\ (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2 &= 10x + 50 \\ x^2 + 10x + 25 &= 10x + 50 \\ x^2 + 10x - 10x &= 50 - 25 \\ x^2 &= 25 \end{aligned}$$

أو	إما
$x = -\sqrt{5}$ $x = -5$	$x = \sqrt{5}$ $x = 5$

ثانياً إذا كان n عدداً معدوماً كانت قيمة x معدومة وكان للمعادلة حل وحيد (حل مضاعف أو مكرر).

الصفر يأكل التربيع

$$\begin{aligned} x^2 &= 0 \Rightarrow x = 0 \\ (2x - 10)^2 &= 0 \Rightarrow 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

ثالثاً إذا كان n عدداً سالباً كانت المعادلة مستحيلة الحل.

$$x^2 = -25$$

المعادلة مستحيلة الحل

♥ رابعاً المتراجحات

غالباً ما يكون لهذا الدرس ثلاثة أنواع من الطلبات:

أولاً اختبار عدد إذا كان حلاً للمتراجحة ام لا.

مثال: أي العددين 3, 5 حلاً للمتراجحة

$$5x - 3 \leq 17$$

نعوض 3 في المتراجحة

$$\begin{aligned} 5(3) - 3 &\leq 17 \\ 15 - 3 &\leq 17 \\ 12 &\leq 17 \end{aligned}$$

محقة

ومنه 3 حلاً للمتراجحة

نعوض 5 في المتراجحة

$$\begin{aligned} 5(5) - 3 &\leq 17 \\ 25 - 3 &\leq 17 \\ 22 &\leq 17 \end{aligned}$$

غير محقة

ومنه 5 ليست حلاً للمتراجحة

♥ ثانياً إتقان استخدام خاصة الجداء الصفري

عناصر الجداء الصفري هي جداء وصفر. حيث إذا كان جداء مضارب معدوماً كان أحد هذه المضارب على الأقل معدوماً.

حل كل من المعادلات الآتية:

$$(2x + 8)(3x - 15) = 0$$

أو	إما
$2x + 8 = 0$ $2x = -8$ $x = \frac{-8}{2}$ $x = -4$	$3x - 15 = 0$ $3x = 15$ $x = \frac{15}{3}$ $x = 5$

$$\begin{aligned} (2x - 3)(x + 6) - (x + 6)^2 &= 0 \\ (x + 6)(2x - 3 - x - 6) &= 0 \\ (x + 6)(x - 9) &= 0 \end{aligned}$$

أو	إما
$x + 6 = 0$ $x = -6$	$x - 9 = 0$ $x = 9$

$$36 - (2x - 4)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} (6 + (2x - 4))(6 - (2x - 4)) &= 0 \\ (6 + 2x - 4)(6 - 2x + 4) &= 0 \\ (2x + 2)(-2x + 10) &= 0 \end{aligned}$$

أو	إما
$2x + 2 = 0$ $2x = -2$ $x = \frac{-2}{2}$ $x = -1$	$-2x + 10 = 0$ $-2x = -10$ $x = \frac{-10}{-2}$ $x = 5$

تمرين 2023: لدينا المقدار $B = (3x + 1)(x - 5) - (3x + 1)^2$

1. أنشر B واختزله.

2. حلل B إلى جداء عاملين.

3. حل المعادلة $B = 0$.

تمرين 2022: لدينا المقدار $E = (x - 1)^2 - 4$

1. أنشر E ثم اختزله.

2. حلل E إلى جداء عاملين.

3. حل المعادلة $E = -3$.

الوحدة الرابعة

جملة معادلتين خطيتين بمجهولين

- الثنائية (x, y) التي تحقق كلاً من معادلتين الجملة في آن معاً تسمى حلاً للجملة.

- حل جملة المعادلتين بالمجهولين x, y هو إيجاد الثنائية التي تحقق المعادلتين في آن معاً.

كيفية حل جملة معادلتين؟

لحل جملة معادلتين بمجهولين يجب أن نردها الى معادلة واحدة بمجهول واحد عن طريق حذف معادلة ومجهول وهنا لدينا أسلوبين للحل:

أولاً: طريقة الحذف بالتعويض:

لحل جملة معادلتين بمجهولين بطريقة الحذف بالتعويض نتبع الخطوات الآتية:

1. نوجد قيمة أحد المجهولين بدلالة الآخر من إحدى المعادلتين ونسمي تلك العلاقة *.
2. نعوض قيمة هذا المجهول في المعادلة الأخرى فنحصل على معادلة بمجهول واحد.
3. نحلها لنوجد قيمته ثم نعوض تلك القيمة في العلاقة * لنوجد المجهول الآخر.
4. نكتب الحل على شكل ثنائية (x, y) .

أوجد الحل الجبري للجملة

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \dots\dots 1 \\ x + 2y = 8 \dots\dots 2 \end{cases}$$

من 2 نجد:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ x &= 8 - 2y \end{aligned}$$

نعوض في 1:

$$\begin{aligned} 3x - y &= 3 \\ 3(8 - 2y) - y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 - 6y - y &= 3 \\ -7y &= 3 - 24 \\ -7y &= -21 \\ \frac{-21}{-7} &\Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

نعوض في *

$$\begin{aligned} x &= 8 - 2(3) \\ x &= 8 - 6 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

ومنه الثنائية $(2, 3)$ هي الحل المشترك للجملة.

ثانياً: طريقة الحذف بالجمع:

لحل جملة معادلتين بمجهولين بطريقة الحذف بالجمع نتبع الخطوات الآتية:

1. نوجد أمثال أحد المجهولين في كلتا المعادلتين بشرط تعاكس الإشارة.
2. نجمع كلا المعادلتين طرفاً مع طرف فنحصل على معادلة بمجهول واحد.
3. نحلها لنوجد قيمته ثم نعوض تلك القيمة في إحدى المعادلتين لنوجد قيمة المجهول الآخر.
4. نكتب الحل على شكل ثنائية (x, y) .

أوجد الحل الجبري للجملة

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \dots\dots 1 \\ x + y = 2 \dots\dots 2 \end{cases}$$

نضرب المعادلة 2 بـ 2

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 1 \\ 2x + 2y &= 4 \end{aligned}$$

بالجمع نجد

$$5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

نعوض في 2 فنجد:

$$1 + y = 2 \Rightarrow y = 1$$

ومنه الثنائية $(1, 1)$ هي الحل المشترك للجملة

تمرين 2018: لتكن لدينا المتراجحة $4x + 5 \leq x - 4$

1. تحقق أي الأعداد $-5, 0, -1$ حلاً لهذه المتراجحة وأياها ليس حلاً لها.
2. حل المتراجحة $4x + 5 \leq x - 4$.
3. مثل حلولها على مستقيم الأعداد.

تمرين 2023: حل المتراجحة $3x - 1 < 2x - 2$

ومثل حلولها على مستقيم الأعداد.

↓↓↓↓↓ شوية تمارين دورات ↓↓↓↓↓

تمرين 2023:

ليكن $ABCD$ مستطيل بعده $AB = \sqrt{7} + 2$ و $BC = \sqrt{7} - 2$ وليكن $EFGH$ مربع طول ضلعه $2\sqrt{3} - \sqrt{27}$ والمطلوب:

1. اكتب $2\sqrt{3} - \sqrt{27}$ بالشكل \sqrt{a} حيث a عدد طبيعي.
2. احسب مساحة كل من المستطيل والمربع.
3. قارن بين مساحتي المستطيل والمربع.

تمرين 2018: لدينا المقداران:

$$A = \left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}, \quad B = x^2 + \sqrt{2}x + 1$$

1. انشر A واستنتج $A = B$.
2. اوجد قيمة A من اجل $\sqrt{2}x$.
3. حل المعادلة $B = \frac{1}{2}$.
4. طلب إضافي حل المعادلة $B = 1$.

في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1. الكسر $\frac{45}{63}$ هو كسر مختزل. دورة 2020
2. $\sqrt{1 + \sqrt{5} + \sqrt{16}}$ يساوي 4. دورة 2020
3. العدد -1 هو أحد حلول المعادلة $(2x + 2)(x - 3) = 0$. دورة 2020
4. العدد $\sqrt{3}$ هو حل للمعادلة $x^2 - 3 = 0$. دورة 2022
5. ABC مثلث اطوال اضلاعه $AB = 3\sqrt{2}, AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}, BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$ فالمثلث متساوي الاضلاع.
6. اذا كان b قاسماً للعدد a فإن: $GCD(a, b) = a$.
7. ان العدد $\frac{1}{\sqrt{7}}$ يساوي 7.
8. إذا كان $A = \frac{2^3 \times 3}{8 \times 3^{-2}}$ و $B = 3^3$ فإن $A = B$.
9. قيمة العدد $(\sqrt{3})^{-6}$ تساوي 9.
10. ناتج نشر $(\sqrt{2}x + 3)^2$ يساوي $2x^2 + 9$.

عزيزي الطالب انتبه إذا ما طلب منك رسم المستقيمان فغالباً ما يوجد لديك في طلبات سابقة نقاط لاستخدامها فلا تحتاج الى إيجاد نقاط جديدة.

مسألة 2023: لتكن لدينا الجملة:

$$\begin{cases} \Delta: x + y = 0 \\ d: x - y = -2 \end{cases} \text{ والمطلوب :}$$

1. تحقق أن المستقيم Δ يمر بمبدأ الإحداثيات $O(0,0)$.
2. حل جملة المعادلتين جبرياً.
3. جد إحداثيتي النقطة A نقطة تقاطع المستقيمان d مع محور الترتيب.
4. ارسم في المعلم متجانس، المستقيمان Δ و d .
5. احسب مساحة المثلث NOA .

مسألة 2022: المستقيمان (d_1) و (d_2) معادلتهما:

$$\begin{cases} d_1: y = 2x + 2 \\ d_2: 3x - y + 3 = 0 \end{cases} \text{ والمطلوب :}$$

1. اوجد الحل الجبري للجملة.
2. جد إحداثيتي النقطة B نقطة تقاطع d_1 مع محور الترتيب وإحداثيتي النقطة C نقطة تقاطع d_2 مع محور الترتيب.
3. على معلم متجانس حدد النقطتين B, C ثم حدد النقطة A نقطة تقاطع المستقيمين d_1, d_2 ثم ارسمهما.

مسألة 2020: أولاً: المستقيمان (d_1) و (d_2) معادلتهما:

$$\begin{cases} d_1: x + 2y = 4 \\ d_2: x - y = 1 \end{cases} \text{ والمطلوب :}$$

1. حل جملة المعادلتين جبرياً.
2. في معلم متجانس ارسم المستقيمين d_1, d_2 وعين إحداثيتي نقطة التقاطع.

ثانياً: إذا كان مجموع العددين x و y مساوياً 2

وكان ثلاثة أضعاف العدد x تزيد عن ضعف العدد y بمقدار 1.

1. عبر عن الصيغة اللفظية بجملة معادلتين.
2. تحقق أن الثنائية $(1,1)$ هي حل الجملة التي أوجدتها.

عادة هذه الوحدة تأتي منها مسألة الـ 100 درجة ولكن هذا الكلام ليس بالضرورة أن يكون ثابتاً لذلك عزيزي الطالب يجب عليك أن تتمكن من جميع أفكار الكتاب وعدم الاهتمام ببحث دون غيره فجميع أفكار الكتاب هامة. لا تنسى أن تقوم بحل التمارين السابقة للتأكد من الفهم الكامل للبحث.

ملاحظات:

المعادلة بمجهول واحد x تمثل مستقيم يعامد محور الفواصل ويوازي محور الترتيب.

المعادلة بمجهول واحد y تمثل مستقيم يعامد محور الترتيب ويوازي محور الفواصل.

كل معادلة يمكن أن تكتب بالشكل $y = mx$ تمثل مستقيم يمر من المبدأ $O(0,0)$.

لإيجاد نقطة تقاطع مستقيم معطى بمعادلة بمجهولين مع محور الفواصل فإننا نفرض قيمة $y = 0$ ثم نعوضها في المعادلة فنحصل على قيمة x ثم نكتبها على شكل ثنائية.

لإيجاد نقطة تقاطع مستقيم معطى بمعادلة بمجهولين مع محور الترتيب فإننا نفرض قيمة $x = 0$ ثم نعوضها في المعادلة فنحصل على قيمة y ثم نكتبها على شكل ثنائية.

عندما يُطلب منا إيجاد مساحة مثلث أو نسبة مثلثية ما فإننا نستطيع الاعتماد على الأطوال الموجودة على المعلم الذي قمنا برسمه. (أطوال الأضلاع أعداد موجبة دوماً)

الرجاء رسم مستوي الإحداثيات عند الحل بدقة عالية جداً.

تمرين شامل قمت بحله على [YouTube](#) باسم

حل مسألة المئة درجة جبر جملة معادلتين بمجهولين. لؤي الدمني

$$\begin{cases} d: -\frac{a}{2}x + y = -2 \\ \Delta: y - x = 2 \end{cases} \text{ والمطلوب :}$$

1. جد قيمة a إذا علمت أن d يمر من النقطة $A(-2,4)$.
2. بفرض قيمة $a = -6$ اوجد الحل الجبري للجملة.
3. إذا كانت M نقطة تقاطع Δ مع محور الفواصل و N نقطة تقاطع Δ مع محور الترتيب جد إحداثيات كل من M, N .
4. على معلم متجانس ارسم كلاً من Δ و d موضعاً نقطة تقاطعهما.
5. احسب مساحة المثلث OMN . واحسب الطول MN .
6. اوجد $\tan \widehat{OMN}$ ثم استنتج قياس \widehat{OMN} .

الحل البياني لجملة معادلتين بمجهولين:

- إذا طلب منا إيجاد الحل البياني لجملة معادلتين بمجهولين فإننا نمثل كلا المستقيمين على شبكة الإحداثيات ثم نوجد إحداثيات نقطة تقاطعهما (يفضل أن نتحقق بتعويض إحداثيات نقطة التقاطع في الجملة بعد إيجادها).
- لتمثيل مستقيم على معلم متجانس فإننا نحتاج الى نقطتين على الأقل من هذا المستقيم.
- لإيجاد نقطة تنتمي الى مستقيم معطى بمعادلة بمجهولين فإننا نفرض قيمة اختيارية لأحد المجهولين ثم نعوضها في المعادلة فنحصل على المجهول الآخر (لعبه x, y).

أوجد الحل البياني للجملة

$$d: x + y = 4$$

$$\Delta: 2x - y = 5$$

لرسم المستقيم Δ

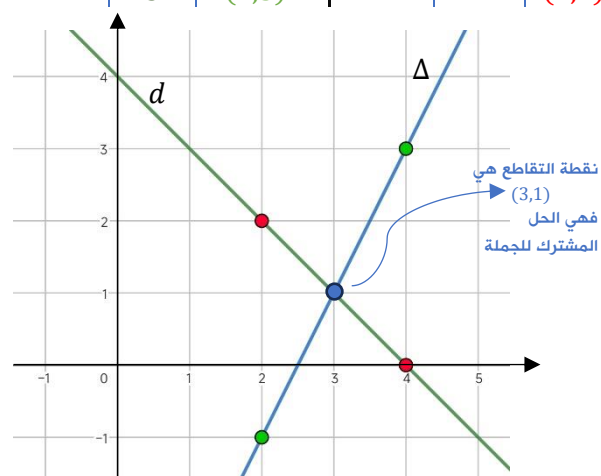
نحتاج الى نقطتين:

x	y	(x, y)
2	-1	(2, -1)
4	3	(4, 3)

لرسم المستقيم d

نحتاج الى نقطتين:

x	y	(x, y)
4	0	(4, 0)
2	2	(2, 2)



كل ما يتعلق بالرسم على شبكة الإحداثيات تجده على [YouTube](#) باسم مراجعة شبكة الإحداثيات تاسع جملة معادلتين بمجهولين لؤي الدمني

الوحدة الخامسة

التابع

تعريف: التابع f هو كل إجرائية تربط لكل قيمة للمتحول x عدداً واحداً $f(x)$ ، ونسمي $f(x)$ صورة x وفق التابع f .

أوجد سلف

معني صورة

 $f(x)$

أوجد صورة

معني سلف

أولاً التعيين بإعطاء جدول:

الجدول الآتي يعرف تابعاً g يربط بكل عدد من السطر الأول عدداً من السطر الثاني:

x	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	-5	-3	0	5.2	0	7

1. اوجد صورة كل من الأعداد 0, 2, 5

2. عين أسلاف كل من الأعداد 5, 2, 0, -5

$$g(x) = -5$$

$$x = 0$$

$$g(x) = 5.2$$

$$x = 3$$

$$g(x) = 0$$

$$x = 2 \text{ او } x = 4$$

$$g(0) = -5$$

$$g(2) = 0$$

$$g(5) = 7$$

ثانياً التعيين بإعطاء صيغة:

ليكن التابع f المعروف وفق الصيغة $f(x) = 2x + 3$

1. اوجد صورة كل من الأعداد -2, 0.

2. عين أسلاف كل من الأعداد 11, 0.

لإيجاد صورة عدد ما فإننا نعوض قيمة هذا العدد عوضاً عن x في قاعدة ربط التابع

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(0) = 2(0) + 3$$

$$f(0) = 3$$

$$f(-2) = 2(-2) + 3$$

$$f(-2) = -4 + 3$$

$$f(-2) = -1$$

لإيجاد سلف عدد ما فإننا نعوض قيمة هذا العدد عوضاً عن $f(x)$ في قاعدة ربط التابع فتتشكل لدينا معادلة، نقوم بحلها.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(x) = 0$$

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = 11$$

$$2x + 3 = 11$$

$$2x = 11 - 3$$

$$2x = 8$$

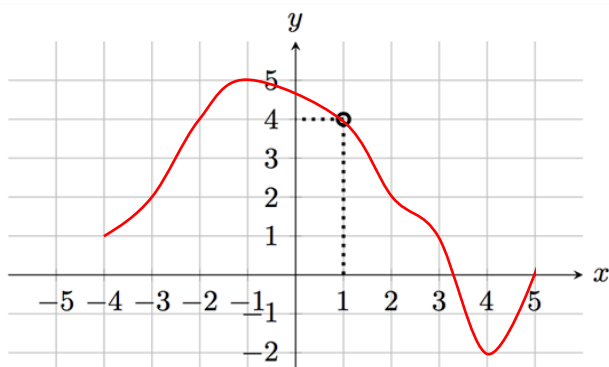
$$x = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

$$x = 4$$

ثالثاً التعيين بإعطاء رسم بياني:

ليكن التابع f المعروف وفق الخط البياني جانباً:



1. اوجد مجموعة تعريف التابع.

$$[-4, 5]$$

2. اوجد صورة كل من 1, -1, -4

$$f(-4) = 1$$

$$f(-1) = 5$$

$$f(1) = 4$$

3. عين اسلاف كل من 4, -2, 5

$$f(x) = 5$$

$$\Rightarrow x = -1$$

$$f(x) = -2$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$f(x) = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ او } x = -2$$

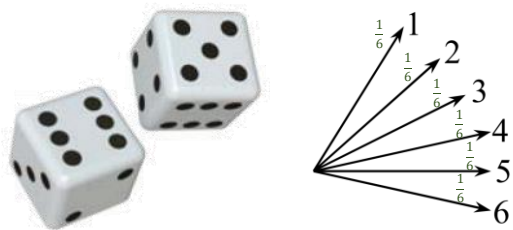
4. ما هو العدد الذي صورته أكبر ما يمكن؟

وما هي هذه الصورة؟

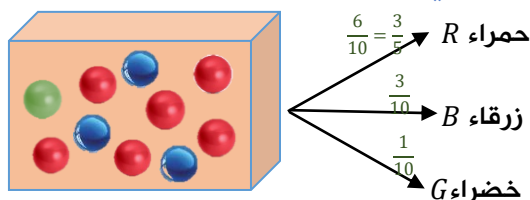
العدد هو -1 والصورة هي 5

$$f(-1) = 5$$

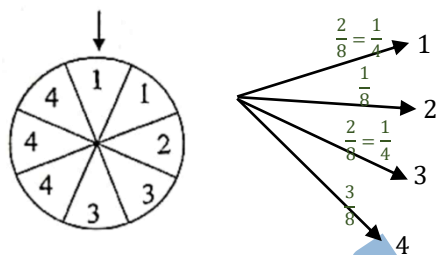
ثانياً: رمي حجر نرد متجانس



ثالثاً: صندوق يحوي كرات

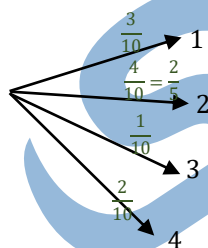


رابعاً: دولاب متجانس



خامساً: كيس يحوي كرات

يحوي كيس عشر كرات متماثلة كتب عليها الأرقام
4,4,3,2,2,2,1,1,1



الوحدة السادسة

الاحتمالات

♥ نقول عن تجربة انها **تجربة احتمالية** عندما يكون لها عدد من النتائج او الإمكانيات ولا يُعرف بداية أي تلك النتائج هي التي ستقع ونسمي كل نتيجة لهذه التجربة حدثاً بسيطاً.

♥ احتمال حدث بسيط هو عدد محصور بين الصفر والواحد.

♥ مجموع احتمالات الاحداث البسيطة في أي تجربة

احتمالية يساوي الواحد.

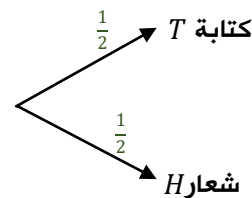
♥ تسمى كل مجموعة من نتائج التجربة حدثاً.

♥ احتمال الحدث E نرمز اليه بـ $P(E)$ وهو مجموع احتمالات فروع الشجرة التي تؤدي الى E .

• عزيزي الطالب المهارة الأولى في هذه الوحدة التي يجب عليك أن تتقنها بشكل جيد هي تمثيل تجربة احتمالية في مخطط شجري وهنا يجب عليك أن تنظر أولاً الى الاحتمالات الممكنة للتجربة ثم توضعها على شكل مخطط شجري وتوزيع الاحتمالات الممكنة لكل نتيجة على فروع الشجرة وسأدرج لكم بعض الأمثلة التي توضح الفكرة بشكل جيد.

تمرين:

ارسم شجرة الإمكانيات لكل من التجارب الاحتمالية الآتية:
أولاً رمي قطعة نقود متجانسة



تذكر وتدرب.

1. إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة $f(x) = 3x^2 + 2x + 8$

فإن $f(1)$ تساوي: **دورة 2018**

A	11	B	12	c	13
---	----	---	----	---	----

2. إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة $f(x) = (x - 5)^2$

فإن $f(3)$ تساوي: **دورة 2019**

A	2	B	4	c	-4
---	---	---	---	---	----

3. إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة $f(x) = x^2 - 4$

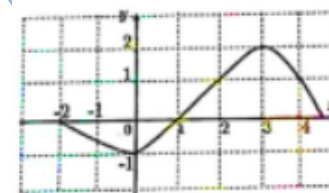
فإن العدد الذي ليس له اسلاف هو:

A	-5	B	5	c	0
---	----	---	---	---	---

تمرين 2023: ليكن f التابع المعطى بالعلاقة $f(x) = x^2 - 1$

1. احسب $f(0)$ و $f(-\sqrt{2})$

2. عين أسلاف العدد 8.



تمرين 2022: ليكن التابع f

الممثل بالخط البياني المجاور والمطلوب:

1. احسب $f(0)$, $f(3)$

2. عين اسلاف العدد 1.

تمرين 2021: لدينا التابع f المعطى بالصيغة

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \sqrt{3}$$

• احسب $f(\sqrt{3})$

• ثم حل المعادلة $f(x) = 0$

حل جميع أسئلة الدورات السابقة عن التابع تجده على [YouTube](https://www.youtube.com) باسم

حل مسائل جبر التابع أ.لؤي الدمني

• المهارة الرابعة التي يجب عليك تذكرها هي حساب الحدث المعاكس لحدث ما.

حيث أن الحدث المعاكس للحدث A هو الحدث الذي يتحقق عندما لا يتحقق A ونرمز اليه بالرمز \bar{A} .

• مجموع احتمالي أي حدثين متعاكسين يساوي الواحد.

• أي أننا إذا أردنا حساب الحدث المعاكس للحدث A

نستخدم القانون $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

5. احسب احتمال الحدث المعاكس للحدث B .

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

6. احسب احتمال الحدث المعاكس للحدث G .

$$P(\bar{G}) = 1 - P(G)$$

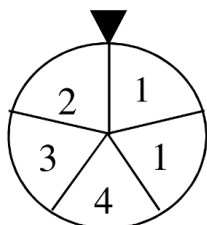
$$= 1 - \frac{5}{9} = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

تذكر وتدريب.

1. إذا كان احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{3}$

فإن احتمال الحدث المعاكس \bar{A} يساوي: دورة 2023

$\frac{1}{3}$	D	$-\frac{2}{3}$	C	1	B	$\frac{2}{3}$	A
---------------	---	----------------	---	---	---	---------------	---



تمرين 2018 في الشكل المجاور دولاب

متجانس مقسم الى خمسة اقسام متساوية.

ندور هذا الدولاب وبعد أن يستقر نقرأ الرقم

المكتوب الذي يستقر عليه المعلم.

A حدث ظهور العدد 1.

B حدث ظهور عدد زوجي.

1. ارسم شجرة الإمكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

2. احسب احتمال الحدث A واحسب احتمال الحدث B .

3. هل الحدثان A و B متنافيان؟ علل.

$$P(A) = P(1) = \frac{2}{9}$$

$$P(B) = P(2) + P(4) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(C) = P(2) + P(3) = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$P(D) = P(2) + P(1) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(E) = P(3) + P(4) = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(F) = P(3) = \frac{4}{9}$$

$$P(G) = P(2) + P(3) = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$P(H) = P(\Omega) = 1$$

حدث أكيد

$$P(I) = P(\emptyset) = 0$$

حدث مستحيل

• المهارة الثالثة التي يجب عليك تعلمها هي معرفة إذا ما

كان حدثان متنافيان أم غير متنافيان حيث أن الحدثان

المتنافيان هما الحدثان اللذان يستحيل تحققهما معاً

(لا يوجد بينهما عناصر مشتركة)

3. هل الحدثان A و B متنافيان؟

نعم متنافيان، لأنه يستحيل تحققهما معاً

4. هل الحدثان F و G متنافيان؟

لا ليسا متنافيان، لأنه يمكن تحققهما معاً

• المهارة الثانية التي يجب عليك أن تتقنها هي حساب احتمال حدث ما وسأدرج لكم مثال عن ذلك.

تمرين شامل: حزمة ورق لعب مكونة من 9 أوراق أرقامها

$\{1, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4\}$ نسحب ورقة من هذه الحزمة

ونقرأ رقمها والمطلوب:

1. ارسم شجرة الإمكانات لهذه التجربة

وزود فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

2. احسب احتمال الاحداث الآتية:

A حدث ظهور العدد واحد.

B حدث ظهور عدد زوجي.

C حدث ظهور عدد اولي.

D حدث ظهور عدد أصغر تماماً من 3.

E حدث ظهور عدد أكبر أو يساوي 3.

F حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3.

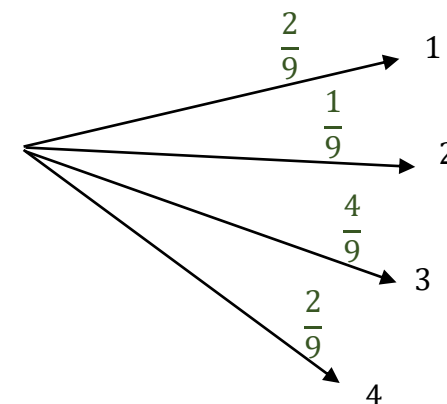
G حدث ظهور العدد n حيث: $2 \leq n < 4$

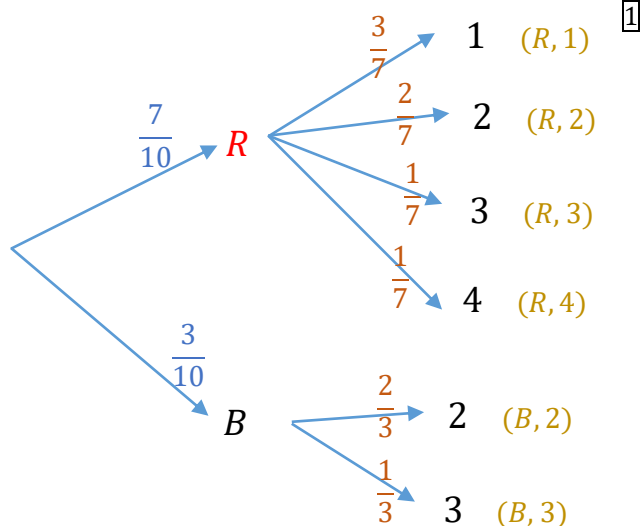
H حدث ظهور عدد أصغر تماماً من 5.

ماذا نسمي هذا الحدث؟

I حدث ظهور عدد من مضاعفات العدد 11.

ماذا نسمي هذا الحدث؟





$$P(A) = P(B, 2) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(B) = P(R, 2) + P(R, 4) = \left(\frac{7}{10} \times \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{7}{10} \times \frac{1}{7}\right) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$P(C) = P(R, 3) + P(B, 3) = \left(\frac{7}{10} \times \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(D) = P(R, 2) + P(R, 1) + P(B, 2) = \left(\frac{7}{10} \times \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{7}{10} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{2}{10}\right) = \frac{7}{10}$$

$$P(A) = P(B, B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

$$P(B) = P(B, B) + P(R, R) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{9}{25}\right) + \left(\frac{4}{25}\right) = \frac{13}{25}$$

$$P(C) = P(R, B) + P(B, R) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{6}{25}\right) + \left(\frac{6}{25}\right) = \frac{12}{25}$$

$$P(D) = P(R, B) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{6}{25}$$

تمرين: مغلف يحوي عشر بطاقات متماثلة،

سبعة منها حمراء أرقامها $\{1,1,1,2,2,3,4\}$

وثلاثة سوداء أرقامها $\{2,2,3\}$

نسحب من المغلف عشوائياً بطاقة ونتأمل لونها ورقمها والمطلوب:

1. ارسم شجرة الإمكانات لهذه التجربة.

مزوداً فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

2. احسب احتمال كل من الأحداث الآتية:

A حدث سحب بطاقة سوداء تحمل العدد 2.

B حدث سحب بطاقة حمراء تحمل عدد زوجي.

C حدث سحب بطاقة حمراء أو سوداء تحمل العدد 3.

D حدث سحب بطاقة حمراء أو سوداء

تحمل عدد أصغر تماماً من 3.

الأحداث المركبة

♥ على شجرة الإمكانات لتجربة عشوائية نسمي كل

فرعين متتاليين مسار.

♥ على شجرة الإمكانات (محملة بالاحتمالات) احتمال حدث

في نهاية أي مسار يساوي جداء ضرب احتمالات المسار.

تمرين: صندوق يحوي خمس كرات متماثلة،

ثلاثة منها زرقاء B واثنان حمراوان R.

نسحب من الصندوق كرة ونسجل لونها

ثم نعيدها لنسحب منه كرة أخرى والمطلوب:

1. ارسم شجرة الإمكانات لهذه التجربة

مزوداً فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

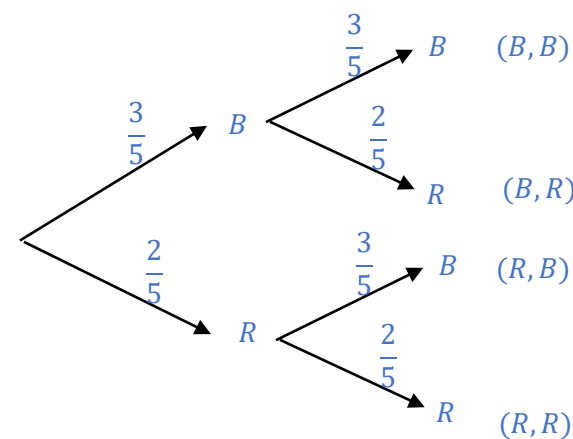
2. احسب احتمال كل من الأحداث الآتية:

A. حدث ظهور كرتين لونهما أزرق.

B. حدث ظهور كرتين من اللون ذاته.

C. حدث ظهور كرة حمراء وكرة زرقاء.

D. حدث ظهور كرة حمراء أولاً ثم كرة زرقاء.



الإحصاء

لتكن لدينا العينة العشوائية

21, 2, 13, 3, 9, 4, 9, 4, 8, 5, 8, 8, 5

1. رتب العينة السابقة ترتيباً تصاعدياً.

2, 3, 4, 4, 5, 5, 8, 8, 8, 9, 9, 13, 21

2. احسب مدى العينة.

المدى هو الفرق بين أكبر مفردات العينة وأصغرها

$$E = 21 - 2 = 19$$

3. اوجد منوال العينة.

المنوال هو المفردة الأكثر تكراراً

المنوال 8

4. احسب المتوسط الحسابي للعينة.

المتوسط الحسابي هو مجموع عناصر العينة تقسيم عددها

$$= \frac{2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 8 + 8 + 8 + 9 + 9 + 13 + 21}{13} = \frac{99}{13}$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{99}{13}$$

5. اوجد وسيط العينة والربيعات الأول والثالث.

{2, 3, 4, 4, 5, 5} 8 {8, 8, 9, 9, 13, 21}

الربيع الأول

الوسيط

الربيع الثالث

$$M = 8$$

الوسيط هو المفردة السابعة

$$Q_1 = \frac{4 + 4}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$Q_3 = \frac{9 + 9}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

• لإيجاد وسيط عينة أولاً نقوم بترتيب العينة ترتيباً تصاعدياً

او تنازلياً ثم ننظر إذا كان عدد العناصر فردياً كان الوسيط

هو تلك القيمة الواقعة في المنتصف وإذا كان عدد عناصر

العينة زوجياً كان الوسيط هو متوسط المفردتين

الواقعتين في المنتصف.

• ان الوسيط يقسم العينة المرتبة الى عيتين متساويتين

بالعدد إحداها مفرداتها أصغر أو تساوي الوسيط ونسمي

وسيط هذه العينة الجزئية بالربيع الأول للعينة الأصلية ونرمز له بالرمز Q_1 ، والأخرى مفرداتها أكبر أو تساوي الوسيط ونسمي هذه العينة بالربيع الثالث للعينة الأصلية ونرمز اليه بالرمز Q_3 . كما نرمز بالرمز Q_2 إلى **وسيط العينة** ونسميه أيضاً الربيع الثاني. وعلى ذلك فإن الربيعات الثلاثة تقسم العينة بعد ترتيبها إلى أربعة أجزاء متساوية عدداً.

تمرين 2022 صندوق يحوي 5 بطاقات متماثلة كتب عليها الأرقام الآتية: 2, 2, 3, 4, 4. نسحب عشوائياً من الصندوق بطاقة واحدة ونقرأ رقمها، والمطلوب:

1. ارسم شجرة الإمكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

2. الحدث A حدث سحب بطاقة تحمل رقماً أصغر تماماً

من 4، احسب احتمال الحدثين A, A^c .

حيث A^c هو الحدث المعاكس للحدث A.

3. احسب وسيط العينة 2, 2, 3, 4, 4.

المجموعات

لتكن لدينا المجموعات الآتية:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

1. أوجد $A \cup B$.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

اجتماع مجموعتين: هو مجموعة العناصر المشتركة وغير

المشتركة بين مجموعتين (A و B) ونرمز له بـ $A \cup B$.2. أوجد $A \cap B$.

$$A \cap B = \{2, 4\}$$

تقاطع مجموعتين: هو مجموعة العناصر المشتركة فقط بين

مجموعتين (A و B) ونرمز له بـ $A \cap B$.

عندما لا يكون بين مجموعتين عناصر مشتركة نقول ان

تقاطعهما هو المجموعة الخالية ونكتب $A \cap B = \emptyset$.

أحبابي الى هنا نكون قد انتهينا من
مراجعة أفكار مادة الجبر الأساسية على
أمل أنكم في نهاية هذه الجلسة قد
أصبحت هذه الأفكار حاضرة في ذهنكم
وها أنتم مستعدون لدخول قاعة
الامتحان والكتابة بأعلى المستويات
أسأل الله لكم التوفيق.



مخطط الجبر

الوحدة

