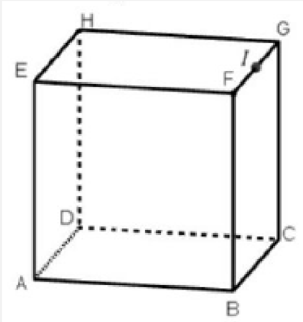
المتابعة المنزلية – الأشعة

السؤال الأول

في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف $[FG]$

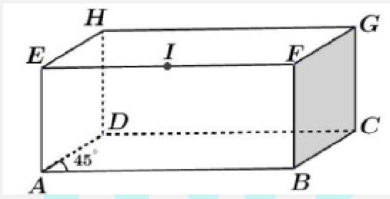
والمطلوب: عين النقطة M التي تحقق:



$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GI}$$

السؤال الثاني

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$ وقياس الزاوي $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$ والنقطة I منتصف $[EF]$:



1- احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط الآتية:

$$A(2,0,1)\ ,B(1,-2,1)\ ,C(5,0,5)\ ,D(6,2,5)$$

1- أثبت أن $\overrightarrow{AB}\ ,\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2- عين العددين الحقيقيين α و β بحيث:

$$\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$$

واستنتج أن النقاط D, C, B, A تقع في مستو واحد.

السؤال الرابع

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$.

1- احسب بعد النقطة A عن المستوي P.

2- اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

السؤال الخامس

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,0,0)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,0,1)$ والمطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC, عين مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق:

$$\left\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$$

السؤال السادس

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-2,1)$ والمطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكون من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة:

$$MA = MB$$

وما طبيعة المجموعة S.

المتابعة المنزلية – الأشعة

السؤال السابع

المستقيمين d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases} x = t+2 \\ y = 2t+1\ ;\ t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$$

$$d':\begin{cases} x = 2s-1 \\ y = s-2\ ;\ s \in \mathbb{R} \\ z = 3s-2 \end{cases}$$

المطلوب:

1- أثبت أن d و d' متقاطعان ثم عين احداثيات I نقطة التقاطع.

2- جد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين d و d'

السؤال الثامن

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,2,4)$, $B(2,0,-2)$:

1- اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

2- اعطا معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ ، ما طبيعة المجموعة S

السؤال التاسع

لتكن S الكرة التي مركزها $A(1,1,1)$ ونصف قطرها $r = 3$ والمستوي:

$$P: x - z = 1$$

أثبت أن المستوي P يقطع الكرة S في دائرة C، عين مركزها ونصف قطرها

السؤال العاشر

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$ والمستوي:

$$P: 3x - y - 3z - 8 = 0$$

1- أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)، ثم عين إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P.

المسألة الأولى

في معلمٍ متجانس نتأمل النقاط :
$A(2,-2,2), B(1,1,0), C(1,0,1), D(0,0,1)$

1- تحقق أن النقاط (BCD) لا تقع على استقامة واحدة

2- أثبت أن $y + z - 1 = 0$ هي معادلة المستوي (BCD)

3- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من A ويعامد المستوي (BCD)

4- عين إحداثيات K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD)

5- اكتب معادلة الكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها

المسألة الثانية

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط:

$E(1,-1,1)$, $D(0,4,0)$, $C(4,0,0)$

$B(1,0,-1), A(2,1,3)$

1- جد $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CD}$.

2- أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة.

3- أثبت أن (AB) يعامد للمستوي (CDE).

4- اكتب معادلة المستوي (CDE).

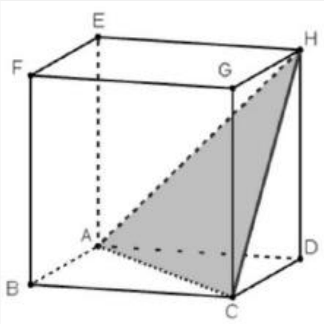
المتابعة المنزلية – الأشعة

5- احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6- اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

المسألة الثالثة

نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ المكعب $ABCDEFGH$.



1- اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط:

$A\,,C\,,H\,,F\,,D$

2- اكتب معادلة المستوي (ACH).

3- أثبت أن المستوي P الذي معادلته:

$P: -2x+2y-2z+1=0$

يوازي المستوي (ACH).

4- بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن D و I و F على استقامة واحدة.

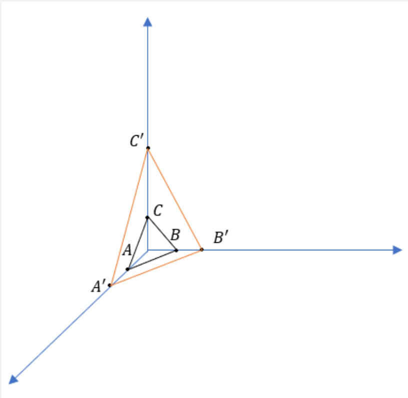
5- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ وبين أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

6- احسب حجم رباعي الوجوه $H-ACD$

7- احسب بعد D عن المستوي (ACH) ثم استنتج مساحة المثلث ACH

المسألة الرابعة

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقاط:
$D(1,1,1)\,,C(0,0,1)\,,B(0,1,0)\,,A(1,0,0)$



1- جد إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC, وأثبت أن (OG) عمودي على المستوي (ABC).

2- جد معادلة المستوي (ABC).

3- نعرف النقاط $A'(2,0,0)\,,B'(0,2,0)\,,C'(0,0,4)$ للمستوي $A'B'C'$. أثبت أن $2x+2y+z-4=0$ معادلة المستوي $(A'B'C')$.

4- أثبت أن Δ الفصل المشترك للمستويين (ABC) و $(A'B'C')$ يقبل التمثيل الوسيطي:

$$\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=3-t;t\in\mathbb{R} \\ z=-2 \end{cases}$$

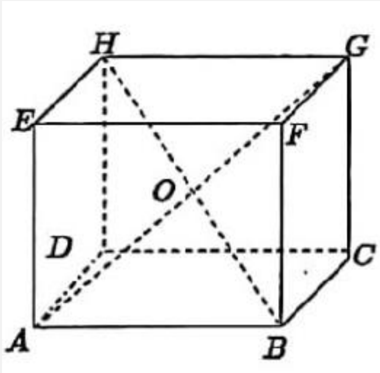
5- احسب بعد النقطة $D(1,1,1)$ عن المستقيم Δ.

المتابعة المنزلية – الأشعة

المسألة الخامسة

مكعب طول حرفه 2، O نقطة تقاطع القطرين $[HB]$ و $[AG]$.

نختار معلم متجانس $\left(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



والمطلوب:

1- جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O.

2- أعط معادلة المستوي (GOB).

3- احسب $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OG}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

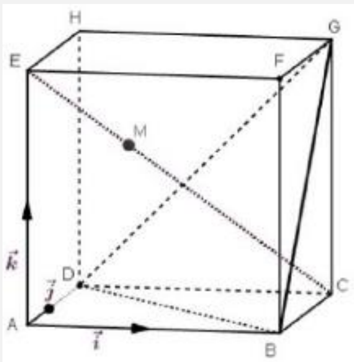
4- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5- أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6- جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

المسألة السادسة

$ABCDEFG$ مكعب طول حرفه يساوي 2، نتأمل المعلم المتجانس $(A;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ في المعلم



$\overrightarrow{AE}=2\vec{k}$ و $\overrightarrow{AD}=2\vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{AB}=2\vec{\imath}$:

1- اكتب معادلة المستوي (GBD).

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD).

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق العلاقة:

$$\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$$

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC).

المسألة السابعة

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقاط:

$A(-1,2,3)\,,B(2,1,1)\,,C(-3,4,-1)\,,D(3,1,1)$

1- جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC).

3- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC).

4- احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5- بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (CG) و (AB) متوازيان.

المسألة الثامنة

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان:

$$P: x-y+2z-1=0$$

$$Q: 2x+y+z+1=0$$

المتابعة المنزلية – الأشعة

1- أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان في فصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة المستوي R المار من A المعامد للمستويين P و Q.

4- جد إحداثيات B الناتجة من تقاطع المستوي R والمستقيم d.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q.

المسألة التاسعة

في معلمٍ متجانس نتأمل النقطة $A(1,2,0)$ و المستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q: x + y + z - 1 = 0$$
$$R: x - z - 1 = 0$$

1- أثبت أن المستويين P, Q متقاطعان في فصل مشترك Δ . اكتب تمثيله الوسيطي

2- تحقق أن المستوي R يعامد Δ و يمر من A

3- أثبت تقاطع المستويات P, Q, R في نقطة I يُطلب تعيينها

4- استنتج بعد A عن المستقيم Δ

المسألة العاشرة

في معلمٍ متجانس :

$A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$

1- تحقق ان A, B, C ليست على استقامة واحدة

2- أثبت أن المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x + 3y - 3z - 4 = 0$

3- ليكن المستويان :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$
$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أن المستويين يتقاطعان في فصل مشترك d له التمثيل الوسيطي

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \quad t \in R \\ z = t \end{cases}$$

4- ما هي نقطة تقاطع المستويات $P, Q, (ABC)$

5- احسب بعد A عن المستقيم d

المسألة الحادية عشر

في معلمٍ متجانس نتأمل النقاط :

$A(1,3,0), B(0,6,0), N(0,0,3), M(0,6,2)$

1- اكتب معادلة المستوي (AMN)

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من O ومعامد للمستوي (AMN)

3- أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة $[BM]$.

المسألة الثانية عشر

1- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $\sqrt{3}$.

2- تحقق ان المستوي P الذي معادلته:

$$P: x - y + z + 3 = 0$$

يمس الكرة S.

المسألة الثالثة عشر

في معلمٍ متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x + 2y + z - 1 = 0$:

المتابعة المنزلية – الأشعة

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

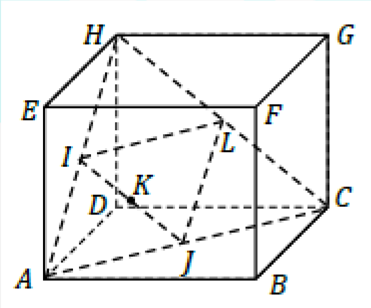
المسألة الرابعة عشر

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$:

1- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.
2- أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

المسألة الخامسة عشر

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 4 , I مركز الوجه $ADHE$, J مركز الوجه $ABCD$, L مركز الوجه $DCGH$, K منتصف $[IJ]$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$.

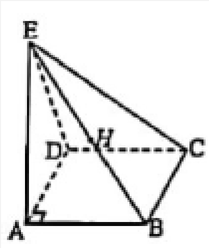


1- هل A, K, G على استقامة واحدة؟
2- أثبت أن الرباعي $AJLI$ معين.
3- أثبت أن النقاط A, K, G, D تقع في مستوٍ واحد.
4- استنتج أن النقطة A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة D, G, K يطلب إيجاد تثقيلاتها.
5- اكتب معادلة المستوي (AHC).
6- احسب بعد F عن المستوي (AHC) ثم استنتج حجم المجسم $F - AHC$.

7- احسب حجم الهرم $F - IJL$
8- استنتج حجم الفراغ المحصور بين الهرمين $F - AHC$ و $F - IJL$.

المسألة السادسة عشر

$EABCD$ هرم رباعي رأسه E وقاعدته مربع طول ضلعه 3, $[AE]$ عمودي على $(ABCD)$ و $EA = 3$.



نختار المعلم المتجانس:

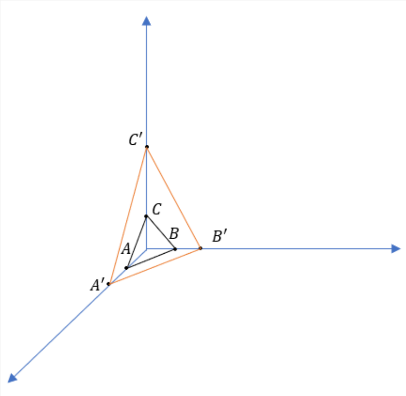
$$\left(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$$

1- عين إحداثيات A, B, C, D, E.
2- جد معادلة المستوي (EBC).
3- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).
4- استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).
5- احسب حجم رباعي الوجوه $AEBC$
6- احسب حجم الهرم $E - ABCD$ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $E - DBC$

المتابعة المنزلية – الأشعة

المسألة (VIE 1)

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط:
$A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$, $D(1,1,1)$



1- جد إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC، وأثبت أن (OG) عمودي على المستوي (ABC).

2- جد معادلة المستوي (ABC).

3- نعرف النقاط $A'(2,0,0)$, $B'(0,2,0)$, $C'(0,0,4)$ للمستوي $A'B'C'$. أثبت أن $2x+2y+z-4=0$ معادلة المستوي $(A'B'C')$.

4- أثبت أن Δ الفصل المشترك للمستويين (ABC) و $(A'B'C')$ يقبل التمثيل الوسيطي:

$$\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=3-t;t\in\mathbb{R} \\ z=-2 \end{cases}$$

5- احسب بعد النقطة $D(1,1,1)$ عن المستقيم Δ.

6- احسب حجم رباعي الوجوه $A'-OB'C'$

7- احسب بعد النقطة O عن المستوي $(A'B'C')$ ثم استنتج مساحة المثلث $A'B'C'$.

.