نماذج شغف الرياضيات المؤتمتة

ملف يشتمل على :

1. نماذج مؤتمتة لكل بحث.
2. نماذج مؤتمتة امتحانية .
3. أسئلة من نمط (قُدماً نحو الأمام) أعدت لتعزيز مهارات التفكير العالي و مهارة التحليل و التركيب.
4. ملاحظات مساعدة نحو الحل.

A.

B.

C.

Natheer Tinawy

الجزء الأول | الوحدة (1) | النهايات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1- إن نهاية التابع $f(x)=x^3+5x^2+1$ عند $-\infty$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	0	d	1

2- إن نهاية التابع $f(x)=\frac{4x^2+2x}{x^2+1}$ عند $+\infty$:

a	2	b	4	c	0	d	$+\infty$

3- إن نهاية التابع $f(x)=\frac{3x^2+1}{x+2}$ عند $+\infty$:

a	3	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	0

4- إن نهاية التابع $f(x)=7+x^2+4x$ عند $-\infty$:

a	$-\infty$	b	4	c	0	d	$+\infty$

5- إن نهاية التابع $f(x)=\frac{2x-1}{(x-2)^2}$ عند $+\infty$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	0	d	1

6- إن نهاية التابع المعرف على المجال $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وفق $f(x)=\frac{x(x-1)}{x-2}$ عند $a=2^-$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	0	d	1

7- إن نهاية التابع $f(x)=-\frac{3}{x^2}$ عند $a=0^+$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	0	d	1

8- إن نهاية التابع $f(x)=\sqrt{3x^2+x+1}$ عند $-\infty$:

a	3	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	0

9- إن نهاية التابع $f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$ عند $-\infty$:

a	$-\infty$	b	4	c	0	d	$+\infty$

يا أخي انتبه للسعي الله يرضى عليك

10- إن نهاية التابع $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$ عند $a=3$:

a	3	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	0

السؤال الثاني: في كل مما يلي إن نهاية التابع عند قيمة a الموافقة حيث:

1- $a=+\infty$; $f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	0	d	1

2- $a=-\infty$; $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$:

Natheer Tinawi

a	3	b	-1	c	$-\infty$	d	0

-3 $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}\ ;a=0$:

a	$\frac{1}{2}$	b	$+\infty$	c	0	d	1

-4 $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2-2}}\ ;a=+\infty$:

a	1	b	0	c	$\frac{9}{4}$	d	-1

قال اللي بيعرف بيعرف و اللي ما بيعرف بقول مرافق (مرافق حتى الموت)

-5 $f(x)=\frac{x^3-8}{x-2}\ ;a=2$:

a	4	b	8	c	12	d	$+\infty$

-6 $f(x)=\frac{x^2-3x}{x-3}\ ;a=3$:

a	$+\infty$	b	1	c	$-\infty$	d	3

-7 $f(x)=\sqrt{9x^2+1}-3x\ ;a=+\infty$:

a	0	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	غير ذلك

-8 $f(x)=\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{3x^2+2}\ ;a=+\infty$:

a	$+\infty$	b	0	c	$-\infty$	d	غير ذلك

-9 $f(x)=\sqrt{5x+1}-x\ ;a=+\infty$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	1	d	$\sqrt{5}$

السؤال الثالث: في كل مما يلي إن نهاية التابع عند قيمة a الموافقة حيث:

-1 $f(x)=\frac{\sin x}{x}\ ;a=\pi$:

a	0	b	$+\infty$	c	0	d	1

صفر على عدد أديش يا عيوني !؟

-2 $f(x)=\frac{\sin(4x)}{x}\ ;a=0$:

a	2	b	4	c	0	d	$+\infty$

-3 $f(x)=\frac{\sin(6x)}{2x}\ ;a=0$:

a	-3	b	3	c	2	d	0

Natheer Tinawy

-4 $f(x)=\frac{xsinx}{1-\cos(2x)}\ ;a=0$:

a	$\frac{1}{4}$	b	4	c	2	d	$\frac{1}{2}$

-5 $f(x)=\frac{\cos(x)-1}{\sin(x)}\ ;a=0$:

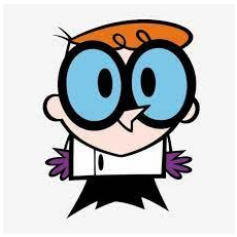
a	2	b	-1	c	0	d	1

-6 $f(x)=\frac{\cos(3x)-\cos(x)}{xsinx}\ ;a=0$:

a	-4	b	4	c	2	d	1

-7 $f(x)=\frac{sin3x+sinx}{sin5x-sinx}\ ;a=0$:

a	1	b	$\frac{1}{4}$	c	0	d	$\frac{1}{2}$



هلأ إذا سحبنا x شو بصير ؟!

-8 $f(x)=\frac{\tan(7x)}{x}\ ;a=0$:

a	0	b	7	c	$-\infty$	d	0

-9 $f(x)=\frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+1}-1}\ ;a=0$:

a	1	b	0	c	-1	d	4

-10 $f(x)=sinx\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\ ;a=0^+$:

a	0	b	1	c	-1	d	غير ذلك

خلونا نوحد مقامات داخل الجذر ثم ندخل الجذر على البسط و المقام

-11 $\frac{x-1}{x+5}\le f(x)\le\sqrt{x^2+2x}-x\ ;\ a=+\infty$:

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	1	d	0

-12 $f(x)\le\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\ ;\ a=-1$:

a	3	b	$-\infty$	c	-1	d	0

-13 $\frac{1-\cos(x)}{\sin(x)}\le f(x)\le\frac{1-\cos(2x)}{x}\ ;a=0$:

a	0	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	1

-14 $|f(x)+1|\le\sqrt{x^2+1}-x\ ;a=+\infty$:

a	-1	b	0	c	$\frac{9}{4}$	d	لا يمكن معرفتها

-15 $f(x)=\frac{sinx}{x+1}\ ;a=+\infty$:

a	4	b	8	c	0	d	$+\infty$

Latheer Tinawi

16- $a=+\infty$; $f(x)=\frac{x-\sin(x)}{x+5}$:

a	$+\infty$	b	-1	c	$-\infty$	d	1

17- $a=+\infty$; $f(x)=\frac{3x-sinx}{\sqrt{1+x^2}}$:

a	3	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	غير ذلك

18- $a=+\infty$; $f(x)=x+\frac{2\sin^2 x}{5}$:

a	0	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	غير ذلك

19- $a=0$; $\frac{1-\cos(2x)}{\sin(x)} \le f(x) \le \frac{\cos(x)-1}{x^2}+\frac{1}{2}$:

a	0	b	$+\infty$	c	1	d	$\sqrt{5}$

السؤال الرابع: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1- ليكن لدينا التابع f المعرف على $]-\frac{3}{2},+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{4x-5}{2x+3}$, إن نهاية التابع f عند $+\infty$:

a	2	b	$\frac{1}{2}$	c	0	d	حالة عدم تعيين

2- إن نهاية التابع $f(f(x))$ عند $+\infty$:

a	$\frac{1}{3}$	b	$\frac{3}{7}$	c	$\frac{5}{3}$	d	$+\infty$

أول شي منحسب نهاية f(x) بعدين منعوض (الجواب) f

3- ليكن لدينا التابع المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$, إن نهاية التابع f عند $+\infty$:

a	-3	b	4	c	2	d	0

4- إن نهاية التابع $f(f(x))$ عند $+\infty$:

a	$\frac{1}{4}$	b	4	c	$\frac{1}{2}$	d	2

5- ليكن التابعان f و g المعرفان بالعلاقات: $f(x)=\frac{x^3+2x^2-x+1}{x^2-5x+6}$ و $g(x)=\sqrt{x}$, إن نهاية التابع g عند $+\infty$:

a	2	b	-1	c	$+\infty$	d	1

6- إن نهاية التابع $f(g(x))$ عند $+\infty$:

a	$+\infty$	b	4	c	2	d	1

7- ليكن لدينا C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق:

$$f(x)=\frac{3-x}{2x+2}$$

إن معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C عند $+\infty$:

a	$y=-\frac{1}{2}$	b	$y=\frac{1}{4}$	c	$y=0$	d	$y=\frac{1}{2}$

8- إن معادلة المقارب الشاقولي للتابع f هي:

a	$x=0$	b	$x=-1$	c	$x=1$	d	$x=-\frac{1}{2}$

9- إن وضع الخط البياني بالنسبة لمقارباته الأفقية على المجال $]-1,+\infty[$ هو:

a	C يسار مقارباته	b	C تحت مقارباته	c	C يمين مقارباته	d	C فوق مقارباته

نشكل الفرق $f(x)-y_{\text{المقارب}}$ ثم ندرس إشارته

10- هل يقبل الخط البياني أي مقاربات مائلة؟

a	نعم بسبب وجود مقاربات افقية	b	لا بسبب وجود مقاربات افقية	c	لا يوجد بسبب وجود مقارب شاقولي	d	غير ذلك

11- هل المستقيم $y=2x+7$ مقارب مائل للخط البياني $f(x)=2x+7+\frac{2}{x-1}$ عند $+\infty$:

a	نعم	b	لا

12- هل المستقيم $y=x+7$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x)=\frac{x^2+3x+6}{x+2}$؟

a	نعم	b	لا

13- هل المستقيم الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x)=x+1+\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$؟

a	نعم	b	لا

14- هل المستقيم الذي معادلته $y=2x+3$ مقارب مائل للتابع f عند $+\infty$ بحيث $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$؟

a	نعم	b	لا

15- هل المستقيم $y=-x$ مقارب مائل للخط C للتابع $f(x)=-x+\frac{3x+\cos x}{x^2}$ عند $+\infty$؟

a	نعم	b	لا

16- هل المستقيم الذي معادلته $y=-2x+1$ مقارب مائل للتابع $f(x)=\frac{-2x^2+x+2\cos(\sqrt{x})-2}{x}$ عند $+\infty$؟

a	نعم	b	لا

17- ليكن لدينا التابع المعرف على المجال $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق: $f(x)=3x-1+\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-1}$, إن معادلة المقارب المائل للخط البياني f هي:

a	$y=3x-1$	b	$y=x+1$	c	$y=-x+1$	d	غير ذلك

18- إن وضع المقارب مع الخط البياني للتابع على المجال $]-1,1[$ هو:

a	C يسار مقاربه	b	C تحت مقاربه	c	C يمين مقاربه	d	C فوق مقاربه

19- ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{2x^2-5x+4}{x-2}$ المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ فإن معادلة المقارب المائل للخط البياني عند $-\infty$ هي:

a	$y=2x-1$	b	$y=-x+3$	c	$y=x-3$	d	$y=-2x+1$

20- إن الوضع النسبي للخط البياني مع مقاربه المائل على المجال $]2,+\infty[$:

Ivatheer Tinawy

a	C يسار مقاربه	b	C فوق مقاربه	c	C يمين مقاربه	d	C تحت مقاربه

21- إن الوضع النسبي للخط البياني مع مقاربه المائل على المجال $]-\infty, 2[$:

a	C يسار مقاربه	b	C فوق مقاربه	c	C يمين مقاربه	d	C تحت مقاربه

22- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \sqrt{9x^2 - 6x + 3}$, إن معادلة المقارب المائل للخط البياني عند $+\infty$ هي:

a	$y = 3x - 1$	b	$y = x + 1$	c	$y = -3x + 1$	d	غير ذلك

23- إن الوضع النسبي للخط البياني مع مقاربه على $\mathbb{R}$:

a	C يسار مقاربه	b	C فوق مقاربه	c	C يمين مقاربه	d	C تحت مقاربه

24- ليكن التابع $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ وبفرض $b = \lim_{x\to+\infty} f(x) - ax$, $a = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$, إن قيمة a:

a	0	b	$\sqrt{2}$	c	$-\infty$	d	غير ذلك

25- إن قيمة b:

a	0	b	$+\infty$	c	1	d	$\sqrt{5}$

26- إن معادلة المقارب المائل للخط البياني C عند $+\infty$:

a	$y = \sqrt{2}x$	b	$y = x$	c	$y = 2x + 1$	d	غير ذلك

27- ليكن التابع المعرف وفق $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} & ; x \neq 1 \\ 2 & ; x = 1 \end{cases}$, إن $f(2)$ تساوي:

a	2	b	5	c	1	d	غير ذلك

28- لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+4} - 6x & ; x \neq 0 \\ 2\sqrt{3} & ; x = 0 \end{cases}$, إن $f(0)$ يساوي:

a	$2\sqrt{3}$	b	$-2\sqrt{3}$	c	2	d	$\sqrt{5}$

29- إن التابع f المعرف وفق $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & ; x \neq 2 \\ 4 & ; x = 2 \end{cases}$, هل التابع f مستمر عند $a = 2$؟

a	نعم	b	لا

30- إن التابع f المعرف وفق $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & ; x \neq 1 \\ 5 & ; x = 1 \end{cases}$, هل التابع f مستمر عند $a = 1$؟

a	نعم	b	لا

31- ليكن التابع f المعطى بالعلاقة $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{x^2+x+1}}{x} & ; x \neq 0 \\ m - 1 & ; x = 0 \end{cases}$, إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند 0 هي:

a	$\frac{1}{2}$	b	$\frac{1}{4}$	c	1	d	2

32- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3+\cos x}-2}{x^2} & ; x \neq 0 \\ m + 1 & ; x = 0 \end{cases}$, إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند 0 هي:

a	$\frac{9}{8}$	b	$-\frac{1}{8}$	c	$-\frac{9}{8}$	d	غير ذلك

33- ليكن التابع المعطى بالعلاقة $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2+2\cos x}-\sqrt{3+\cos x}}{x^2} & ; x \neq 0 \\ 2m - 1 & ; x = 0 \end{cases}$, إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند 0 هي:

a	$-\frac{7}{16}$	b	$\frac{7}{16}$	c	$\frac{1}{2}$	d	غير ذلك

Nather Tinawy

صفر على صفر وفي جذر...شو منساوي ! وأكيد حافظ بعدا الدساتير المثلثية

34- ليكن لدينا التابع المعرف وفق $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2\sin\left(\frac{1}{x-1}\right) & ;x\neq 1\\ 0 & ;x=1\end{cases}$, إن نهاية التابع عند $a=1$ هي:

a	0	b	$+\infty$	c	1	d	$\sqrt{5}$

35- هل التابع f مستمر عند $a=1$؟

a	نعم	b	لا

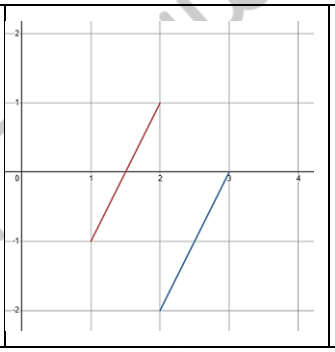
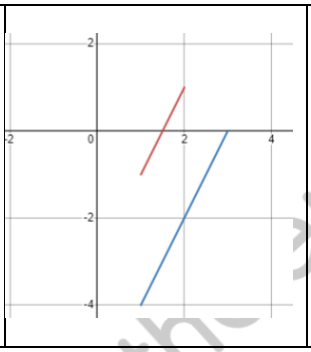
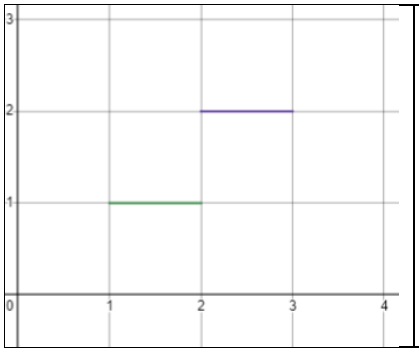
36- هل التابع f مستمر على $\mathbb{R}$؟

a	نعم	b	لا

37- ليكن التابع f المعرف على $[1,3[$ وفق $f(x)=2x-3E(x)$, إن عبارة f بصيغة مستقلة عن $E(x)$ نعطى بالشكل:

a	$\begin{cases}2x-3\ ;x\in[1,2[\\ 2x-6\ ;\ x\in[2,3[\end{cases}$	b	$\begin{cases}1\ ;x\in[1,2[\\ 2\ ;\ x\in[2,3[\end{cases}$	c	$\begin{cases}2x+3\ ;x\in[1,2[\\ 2x-6\ ;\ x\in[2,3[\end{cases}$	d	$\begin{cases}2x-3\ ;x\in[1,2[\\ 2x+6\ ;\ x\in[2,3[\end{cases}$

38- إن خطه البياني هو:

a		b		c			

39- إن نهاية التابع $\frac{f(x)}{x^2}$ عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$-\infty$	d	غير ذلك

40- هل f مستمر عند $a=2$؟

a	نعم	b	لا

41- ليكن لدينا التابع f المعرف على المجال $[0,2]$ وفق $f(x)=E(x)+\left(x-E(x)\right)^2$, إن عبارة fبصيغة مستقلة عن $E(x)$ تعطى بالشكل:

a	$\begin{cases}x^2\ ;x\in[0,1[\\ 1+(x-1)^2\ ;\ x\in[1,2[\\ 2\quad ;x=2\end{cases}$	b	$\begin{cases}x\quad ;x\in[0,1[\\ x-1\ ;\ x\in[1,2[\\ 0\quad ;x=2\end{cases}$	c	$-x^2\ ;x\in[0,2]$	d	غير ذلك

42- هل f مستمر على المجال $[0,2]$؟

a	نعم	b	لا

43- إن نهاية التابع $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+E(x)}{x}$ عند $+\infty$:

a	1	b	$+\infty$	c	0	d	2

الحلول

السؤال الأول	
A	1
B	2
B	3
D	4
C	5
A	6
A	7
B	8
D	9
B	10

السؤال الثاني	
C	1
B	2
A	3
A	4
C	5
D	6
A	7
B	8
A	9

السؤال الثالث	
A	1
B	2
B	3
D	4
C	5
A	6
A	7
B	8
D	9
B	10
C	11
B	12
A	13
A	14
C	15
D	16
A	17
B	18
A	19

السؤال الرابع					
D	33	A	17	A	1
A	34	D	18	B	2
A	35	A	19	B	3
A	36	B	20	D	4
A	37	D	21	C	5
A	38	A	22	A	6
B	39	B	23	A	7
B	40	B	24	B	8
A	41	A	25	D	9
A	42	A	26	B	10
A	43	B	27	A	11
-	-	A	28	B	12
-	-	A	29	A	13
-	-	B	30	A	14
-	-	A	31	A	15
-	-	C	32	A	16

قدماً نحو الأمام...

1- في المستوي P المزود بمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وليكن f التابع الذي يقرن بكل نقطة $M(x,y)$ من المستوي النقطة $M'(x',y')$ أي $f(M)=M'$ فإذا علمت أن $M(9x'-20y',9y'-4x')$ عندئذٍ تكون إحداثيات M' هي:

a	$M'(9x+20y,4x+9y)$	b	$M'(4x-9y,9x+20y)$
c	$M'(4x+9y,9x+20y)$	d	غير ذلك

نضع $x=9x'-20y'$
$y=-4x'+9y'$

ثم نحل المعادلتين حل مشترك لحساب x' و y'

2- نفرض أن C الخط البياني لتابع f معرف على المجال $]1,+\infty[$ وأن A عدد حقيقي مثبت وأنه من أجل كل $x>A$ يحقق أن $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1,99,2.01[$ عندئذٍ

a	$x=1$ مقارب شاقولي للخط C نحو $+\infty$	b	$x=1$ مقارب شاقولي للخط C نحو $-\infty$
c	$y=1$ مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$	d	$y=1$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

يجب أن تتذكر التفسير الهندسي المقابل لهذا التعريف

3- إذا كان f تابعاً يحقق أنه من أجل أي عدد حقيقي M يوجد عدد حقيقي A بحيث مهما يكن $x>A$ فإن $f(x)>M$ عندئذٍ:

a	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	b	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$
c	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	d	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

يجب أن تتذكر التفسير الهندسي المقابل لهذا التعريف

4- ليكن f التابع المعرف على $R\setminus\{-\frac{3}{2}\}$ وفق $f(x)=\frac{4x-5}{2x+3}$ فنلاحظ أن $y=2$ مقارب أفقي للخط c_f في جوار $+\infty$. إن c_f يقع فوق مقاربه على المجال

a	$]-\infty,-\frac{3}{2}[$	b	$]-\frac{3}{2},+\infty[$	c	$]-\infty,-11[$	d	$]-11,+\infty[$

5- إن نهاية التابع $f(x)=2+3\sin x$ عند $+\infty$

a	-1	b	5	c	$+\infty$	d	غير موجودة

6- نهاية التابع $f(x)=\frac{\sin(ax)}{x}$ عند الصفر تساوي:

a	a	b	1	c	-1	d	0

7- نهاية التابع $f(x)=\frac{\sin(ax)}{bx}$ عند الصفر تساوي:

a	a	b	b	c	$\frac{b}{a}$	d	$\frac{a}{b}$

8- نهاية التابع $f(x)=\frac{\tan(ax)}{bx}$ عند الصفر تساوي:

a	a	b	b	c	$\frac{b}{a}$	d	$\frac{a}{b}$

9- نهاية التابع $f(x)=\frac{\sin(ax)}{\sin(bx)}$ عند الصفر تساوي:

a	a	b	b	c	$\frac{b}{a}$	d	$\frac{a}{b}$

10- نهاية التابع $f(x)=\frac{\tan(ax)}{\sin(bx)}$ عند الصفر تساوي:

a	a	b	b	c	$\frac{b}{a}$	d	$\frac{a}{b}$

11- التابع $f(x)=x+2sinx$ خطه البياني محصور بين المستقيمين:

a	$d_1: y=x+2$ & $d_2: y=x-2$	b	$d_1: y=x-4$, $d_2: y=x+4$
c	$d_1: y=2x$, $d_2: y=-2x$	d	$d_1: y=x-1$, $d_2: y=x+1$

12- إذا كان $|f(x)-3| \le g(x)$ وكانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ عندئذٍ واحد من التوابع الآتية ممكن أن يكون $g(x)$:

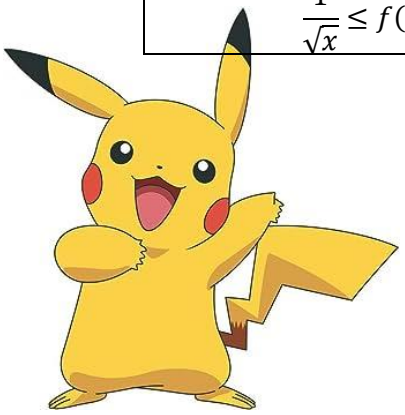
a	$g(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$	b	$g(x)=\frac{3x+1}{x+1}$	c	$g(x)=x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$	d	$g(x)=x\sqrt{x}$

13- ليكن f التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$$

فأي من المتراجحات الآتية صحيحة:

a	$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \le f(x) \le \frac{1}{2\sqrt{x}}$	b	$\frac{1}{\sqrt{x+1}} \le f(x) \le \frac{1}{\sqrt{x}}$
c	$\frac{1}{2\sqrt{x}} \le f(x) \le \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$	d	$\frac{1}{\sqrt{x}} \le f(x) \le \frac{1}{\sqrt{x+1}}$



فكرة Idea

يجب أولاً الضرب بالمرافق ثم محاولة حصر التابع VIE

Nathmeer Tinawy

14-إذا كان $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$ فإن $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$ تساوي:

a	$\frac{5}{3}$	b	$\frac{2}{3}$	c	$\frac{3}{5}$	d	2

15-التابع $f(x)=\sqrt{1-cosx}$ معرف على:

a	$[1,+\infty[$	b	$[-1,1]$	c	$[0,+\infty[$	d	R

فكر: ما هي قيم x التي تجعل $\cos x \leq 1$. هل يوجد زاوية كوساينها أكبر من الواحد!؟

16-التابع f المعرف على R وفق $f(x)=\sqrt{3+sinx}$:

a	دوري دوره 2π	b	دوري دوره π	c	فردي	d	زوجي

17-إذا كان $y=f(x)=\sqrt{x}$ مهما يكن $x\geq 0$ عندئذٍ:

a	$x=y^2$	b	$x=\sqrt{y}$	c	$x=y$	d	$x=\|y\|$

جد x بدلالة y (عزل x)

18-إذا كان $f(x)=\frac{x+2}{x}$ و $g(x)=\frac{2}{x-1}$ عندئذٍ $f(g(x))$ يساوي:

a	x	b	$\frac{1}{x}$	c	$-x$	d	$\frac{x+1}{x-1}$

19-التابع $f(x)=x-sinx$ المعرف على $]0,+\infty[$:

a	زوجي	b	فردي	c	متزايد على R	d	متناقص على R

أيمكن أن يكون المشتق سالباً !؟

20-إذا علمت أن $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+x+1}-\sqrt{2}x\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$ فإن معادلة المقارب المائل للخط c_f

a	$y=-\sqrt{2}x-\frac{\sqrt{2}}{4}$	b	$y=\sqrt{2}x$	c	$y=-\sqrt{2}x+\frac{\sqrt{2}}{4}$	d	$y=\sqrt{2}x+\frac{\sqrt{2}}{4}$

21-ليكن m عدداً حقيقياً و C_m الخط البياني للتابع f_m المعرف على R وفق:

$$f_m(x)=x^3+mx^2-8x-m$$

فإذا علمت أن C_0 و C_1 يتقاطعان في نقطتين A و B فإن إحداثيات كلٍ من A,B هي:

a	$A(1,7),B(-1,-7)$	b	$A(-1,7),B(1,-7)$
c	$A(-1,-7),B(1,-7)$	d	$A(-1,7),B(1,7)$

1-قم بتعويض $m = 0$ و $m = 1$

2-ضع $f_0(x) = f_1(x)$ لإيجاد فواصل نقاط تلاقي c_0, c_1

3-عوض تلك الفواصل في أحد التابعين لتحسب التراتيب

22-ليكن f تابعاً مستمراً واشتقاقياً على المجال $I = [0,1]$ ويحقق الشرطين:

- مهما يكن $x \in I$ فإن $f(x) \in I$
- مهما يكن $x \in]0,1[$ فإن $f'(x) < 1$

عندئذٍ عدد حلول المعادلة $f(x) = x$ في I

a	حل وحيد	b	حلان	c	3 حلول	d	لا يوجد حلول

المعادلة $f(x) = x$ تكتب بالشكل $f(x) - x = 0$

و هذا يقودنا لدراسة التابع $g(x) = f(x) - x$

1-جد $g'(x)$ ثم استنتج اشارته مستفيداً من المعطيات

2-فسر لماذا كون $f(x) \in [0,1]$ فإنه لا بدّ من وجود عدد حقيقي c من I بحيث $f(c) = 0$

3- ما هي صورة المجال I و لماذا حتماً $0 \in f(I)$ ... استنتج المطلوب.

- ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = \sin^2 x + 4sinx + 6$

23- f يكتب بالشكل :

a	$(sinx - 2)^2 + 2$	b	$(\sin x + 2)^2 + 2$	c	$(sinx - 2)^2 + 1$	d	$(sinx - 1)^2 + 2$

24- واحدة من المتراجحات الآتية صحيحة . اخترها

a	$3 \le f(x) \le 11$	b	$1 \le f(x) \le 3$	c	$1 \le f(x) \le 9$	d	$2 \le f(x) \le 9$

25- فإذا كان $g(x) = x^2 f(x)$ عندئذٍ نهاية التابع g(x) عند $+\infty$

a	1	b	$+\infty$	c	0	d	11

26- ليكن f و g التابعان المعرفان وفق $gf(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \sin x$ عندئذٍ يكون

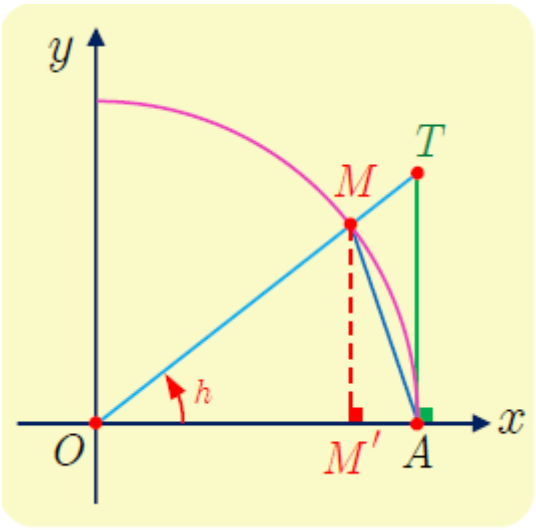
التركيب $(gof)(x)$ يساوي

a	$\sin(x^2 - 1)$	b	$\sin^2 x - 1$	c	$(sinx - 1)^2$	d	$\sin(x^2) - 1$

-27 ليكن $f(x) = \left(\frac{4x+1}{x-1}\right)^{\frac{5}{2}} - 3\left(\frac{4x+1}{x-1}\right)^{\frac{3}{2}}$ فإذا وضعنا $u = \sqrt{\frac{4x+1}{x-1}}$ عندئذٍ النهاية $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ تساوي

$\lim_{u\to2}\left(\sqrt{u^5} - 3u^3\right)$	d	$\lim_{u\to2}(u^5 - 3u^3)$	c	$\lim_{u\to2}\left(\sqrt{u}^5 - 3\sqrt{u}^3\right)$	b	$\lim_{u\to4} u^5 - u^3$	a

- C الدائرة المثلثية التي مركزها المبدأ و لتكن M النقطة من C بحيث يكون h التعيين الأساسي بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$



-28 مساحة المثلث OAM تساوي :

$\frac{1}{2}coth$	d	$\frac{1}{2}tanh$	c	$\frac{1}{2}cosh$	b	$\frac{1}{2}sinh$	a

-29 مساحة المثلث OAT تساوي :

$\frac{1}{2}coth$	d	$\frac{1}{2}tanh$	c	$\frac{1}{2}cosh$	b	$\frac{1}{2}sinh$	a

-30 إذا علمت أن $\tanh \le h \le \sinh$ فيمكن استنتاج أن :

$\frac{cosh}{h} \le sinh \le 1$	d	$\frac{sinh}{h} \le 1 \le cosh$	c	$cosh \le \frac{sinh}{h} \le 1$	b	$\frac{sinh}{h} \le cosh \le 1$	a

-31 ليكن P كثير حدود من الدرجة n أي $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ و $a_n > 0$ عندئذٍ يمكن الجزم بأن المعادلة $P(x) = 0$

ليس لها حلول	d	لها حلان فقط	c	لها حل واحد على الأقل	b	لها حل وحيد	a

-32 إذا علمت أن $f'(1) = 2\sqrt{3}$ فإن قيمة النهاية $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{\sqrt{x}-1}$ تساوي :

$\frac{\sqrt{3}}{2}$	d	$\sqrt{3}$	c	$2\sqrt{3}$	b	$4\sqrt{3}$	a

Latheer Tinawy

رسالة من أستاذك

طوبى للموقـنين بأن الله معهم

وراقب أعمالهم

يحرس أهدافهم

و يسر لهم الطريق

A	17	A	1
A	18	D	2
C	19	C	3
D	20	A	4
B	21	D	5
A	22	A	6
B	23	D	7
A	24	D	8
B	25	D	9
A	26	D	10
C	27	A	11
A	28	A	12
C	29	A	13
B	30	A	14
B	31	D	15
A	32	A	16

Nathee Thawi

الجزء الأول	الوحدة (2)	الاشتقاق

1- إن التابع $f(x)=2\sqrt{x}+x$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=0$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=1$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=3$

بعد ما تشكل $g(x)$ معدل التغير فكر باستبدل كل x بـ $(\sqrt{x})^2$ ثم تحليل

2- ن التابع $f(x)=\sqrt{2-x}$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=0$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=2$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=3$

3- إن التابع $f(x)=\sin(2x)$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=0$ و $f'(0)=0$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=0$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=0$ و $f'(0)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=0$ و $f'(0)=3$

4- إن التابع $f(x)=(2x-4)\sqrt{x-2}$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=0$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=2$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=2$ و $f'(2)=3$

5- إن التابع $f(x)=2x^2-3$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=\sqrt{2}$ و $f'(\sqrt{2})=\sqrt{2}$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=\sqrt{2}$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=\sqrt{2}$ و $f'(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$	d	قابل للاشتقاق عند $a=\sqrt{2}$ و $f'(\sqrt{2})=4\sqrt{2}$

6- إن التابع $f(x)=x^2+x+1$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=0$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=1$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=3$

7- إن التابع $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=\frac{\sqrt{3}}{2}$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=1$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=3$

8- إن التابع $f(x)=(x-1)|x-1|$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=1$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=1$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=0$	d	قابل للاشتقاق عند $a=1$ و $f'(1)=3$

9- إن التابع $f(x)=3x^2-x$:

a	قابل للاشتقاق عند $a=-1$ و $f'(-1)=22$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a=-1$.
c	قابل للاشتقاق عند $a=-1$ و $f'(-1)=-2$	d	قابل للاشتقاق عند $a=-1$ و $f'(-1)=-7$

Mathcer Maqu

10- إن التابع $f(x) = \cos(2x)$:

a	قابل للاشتقاق عند $a = 0$ و $f'(0) = 2$	b	غير قابل للاشتقاق عند $a = 0$.
c	قابل للاشتقاق عند $a = 0$ و $f'(0) = 0$	d	قابل للاشتقاق عند $a = 0$ و $f'(0) = 3$

11- إن التابع $f(x) = x^2 + 2x + 1 + \frac{3}{x-1}$:

a	معرف على المجال $]-\infty, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ واشتقاقي عليه
c	معرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ واشتقاقي عليه	d	معرف على المجال $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ واشتقاقي عليه

12- إن التابع $f(x) = \sin(x) + \sqrt{x}$:

a	معرف على المجال $]-\infty, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $[0, +\infty[$ واشتقاقي عليه
c	معرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ واشتقاقي عليه	d	معرف على المجال $[0, +\infty[$ واشتقاقي على $]0, +\infty[$

13- إن التابع $f(x) = (4 - 2x)\sqrt{x-2}$:

a	معرف على المجال $]4, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $[2, +\infty[$ واشتقاقي عليه
c	معرف على $\mathbb{R}\backslash\{4\}$ واشتقاقي عليه	d	معرف على المجال $[2, +\infty[$ واشتقاقي علي

معلش نسحب ناقص 2 عامل مشترك من القوس و تلاحظ أن الجذر مضروب بمضمونه

14- إن التابع $f(x) = (3 - x)\sqrt{3-x}$:

a	معرف على المجال $]3, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $]-\infty, 3[$ واشتقاقي على $]-\infty, 3[$
c	معرف على $[3, +\infty[$ واشتقاقي عليه	d	معرف على المجال $]-\infty, 3[$ واشتقاقي عليه

15- إن التابع $f(x) = 2x\sqrt{x}$

a	معرف على المجال $]-\infty, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $[0, +\infty[$ واشتقاقي عليه
c	معرف على $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ واشتقاقي عليه	d	معرف على المجال $[0, +\infty[$ واشتقاقي على $]0, +\infty[$

رجاع اقرأ نفس الملاحظة ↑

16- إن التابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$:

a	معرف على المجال $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$ واشتقاقي عليه	b	معرف على المجال $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ واشتقاقي عليه
c	اشتقاقي على المجال $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$	d	معرف على المجال $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ واشتقاقي عليه

17- إن مشتق التابع $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$:

a	$12x - 4$	b	$-12x - 4$	c	$12x + 4$	d	غير ذلك

18- إن مشتق التابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$:

a	$\frac{3}{(x-1)^2}$	b	$\frac{3}{(x+1)^2}$	c	$\frac{-3}{(x+1)^2}$	d	غير ذلك

19- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x}{x^2+3}$:

a	$\frac{-x^2+3}{(x^2+3)^2}$	b	$\frac{-x^2-3}{(x^2+3)^2}$	c	$\frac{x^2+3}{(x^2+3)^2}$	d	$\frac{-x^2+3}{(x^2-3)^2}$

20- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x+4}{3}$:

a	3	b	$3x-1$	c	$\frac{1}{3}$	d	غير ذلك

21- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{\sin x}{x}$:

a	$\frac{xcosx-sinx}{x^2}$	b	$\frac{xcosx+sinx}{x^2}$	c	$\frac{xcosx-sinx}{x^4}$	d	غير ذلك

22- إن مشتق التابع $f(x)=x^2+x-1-\frac{1}{x}$:

a	$2x+1+\frac{1}{x^2}$	b	$2x-1+\frac{1}{x^2}$	c	$2x+1-\frac{1}{x^2}$	d	$-2x+1+\frac{1}{x^2}$

23- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x^2-7x+6}{(x-1)^2}$:

a	$\frac{5}{(x+1)^2}$	b	$\frac{5}{(x-1)^2}$	c	$\frac{5}{(x-1)^4}$	d	غير ذلك

24- إن مشتق التابع $f(x)=\sqrt[3]{x}-5$:

a	$\frac{-1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$	b	$\frac{1}{3}x^{+\frac{2}{3}}$	c	$\frac{-1}{3}x^{\frac{2}{3}}$	d	$\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

فكرة Idea

هل تعلم أنّ $\sqrt[m]{x}$ يُكتب بالشكل $x^{\frac{1}{m}}$ و أنّ $\sqrt[m]{x^n}$ يكتب بالشكل $x^{\frac{n}{m}}$

25- إن مشتق التابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}$:

a	$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$	b	$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	c	$\frac{2}{-3}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$	d	$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{-1}{2\sqrt{x}}$

فكرة Idea

رجاع اقرأ نفس الملاحظة ↑

26- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$:

a	$\frac{1}{2x\sqrt{x}}$	b	$\frac{1}{2x^2\sqrt{x}}$	c	$-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$	d	غير ذلك

27- إن مشتق التابع $f(x)=x^2\cos(x)$:

a	$2xcosx-x^2sinx$	b	$-2xcosx-x^2sinx$	c	$2xcosx+x^2sinx$	d	غير ذلك

28- إن مشتق التابع $f(x)=\sqrt{x}(x^2+2x-1)$:

a	$\frac{5x^2-6x-1}{2\sqrt{x}}$	b	$\frac{5x^2+6x-1}{-2\sqrt{x}}$	c	$\frac{-5x^2+6x-1}{2\sqrt{x}}$	d	$\frac{5x^2+6x-1}{2\sqrt{x}}$

29- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x^2+6}{x^2-1}$:

Nathee Tinawy

غير ذلك	d	$\frac{-14x}{(x^2-1)^2}$	c	$\frac{-14x}{(x^2+4)^2}$	b	$\frac{14x}{(x^2-1)^2}$	a

30- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x+3}{3\sqrt{x}}$:

غير ذلك	d	$\frac{3x+9}{18x\sqrt{x}}$	c	$\frac{-3x-9}{18x\sqrt{x}}$	b	$\frac{3x-9}{18x\sqrt{x}}$	a

31- إن مشتق التابع $f(x)=x^2\sqrt{x}$:

غير ذلك	d	$\frac{5x\sqrt{x}}{-2}$	c	$\frac{5x\sqrt{x}}{2}$	b	$\frac{-5x\sqrt{x}}{2}$	a

32- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x^2+1}{\sin x}$:

$\frac{2xsinx-x^2cosx-cosx}{\sin^4 x}$	d	$\frac{2xsinx+x^2cosx-cosx}{\sin^2 x}$	c	$\frac{2xsinx-x^2cosx+cosx}{\sin^2 x}$	b	$\frac{2xsinx-x^2cosx-cosx}{\sin^2 x}$	a

33- إن مشتق التابع $f(x)=\cos(x)\sin(x)$:

غير ذلك	d	$\sin^2 x+\cos^2 x$	c	$-\sin^2 x-\cos^2 x$	b	$-\sin^2 x+\cos^2 x$	a

34- إن مشتق التابع $f(x)=\tan x-x$:

$\tan^2 x$	d	$\tan^2 x-1$	c	$\tan^2 x+1$	b	$x\tan^2 x$	a

35- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$:

غير ذلك	d	$\frac{-x^2+1}{(x^2-1)^2}$	c	$\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$	b	$\frac{-x^2-1}{(x^2+1)^2}$	a

36- إن مشتق التابع $f(x)=\frac{x+1}{(2x-1)^2}$:

غير ذلك	d	$\frac{-4x^2-8x-5}{(2x-1)^4}$	c	$\frac{-4x^2+8x+5}{(2x-1)^4}$	b	$\frac{-2x-5}{(2x-1)^3}$	a

37- إن مشتق التابع $f(x)=\sin(x^2)$:

غير ذلك	d	$2x\cos(x^2)$	c	$-2x\cos(x^2)$	b	$2x\,sin(x^2)$	a

38- إن مشتق التابع $f(x)=(x^2+4x)^3$:

غير ذلك	d	$6(x^5+10x^4-32x^3+32x^2)$	c	$3(x^2+4x)^2(2x+4)$	b	$6(x^5-10x^4+32x^3+32x^2)$	a

39- إن مشتق التابع $f(x)=\sin(cos\,x)$:

$-sinx.cos(cosx)$	d	$sinx.cos(cosx)$	c	$-sinx.cos(sinx)$	b	$-sinx.-cos(cosx)$	a

40- إن مشتق التابع $f(x)=\sin\left(\frac{1}{x}\right)$:

غير ذلك	d	$-\frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$	c	$\frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$	b	$-\frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^4}$	a

41- إن مشتق التابع $f(x)=\cos^3(x)$:

غير ذلك	d	$-3sinx^2cos^2x$	c	$3sinxcos^2x$	b	$-3sinxcos^2x$	a

42- إن مشتق التابع $f(x)=\tan(3x)$:

غير ذلك	d	$3+3\tan^3 3x$	c	$3+3\tan^2 3x$	b	$3-3\tan^2 3x$	a

43- إن مشتق التابع $f(x)=\cos(3x)-\sin(2x)$:

Nather Tinawi

a	$3sinx - 2cosx$	b	$-3sinx + 2cosx$	c	$-3sinx - 2cosx$	d	غير ذلك

44- إن مشتق التابع $f(x) = 3\sin^2(x) - 5\cos^3(2x)$:

a	$6sinx.cosx + 30\cos^2 2x.\sin 2x$	b	$-6sinx.cosx + 30\cos^2 2x.\sin 2x$	c	$6sinx.cosx - 30\cos^2 2x.\sin 2x$	d	غير ذلك

45- إن مشتق التابع $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$:

a	$\frac{-1}{(-x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$	b	$\frac{-1}{(x+1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$	c	$\frac{1}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$	d	$\frac{-1}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$

46- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = x^2 + 2$ عند $a = 1$ هي:

a	$y = -2x - 1$	b	$y = 2x - 1$	c	$y = -2x + 1$	d	$y = 2x + 1$

47- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = \sqrt{2x+1}$ عند $a = 2$ هي:

a	$y = -\frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{7}{\sqrt{5}}$	b	$y = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{3}{\sqrt{5}}$	c	$y = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{7}{\sqrt{5}}$	d	غير ذلك

48- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = \sin(x)$ عند $a = \frac{\pi}{2}$ هي:

a	$y = 1$	b	$y = 0$	c	$y = -1$	d	غير ذلك

49- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = \frac{x}{x+1}$ عند $a = 0$ هي:

a	$y = -x$	b	$y = x$	c	$y = x + 1$	d	غير ذلك

50- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ عند $a = 1$ هي:

a	$y = -x - 1$	b	$y = -x + 1$	c	$y = x + 1$	d	غير ذلك

51- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = 1 - \frac{3}{x}$ عند $a = -1$ هي:

a	$y = 3x - 5$	b	$y = -3x - 5$	c	$y = 3x + 7$	d	غير ذلك

52- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = \tan(x)$ عند $a = \frac{\pi}{4}$ هي:

a	$2x + \frac{\pi+2}{2}$	b	$2x - \frac{\pi-2}{2}$	c	$-2x - \frac{\pi+2}{2}$	d	$2x - \frac{\pi+2}{2}$

53- إن معادلة المماس للخط البياني C للتابع f المعرف وفق $f(x) = 2x - x^2$ الذي ميله يساوي 4 هي:

a	$y = -4x$	b	$y = 4x + 8$	c	$y = 4x - 8$	d	$y = 4x + 1$

فكرة Idea

إذا عُلم ميل المماس $f'(x) = m$ ثم نعزل x لإيجاد الفواصل

54- إن فواصل المماسات الموجودة في النقطة التي ترتيبها -1 للتابع $f(x) = x^2 - 5x + 5$ هي:

a	$a = -3, a = -2$	b	$a = 2, a = -3$	c	$a = 2, a = 3$	d	$a = -2, a = 3$

Natheer Tinawy

إذا علمنا b تراتيب نقطة التماس نضع $f(x) = b$ ثم نعزل $x = a$

55- إن معادلة المماس في نقطة تقاطع الخط البياني للتابع مع محور الفواصل للتابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ هي:

a	$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$	b	$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$	c	$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	d	غير ذلك

التقاطع مع محور التراتيب يعني أن الفواصل صفر $a = 0$

56- إن معادلة المماس للخط البياني للتابع f في النقطة التي يتقاطع فيها مع محور التراتيب علماً أن $f(x) = \frac{1}{x-1}$ هي:

a	$y = -x + 1$	b	$y = -x - 1$	c	$y = x - 1$	d	غير ذلك

57- إن معادلة المماس الموازي للمستقيم $x + y = 1$ للتابع $f(x) = 3x - x^2$ هي:

a	$y = -x - 4$	b	$y = x + 4$	c	$y = -x + 4$	d	غير ذلك

58- إن معادلتي المماس المعامد للمستقيم $-\frac{x}{4} + y = 0$ للتابع $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي:

a	$y_1 == -4x + 5$ $y_2 = -4x - 3$	b	$y_1 === -4x - 5$ $y_2 = 4x - 3$	c	$y_1 = -4x + 1$ $y_2 = -4x + 3$	d	غير ذلك

- **ليكن C_f الخط البياني للتابع $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$:**

59- إن مجموعة تعريف f هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{-1\}$	b	$\mathbb{R}$	c	$\mathbb{R}^*$	d	غير ذلك

60- إن نهاية التابع $f(x)$ عند $+\infty$ هي:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

61- إن نهاية التابع $f(x)$ عند $-\infty$ هي:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

62- إن نهاية $f(x)$ عند $(-1)^+$:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

63- إن نهاية $f(x)$ عند $(-1)^-$:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

64- يمكن كتابة التابع f بالشكل:

a	$x - 1 + \frac{4}{x-1}$	b	$x - 1 + \frac{4}{x+1}$	c	$x + 1 + \frac{4}{x+1}$	d	غير ذلك

65- إن معادلة المقارب المائل Δ للخط C_f هي:

a	$y = x - 1$	b	$y = x + 1$	c	$y = 3x$	d	$y = 3x - 1$

Natheer Tinawy

66- يكون C_f فوق Δ على المجال:

a	$\mathbb{R}$	b	$]-\infty,-1[$	c	$]-1,+\infty[$	d	$]1,+\infty[$

67- إن $f'(x)$ يساوي:

a	$\frac{-x^2+2x-3}{(x+1)^2}$	b	$\frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$	c	$\frac{x^2-2x-3}{(x+1)^2}$	d	$\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$

68- إن جدول تغيرات التابع f هو: $f(1)=2\,,f(-3)=-6$

a

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$++++$	0	$----$		$---$	0	$+++$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

b

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$++++$	0	$----$		$---$	0	$+++$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

c

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$++++$	0	$----$		$---$	0	$+++$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

69- إن $f(-2-x)$ تساوي:

a	$\frac{x^2+4x-7}{x+1}$	b	$\frac{x^2+4x-7}{-x-1}$	c	$\frac{x^2+4x+7}{-x-1}$	d	غير ذلك

70- أي من النقاط الآتية يمثل المركز التناظر للخط البياني للتابع:

a	$I(1,-2)$	b	$I(-1,2)$	c	$I(1,2)$	d	$I(-1,-2)$

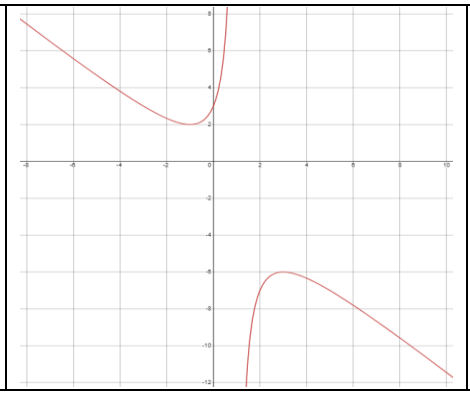
إذا كانت النقطة $A(a,b)$ مركز التناظر للخط c_f عندئذٍ $f(2a-x)+f(x)=2b$

71- إن معادلة المماس في النقطة التي فاصلتها $a=0$ هي:

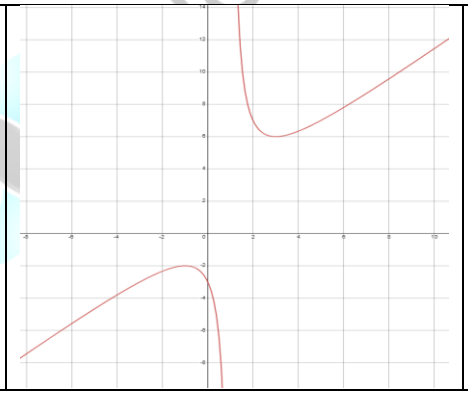
a	$y=3x+3$	b	$y=-3x-3$	c	$y=-3x+3$	d	$y=3x-3$

72- إن الخط البياني الذي يمثل التابع C_f هو:

a



b



c

- **ليكن C_f الخط البياني للتابع $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المعرف على $\mathbb{R}$:**

73- إن C_f متناظر بالنسبة:

a	المبدأ	b	محور التراتيب	c	محور الفواصل	d	غير ذلك

ادرس زوجية – فردية التابع

74- إن نهاية $f(x)$ عند $+\infty$:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

75- إن نهاية $f(x)$ عند $-\infty$:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

76- إن نهاية $f(x) - x$ عند $+\infty$ تساوي:

a	$-\infty$	b	1	c	$+\infty$	d	2

77- إن معادلة المقارب المائل عند $+\infty$ هي:

a	$y = -x + 1$	b	$y = x - 1$	c	$y = x + 1$	d	$y = 3x - 3$

78- إن نهاية $\frac{f(x)}{x}$ عند $-\infty$ هي:

a	1	b	-1	c	$+\infty$	d	2

79- إن نهاية $f(x) - x$ عند $-\infty$ هي:

a	2	b	0	c	1	d	-1

80- إن معادلة المقارب المائل للخط البياني للتابع عند $-\infty$ هي:

a	$y = -x + 1$	b	$y = x + 1$	c	$y = x - 1$	d	$y = 3x - 3$

****ليكن لدينا التابع $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x}$:**

81- إن مشتق التابع f هو:

a	$\frac{x^2-1}{-x^2}$	b	$\frac{x^2-1}{x^2}$	c	$\frac{x^2+1}{x^2}$	d	$\frac{x^2}{x^2} - 1$

82- بناء على نتيجة الطلب السابق، يكون مشتق التابع المعرف وفق $g(x) = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ هو:

a	$\frac{x-1}{x}$	b	$\frac{x-1}{x}(\sqrt{x})$	c	$\frac{x-1}{x}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	d	$\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2}}$

ليكن التابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-x} ; x \neq 1 \\ m ; x = 1 \end{cases}$:

83- إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند الواحد هي:

a	-2	b	-1	c	1	d	2

84- إن مشتق التابع f على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ هو:

a	$\frac{x^2+2x-1}{(1-x)^2}$	b	$\frac{-x^2+2x+1}{(1-x)^2}$	c	$\frac{-x^2+2x-1}{(1-x)^2}$	d	$\frac{-x^2+2x-1}{(1+x)^2}$

85- إن القيمة التقريبية للعدد 0.02 هي:

a	2.02	b	0.02	c	1.02	d	-1.02

Notheer Tinawy

الحلول

D	79	D	53	A	27	C	1
C	80	C	54	D	28	B	2
B	81	A	55	C	29	C	3
C	82	B	56	A	30	A	4
A	83	C	57	B	31	D	5
C	84	A	58	A	32	D	6
D	85	A	59	A	33	A	7
-	-	C	60	D	34	C	8
-	-	A	61	B	35	D	9
-	-	C	62	A	36	C	10
-	-	A	63	C	37	C	11
-	-	B	64	B	38	D	12
-	-	A	65	D	39	B	13
-	-	C	66	C	40	D	14
-	-	D	67	A	41	B	15
-	-	C	68	B	42	C	16
-	-	C	69	D	43	A	17
-	-	D	70	A	44	B	18
-	-	C	71	D	45	A	19
-	-	C	72	D	46	C	20
-	-	A	73	B	47	A	21
-	-	C	74	A	48	A	22
-	-	A	75	B	49	A	23
-	-	B	76	C	50	D	24
-	-	C	77	C	51	A	25
-	-	A	78	B	52	C	26

قدماً نحو الأمام...

1- نعلم أن النهاية $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ تبين قابلية اشتقاق التابع f عند $x=a$

فإذا وضعنا $x=a+h$ فإن النهاية السابقة تؤول إلى:

a	$\lim_{h\to a}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	b	$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(h)}{h}$
c	$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	d	$\lim_{x\to 0}\frac{f(h+a)-f(a)}{h}$

2- إن التقريب التألفي للعدد $f(a+h)$ يعطى بالصيغة:

a	$hf'(a)+f(a)$	b	$hf(a)+f'(a)$	c	$hf(a)+f(a)$	d	$hf'(a)+f'(a)$

3- النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{cosx-1}{x}$ تساوي:

a	$-\infty$	b	-1	c	1	d	0

زكاتك حلها على تعريف العدد المشتق و ليس عل الدساتير

4- إن مشتق التابع $f(x)=4\sin^3(x)+3cosx$:

a	$f'(x)=3sinx(2sin2x-1)$	b	$f'(x)=3sinx(4cosx-1)$
c	$f'(x)=3sinx(4sinx-1)$	d	$f'(x)=4\cos^3 x-3sinx$

5- ليكن f تابع ليس زوجي و ليس فردي و معرف على R و g تابع معرف على R وفق

$g(x)=f(x)+f(-x)$ عندئذٍ يكون التابع g :

a	فردياً	b	دورياً	c	ليس ثابتاً	d	زوجياً

6- بفرض f تابع معرف على R ويحقق أن $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ وليكن g معرف على R وفق:

$g(x)=f(x)+f(-x)$

عندئذٍ مشتق التابع g يساوي:

a	$g'(x)=\frac{2}{1+x^2}$	b	$g'(x)=0$	c	$g'(x)=\frac{1}{1+x^2}$	d	$g'(x)=1$

$g'(x)=1$

7- بفرض f تابع معرف على R ويحقق أن $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ وليكن g معرف على R وفق:

$g(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$

عندئذٍ مشتق التابع g يساوي:

a	$g'(x)=\frac{2}{1+x^2}$	b	$g'(x)=0$	c	$g'(x)=\frac{1}{1+x^2}$	d	$g'(x)=1$

Natheer Tinawy

هلأ هون لما بدك تشتق g بدك تتذكر أنو $\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right]' = f'\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)'$

و أن كتابة $f'\left(\frac{1}{x}\right)$ لا تعني اشتقاقاً و إنما تعويض $\frac{1}{x}$ في عبارة f'

8- بفرض f تابع معرف على R ويحقق أن $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ وليكن g معرف على R وفق:

$$g(x) = f(tanx) - x$$

عندئذٍ مشتق التابع g يساوي:

a	$g'(x) = \frac{2}{1+x^2}$	b	$g'(x) = 0$	c	$g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$	d	$g'(x) = 1$

نفس الملاحظة السابقة و لكن المضمون هنا $tanx$

9- إن نهاية التابع f(x) = tanx عندما $x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-$ تساوي :

a	$+\infty$	b	$-\infty$	c	0	d	1

10- التابع sin (3x) دوري و اصغر دور له :

a	2π	b	$\frac{2\pi}{3}$	c	$\frac{3\pi}{2}$	d	3π

11- التابع $x \longmapsto tanx$ المعرف على $]0, \frac{\pi}{2}[$:

a	زوجي	b	متزايد تماماً	c	متناقص تماماً	d	دوري دوره $\frac{\pi}{2}$

12- ليكن f تابع متزايد تماماً على المجال $I = [a, b]$ و مستمراً عليه عندئذٍ الشرط اللازم و الكافي ليكون للمعادلة f(x) = 0 حل وحيد في المجال I هو :

a	$f(a.b) < 0$	b	$f(a)f(b) < 0$	c	$f(a)f(b) > 0$	d	$f(a.b) > 0$

Natheer Tinawy

الحلول

1	C
2	A
3	D
4	A
5	D
6	B
7	B
8	B
9	A
10	D
11	B
12	B

رسالة من أستاذك

قد تمرّ عليك أوقات ضعف أو فتور لكن ما إن تتذكر الحلم الذي لطالما انتظرته.. اشتعل بداخلك شعور الشغف والحافز لتبذل الغالي والنفيس فداءً لحلمك وطموحك الذي كاد أن

الجزء الأول	الوحدة (3)	المتتاليات

1- هل المتتالية ... $\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$

a	حسابية أساسها $r = 12$	b	حسابية أساسها $r = \frac{1}{12}$	c	هندسية أساسها $q = 2$	d	ليست حسابية ولا هندسية

يجب أن نحسب الفرق بين كل حد و سابقه فإن نتج عدد ثابت كانت حسابية
و إلا نجرب نسبة كل حد على سابقه فإن نتج عدد ثابت كانت هندسية

2- هل المتتالية ... $\frac{1}{9}, \frac{2}{9^2}, \frac{3}{9^3}, \frac{4}{9^4}$

a	حسابية أساسها $r = \frac{1}{9}$	b	حسابية أساسها $r = 9$	c	هندسية أساسها $q = \frac{1}{9}$	d	ليست حسابية ولا هندسية

3- ليكن لدينا المتتالية $(v_n)_n \geq 0$ المعطاة وفق: $v_n = n^2$، هل المتتالية v_n ؟

a	حسابية أساسها $r = 2$	b	حسابية أساسها $r = 8$	c	هندسية أساسها $q = 4$	d	ليست حسابية ولا هندسية

4- لتكن لدينا المتتالية $(v_n)_n \geq 0$ المعطاة وفق $v_{n+1} = \frac{v_n}{1+v_n}$

ولدينا المتتالية $(u_n)_n \geq 1$ المعطاة وفق: $u_n = \frac{1}{v_n}$ هل المتتالية u_n ؟

a	حسابية أساسها $r = 1$	b	حسابية أساسها $r = -1$	c	هندسية أساسها $q = 3$	d	ليست حسابية ولا هندسية

5- ليكن لدينا $(u_n)_n$ متتالية حسابية فيها $r = -2$, $u_1 = -2$ فان u_{10} تساوي:

a	$u_{10} = 20$	b	$u_{10} = -16$	c	$u_{10} = -20$	d	$u_{10} = 16$

6- لتكن لدينا $(u_n)_n \geq 0$ متتالية حسابية فيها $u_0 = -1$, $u_{10} = 59$ فان أساس المتتالية r يساوي:

a	$r = 6$	b	$r = 3$	c	$r = -6$	d	$=r = \frac{1}{6}$

7- اذا كان لدينا u_n متتالية حسابية فيها $u_4 = 25$, $r = 6$ فان u_n تساوي:

a	$u_n = 2n - 2$	b	$u_n = 6n + 1$	c	$u_n = 6n + 2$	d	$u_n = 3n - 1$

8- لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_n \geq 0$ متتالية حسابية فيها $u_0 = 3$, $r = 2$ فان مجموع المتتالية

$S = u_3 + u_4 + \cdots + u_8$

a	$S = 28$	b	$S = 80$	c	$S = 84$	d	$S = 56$

9- هل المتتالية ... $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$,

a	حسابية أساسها $r = 2$	b	هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$	c	هندسية أساسها $q = 2$	d	ليست حسابية ولا هندسية

10- هل المتتالية ... 1,4,8,16,32,

a	حسابية أساسها $r = 12$	b	حسابية أساسها $r = \frac{1}{12}$	c	هندسية أساسها $q = 2$	d	ليست حسابية ولا هندسية

11- لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_n \geq 0$ المعطاة وفق: $u_n = \frac{2}{3^n}$ هي متتالية ؟

Nathéer Tinawy

a	حسابية أساسها $r=-\frac{1}{3}$	b	حسابية أساسها $r=\frac{1}{3}$	c	هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$	d	ليست حسابية ولا هندسية

12-ليكن لدينا $(u_n)_n \geq 0$ متتالية هندسية فيها $u_1=-2\ ,q=3$ فان u_4 تساوي :

a	$u_4=54$	b	$u_4=-54$	c	$u_4=27$	d	$u_4=-27$

13-لتكن لدينا $(u_n)_n \geq 0$ متتالية هندسية فيها $u_2=3\ ,u_5=81$ فان أساس المتتالية q تساوي:

a	$q=2$	b	$q=3$	c	$q=-3$	d	$q=27$

14-اذا كان لدينا $(u_n)_n \geq 0$ متتالية هندسية فيها $u_1=2\ ,q=3$ فان u_n تساوي:

a	$u_n=2.3^{n-1}$	b	$u_n=2.3^{n+1}$	c	$u_n=\frac{2}{3}3^n$	d	$(a\ g\ c)$

15-لتكن لدينا متتالية $(u_n)_n \geq 0$ متتالية هندسية فيها $u_4=12\ ,q=3$ ولدينا

$S=u_4+u_5+u_6+\cdots+u_9$ فان قيمة S تساوي :

a	$S=3-6(3)^6$	b	$S=6-6(3)^6$	c	$S=-6+6(3)^6$	d	$S=6-3(6)^3$

16-$S=1-\frac{1}{9}-\frac{1}{9^2}-\frac{1}{9^3}-\cdots-\frac{1}{9^n}$

a	$S=\frac{7}{8}-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{9}\right)^n$	b	$S=\frac{7}{8}+\frac{1}{8.9^n}$	c	$S=\frac{7}{8}+\left(\frac{1}{9}\right)^n$	d	$S=-\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{9}\right)^n$

لا تنسَ إخراج الناقص عامل مشترك من الحدود السالبة .. و تروك الواحد بحالها لآخر شي

17-لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{6u_n-4}{u_n+1} \\ u_0=2 \end{cases}$

في حالة $n \geq 0$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n=\frac{u_n-4}{u_n-1}$ والمطلوب:

ان المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$:

a	حسابية أساسها $r=\frac{2}{5}$	b	حسابية أساسها $r=\frac{5}{2}$	c	هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$	d	ليست حسابية ولا هندسية

اكتب v_{n+1} بدلالة v_n و شوف شو الله بيسر

18-ان الحد الأول للمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هو:

a	$v_0=-2$	b	$v_0=2$	c	$v_0=\frac{1}{2}$	d	$v_0=-\frac{1}{2}$

19-ان الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هو:

a	$v_n=-\frac{2^n+1}{5^n}$	b	$v_n=-2\left(\frac{2}{5}\right)^n$
c	$v_n=2\left(\frac{5}{2}\right)^n$	d	$(a\ g\ b)$

20-ان الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هو:

Nadheer Tinawi

a	$\frac{4+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$	b	$\frac{4.5^n+2^{n+1}}{5^n+2^{n+1}}$
c	$\frac{4.5^n-2^{n+1}}{5^n-2^{n+1}}$	d	$(a \text{ g } b)$

والله بدك تعزل u_n بدلالة v_n من العلاقة المتداخلة (طرفين بالوسطين)

21-ان مجموع $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$ يساوي:

a	$-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n$	b	$\frac{10}{3}-\frac{10}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n$
c	$-\frac{10}{3}-\frac{10}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}$	d	$\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\left(\frac{5}{2}\right)^n$

22-لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $\begin{cases} u_n + 1 = \frac{2u_n - 1}{u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$

في حالة $n \geq 0$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = \frac{2}{u_n - 1}$، إن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$:

a	حسابية أساسها $r = 2$	b	حسابية أساسها $r = -2$	c	هندسية أساسها $q = 2$	d	ليست حسابية ولا هندسية

23-ان الحد العام للمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هو:

a	$v_n = 1 + n$	b	$v_n = -2 + 2n$
c	$v_n = 2n$	d	$v_n = 2n + 2$

24-ان الحد الأول للمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هو:

a	$v_0 = -4$	b	$v_0 = 2$
c	$v_0 = 4$	d	$v_0 = -2$

25-ان الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هو:

a	$u_n = \frac{1+n}{2+n}$	b	$u_n = \frac{2+n}{1+n}$
c	$u_n = \frac{-2+n}{-1+n}$	d	$u_n = \frac{1-n}{2-n}$

26-ان مجموع $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ يساوي:

a	$n^2 + 3n + 2$	b	$(n-1)(2+n)$
c	$(n^2 - 3n + 2)$	d	$(a \text{ g } b)$

27-لدينا a, b, c وثلاث اعداد حقيقية غير معدومة تمثل حدود متعاقبة من المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما حيث انها تحقق: $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 14 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$ فان قيمة a, b, c هي:

a	$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$	b	$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$	c	$\begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$	d	$(a \text{ g } B)$

هي هية حلها طويلة .. مو انت عم تخبص .. كمل 3<

Natheer Tinawi

28-ان أساس المتتالية r هو:

$r=1$	d	$r=\frac{1}{2}$	c	$r=-1$	b	$r=-\frac{1}{2}$	a

29-ان الحد العام للمتتالية u_n اذا علمت ان $u_0=a$ هو:

$u_n=-1-n$	d	$u_n=-1+n$	c	$u_n=1+n$	b	$u_n=1-n$	a

30-لدينا a,b,c ثلاث اعداد حقيقية غير معدومة تمثل حدود متعاقبة من متتالية هندسية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما حيث انها تحقق: $\begin{cases}a+b+c=7\\a.b.c=8\end{cases}$ فان قيمة a,b,c هي:

$(a\ g\ b)$	d	$\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=6\end{cases}$	c	$\begin{cases}a=4\\b=2\\c=1\end{cases}$	b	$\begin{cases}a=1\\b=2\\c=4\end{cases}$	a

31-ان أساس المتتالية q هو:

$q=\frac{1}{2}$	d	$q=-2$	c	$q=2$	b	$q=-\frac{1}{2}$	a

32-ان الحد العام للمتتالية u_n اذا علمت ان $u_0=a$ هو:

$u_n=-2^n$	d	$u_n=2^{n+1}$	c	$u_n=2^n$	b	$u_n=-2^{n+1}$	a

33-ان المجموع $S=u_2+u_4+u_6+\cdots+u_{20}$ يساوي:

$(a\ g\ b)$	d	$S=-\frac{4}{3}+\frac{4^{11}}{3}$	c	$S=-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}(4)^{10}$	b	$S=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}(4)^{10}$	a

34-لدينا a,b,c ثلاث اعداد حقيقية غير معدومة تمثل حدود متعاقبة من متتالية هندسية فان $(a+b+c)(a-b+c)=$

$(a\ g\ b)$	d	$a^2+c^2-b^2+2ac$	c	$a^2+b^2-c^2$	b	$a^2+b^2+c^2$	a

هلأ صح هي هون بس نشر .. بس بدك تتذكر انو $ac=b^2$ ^_^

35-لدينا a,b,c ثلاثة حدود متوالية غير معدومة من متتالية هندسية أساسها q كما لدينا $12a$ و$5b$ و$2c$ ثلاثة حدود متوالية من متتالية حسابية فان q تساوي:

$\begin{cases}q=2\\q=3\end{cases}$	d	$\begin{cases}q=-3\\q=-2\end{cases}$	c	$\begin{cases}q=-3\\q=2\end{cases}$	b	$\begin{cases}q=-2\\q=3\end{cases}$	a

انت بتعرف أنو $a+c=2b$ بالحسابية ..بس هاد القانون مجرد رمزو أما الصح إنك تحفظو بالشكل: الأول + الأخير = ضعفي الأوسط

$(12a)+(2c)=2(5b)$

36-ان المتتالية $v_n=\frac{1}{n+1}$:

ثابتة	c	متزايدة	b	متناقصة	a

Nadeer Tinawi

37-ان المتتالية $u_n = -\frac{1}{2n+4}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

38-ان المتتالية $v_n = \frac{2n+3}{n+1}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

39-ان المتتالية $u_n = \frac{2n-3}{n+1}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

40-ان المتتالية $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

41-ان المتتالية $u_n = \frac{10^n}{n}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

42-ان المتتالية $u_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

43-ان المتتالية $\begin{cases} u_{n+1} = u_n - 7 \\ u_0 = 1 \end{cases}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

44-ان المتتالية $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n \\ u_0 = 2 \end{cases}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

45-ان المتتالية $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) \\ u_0 = 2 \end{cases}$:

a	b	c	d
متناقصة	متزايدة	ثابتة	

Nadheer Tinawy

الحلول

B	31	B	16	B	1
B	32	C	17	D	2
D	33	A	18	D	3
D	34	D	19	A	4
D	35	D	20	C	5
A	36	A	21	A	6
B	37	A	22	B	7
A	38	D	23	C	8
B	39	B	24	B	9
B	40	B	25	D	10
B	41	A	26	C	11
B	42	D	27	B	12
A	43	D	28	B	13
B	44	B	29	D	14
B	45	A	30	C	15

قدماً نحو الأمام...

1- المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق $u_n=\left(-\frac{1}{n}\right)^n$ هي متتالية:

a	ثابتة	b	متناوبة	c	متناقصة	d	متزايدة

2- المتتالية $(u_n)_{\geq 0}$ المعرفة وفق $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$ و $u_0=8$

a	ثابتة	b	متناوبة	c	متناقصة	d	متزايدة

3- المتتالية $(u_n)_{\geq 0}$ المعرفة وفق $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$ و $u_0=2$

a	ثابتة	b	متناوبة	c	متناقصة	d	متزايدة

4- إذا كانت $u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$ وكانت $v_n=u_{2n}-u_n$ عندئذٍ u_{n+1} هل تساوي

$$u_{n+1}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}$$

a	نعم	b	لا

5- إذا كانت $u_{n+1}=10u_n-18$ و $u_0=7$, عندئذٍ بحساب u_1,u_2,u_3 يمكن ملاحظة أن عدد الأصفار في u_k هو :

a	$k+1$	b	k	c	$k-1$	d	$2k$

احسب u_1,u_2,u_3 رح يطلع أعداد فيها أصفار .. شوف عدد الأصفار شو علاقتو مع الدليل

6- بفرض f تابع تآلفي من الدرجة الأولى، و لتكن $(t_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $t_n=f(n)$, عندئذٍ إن عبارة t_n التي تحقق العلاقة التدريجية $t_{n+1}=\frac{3}{4}t_n+3n$ هي :

a	$t_n=-12n+48$	b	$t_n=12n-48$	c	$t_n=2n+4$	d	$t_n=12-48n$

1- من المعلوم أن الشكل العام للتابع التآلفي من الدرجة الأولى $P(n)=an+b$

2-بما أن $t_n=p(n)=an+b$ إذن أنت قادر على إيجات t_{n+1} بدلالة t_n

3-عوض كلاً من t_n و t_{n+1} بالعلاقة التدريجية و اجمع الحدود المتشابهة

4-قارن بين أمثال القوى المتساويةفي الطرفين

7- بفرض $v_{n+1}=av_n+b$ و $0\neq a\neq 1$ ، و ليكن f التابع الذي يحقق أن $f(v_n)=v_{n+1}$ فإذا رمزنا بالرمز l لحل المعادلة $f(x)=x$ فإن قيمة l هي :

Nadeer Tinawy

$l=-\frac{b}{a-1}$	d	$l=\frac{b}{a-1}$	c	$l=\frac{b}{a+1}$	b	$l=\frac{b}{a}$	a

8- لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق $u_{n+1}=6u_n-8u_{n-1}$ و $u_0=4, u_1=2$

ولنضع $v_n=u_{n+1}-2u_n$ عندئذٍ $(v_n)_{n\geq 0}$:

هندسية أساسها 4	d	هندسية أساسها 2	c	حسابية أساسها 2	b	حسابية أساسها 4	a

9- إن أصغر عدد طبيعي غير معدوم يحقق المتراجحة $3^n \geq \frac{1}{3}(2^{n+1})+\frac{5}{3}(n+1)^2$

6	d	3	c	4	b	5	a

B	6	B	1
D	7	A	2
D	8	A	3
B	9	A	4
-	-	C	5

دع القلم قليلاً ... انظر إلى السماء .. ثم تخيل أنك في التخصص الجامعي الذي لطالما تمنيته و لطالما شغل بالك و نادى عقلك و لامس قلبك .... الله يستحق كل هذا التعب .. والمزيد...

Natheer Tinawy

الجزء الأول	الوحدة (4)	نهاية متتالية

أوجد نهاية كل من المتتاليات الاتية:

-1 $u_n = \frac{5n-3}{3n-5}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{3}{5}$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{5}{3}$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\frac{5}{3}$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

-2 $u_n = n - \frac{1}{n+1}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

-3 $u_n = \frac{n}{4} + \frac{2n}{n^2+1}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

-4 $u_n = \sqrt{\frac{4n-3}{n+1}}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -2$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$

-5 $u_n = \sqrt{\frac{2n^2-1}{3n+1}}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

-6 $u_n = \sin\left(\frac{3n\pi}{2n+1}\right)$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$

-7 $u_n = \cos\left(\frac{3n\pi}{2n+1}\right)$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$

-8 $u_n = \frac{3n-\sqrt{9n^2+1}}{\sqrt{n^2+5}}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

-9 $u_n = \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

-10 $u_n = \frac{4n+(-1)^n}{2n}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

-11 $s_n = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{5^n}$

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = \frac{4}{5}$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = \frac{5}{4}$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = 0$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = -\frac{5}{4}$

طول بالك ..بدك تحسب المجموع أول شي ..هاد مجموع هندسي مميز

Natheer Tinawi

12-ليكن $-1 < q < 1$ ولنعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة:

$$u_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$$

ان نهاية المتتالية u_n هي:

a	$\frac{1}{q}$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{1-q}$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = q$

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$

13-قيمة x_1, x_2, x_3

a	$\begin{cases} x_1 = \frac{34}{5} \\ x_2 = \frac{224}{25} \\ x_3 = \frac{1444}{125} \end{cases}$	b	$\begin{cases} x_1 = \frac{4}{5} \\ x_2 = \frac{4}{25} \\ x_3 = \frac{4}{125} \end{cases}$	c	$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{5} \\ x_2 = \frac{24}{25} \\ x_3 = \frac{14}{125} \end{cases}$	d	$\begin{cases} x_1 = -\frac{34}{5} \\ x_2 = -\frac{224}{25} \\ x_3 = -\frac{1444}{125} \end{cases}$

14-ان جهة اطراد المتتالية x_n :

a	متزايدة تماما	b	متناقصة تماما

15-نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$ ان المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$:

a	حسابية أساسها $r = \frac{6}{5}$	b	هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$
c	هندسية أساسها $q = \frac{6}{5}$	d	ليست حسابية ولا هندسية

16-ان العبارة y_n بدلالة n تعطى وفق:

a	$y_n = 9\left(\frac{6}{5}\right)^n$	b	$y_n = 9\left(\frac{1}{5}\right)^n$	c	$y_n = -9\left(\frac{6}{5}\right)^n$	d	$y_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$

17-ان عبارة x_n بدلالة n تعطى وفق:

a	$x_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n - 4$	b	$x_n = -9\left(\frac{6}{5}\right)^n - 4$	c	$x_n = 9\left(\frac{1}{5}\right)^n - 4$	d	$x_n = 9\left(\frac{6}{5}\right)^n - 4$

18-ان نهاية المتتالية x_n هي:

a	$\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = 1$	b	$\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = -\infty$	c	$\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = 0$	d	$\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = +\infty$

10- $v_n = u_n + \frac{1}{5^n}$, $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{2^n}$

19-ان المتتالية u_n:

a	متزايدة	b	متناقصة	c	متناقصة تماما	d	غير مطردة

20-ان المتتالية v_n :

a	متزايدة	b	متناقصة	c	متناقصة تماما	d	غير مطردة

Nathem Tinawy

21-ان $\lim_{n\to+\infty} v_n - u_n$:

a	$+\infty$	b	$-\infty$	c	حالة عدم تعيين	d	0

22-ان المتتاليتين u_n, v_n :

a	متجاورتين	b	متباعدتين معا	c	d و a	d	متقاربتين معا

23-ان النهاية المشتركة للمتتاليتين السابقتين:

a	5	b	4	c	3	d	2

11-بفرض $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$

24-ان قيمة العددين a وb ليكون $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$:

a	$a=2\,,b=3$	b	$a=1\,,b=-1$	c	$a=3\,,b=2$	d	$a=-1\,,b=1$

25-ان قيمة المجموع $s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots +$:

a	$1-\frac{1}{n+1}$	b	$1+\frac{1}{n+1}$	c	$\frac{1}{n+1}$	d	$\frac{1}{n-1}$

26-المتتالية s_n :

a	متقاربة من 0	b	متقاربة من 1	c	متقاربة من 2	d	متباعدة

12-لديك $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}$

27-أي من العبارات الاتية صحيحة:

a	$\frac{2}{n+2} \le u_n \le \frac{2}{n}$	b	$\frac{3}{n+2} \le u_n \le \frac{3}{n}$	c	$\frac{2}{n} \le u_n \le \frac{2}{n+2}$	d	$\frac{4}{n+1} \le u_n \le \frac{4}{n+2}$

28-المتتالية u_n:

a	متزايدة	b	غير مطردة	c	متناقصة تماما	d	متزايدة تماما

- بفرض $x_n = \frac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$

29-أي من القضايا الاتية صحيحة:

a	$u_n \ge 3$	b	$u_n < 3$	c	$1 \le u_n \le 3$	d	$-3 \le u_n \le -1$

30-إن هي x_n هي:

a	متزايدة	b	غير مطردة	c	متناقصة تماما	d	متزايدة تماما

31-المتتالية x_n :

a	متباعدة	b	متقاربة من 3	c	متقاربة من 0	d	متقاربة من 1

Natheer Tinawi

32-ان نهاية المتتالية $v_n = \frac{n^2}{n^2+1} + \frac{n^2}{n^2+2} + \frac{n^2}{n^2+3} + \cdots + \frac{n^2}{n^2+n}$ تساوي:

$-\infty$	d	2	c	1	b	$+\infty$	a

33-المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ معرفة وفق: $u_n = \frac{3n+1}{n-1}$ ونعلم ان نهاية متتالية عند $+\infty$ هي 3

والمطلوب: جد عددا طبيعيا n_0 يحقق $u_n \in]2.98,3.02[$ عند كل n اكبر تماما من n_0

100	d	50	c	25	b	201	a

34-المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ معرفة وفق: $u_n = n\sqrt{n}$ ونعلم ان نهاية المتتالية عند $+\infty$ هي $+\infty$

والمطلوب: أصغر عددٍ طبيعيٍ n_0 يجعل $u_n > 10^6$ عند كل n أكبر تماما من n_0

10	d	10^3	c	10^4	b	10^2	a

الحلول

D	18	B	1
A	19	D	2
B	20	A	3
D	21	C	4
C	22	A	5
D	23	C	6
B	24	A	7
A	25	D	8
B	26	B	9
B	27	A	10
C	28	B	11
C	29	C	12
C	30	A	13
D	31	A	14
A	32	C	15
A	33	A	16
B	34	D	17

قدماً نحو الأمام...

1- قيمة المجموع $S_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \cdots - \frac{1}{2^n}$ تساوي:

a	$\frac{1}{2^n}$	b	$\frac{1}{2^{n+1}}$	c	$\frac{1}{2^{n-1}}$	d	$1 - \frac{1}{2^n}$

والله فكرتها مرقت قبل كم صفحة ..والله >_<

2- نهاية المتتالية التي حدها العام $u_n = \frac{1}{2^n}$ تساوي:

a	$+\infty$	b	0	c	1	d	غير موجودة

3- إذا كانت $u_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} - \cdots - \frac{1}{2^n}$ فإن u_{n+1} تساوي:

a	$\frac{1}{2} - u_n$	b	$\frac{1}{2} + u_n$	c	$\frac{1}{2}u_n$	d	$u_n - \frac{1}{2}$

1-نوجد u_{n+1} عادي

2-الحريقة هون !!!!!! بدنا نسحب $\frac{1}{2}$ عامل مشترك من كل الحدود

3-ياحزرك شو بضل جوا القوس

4-أنجز الحل يا بطل

4- بفرض $u_n = n\sqrt{n}$ فإن صغر عدد طبيعي n_0 يحقق الشرط (إذا كان $n > n_0$ كان $u_n > 10^3$) هو

a	10	b	100	c	1000	d	10000

5- بفرض $u_n = 5 - \frac{1}{n^2}$, أي من الأعداد الآتية يكون راجحاً على $(u_n)_{n\geq 1}$:

a	5	b	4	c	4.9	d	4.99

إذا كانت u_n متزايدة و كان $\lim_{n\to+\infty} u_n = M$ فإن M أصغر حد أعلى (أصغر راجح عليها)

يعني أي عدد أصغر من جواب النهاية ما رح يكون راجح ^_^ ... وصلت !!

6- لتكن المتتاليتين $(s_n)_{n\geq 0}$ و $(t_n)_{n_0\geq 0}$ المعرفتين وفق:

$$S_{n+1} = \frac{t_n + 3s_n}{4} \quad , s_0 = 12$$

$$t_{n+1} = \frac{t_n + 2s_n}{3} \quad , t_0 = 1$$

عندئذٍ تكون المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 3t_n + 8s_n$

a	متناقصة	b	ثابتة	c	غير مطردة	d	متزايدة

7- لتكن المتتاليتين $(s_n)_{n\geq 0}$ و $(t_n)_{n_0\geq 0}$ المعرفتين وفق:

$$S_{n+1} = \frac{t_n + 3s_n}{4} \quad , s_0 = 12$$
$$t_{n+1} = \frac{t_n + 2s_n}{3} \quad , t_0 = 1$$

عندئذٍ تكون المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = s_n - t_n$

a	هندسية أساسها $\frac{1}{2}$	b	هندسية أساسها $\frac{1}{12}$	c	هندسية أساسها $-\frac{1}{12}$	d	هندسية أساسها 12

8- نرمز بالرمز $\sum_{k=1}^{n} u_k$ إلى مجموع الحدود u_k بدءاً من $k = 1$ وحتى $k = n$

وليكن $u_n = \frac{1}{n((n+1)}$ من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$. نضع

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$$

عندئذٍ المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$:

a	متقاربة من -1	b	متباعدة	c	متقاربة من الصفر	d	متقاربة من الواحد

بسم الله ... أول شي لازم نغير شكل $\frac{1}{n(n+1)}$ و ذلك بتفريقها إلى $\frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$

ثانياً : بدك توحد المقامات و تعين الثوابت a, b

ثالثاً : الصيغة الجديدة للحد العام لح نشكل مجموعها :

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$$

رابعاً : لح يصيرفي اختصارات ... نصل لأبسط جواب ثم نحسب النهاية

9- بفرض $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية متزايدة تماماً وتحقق أنّ $u_n \leq 2 - \frac{1}{n}$ عندئذٍ يمكن استنتاج أنّ

a	u_n متباعدة	b	نهاية u_n غير موجودة	c	نهاية u_n لا تتجاوز 2	d	نهاية u_n تساوي 2

نهاية الطرفين

10- بفرض $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ عندئذٍ أي من المتراجحات الآتية صحيحة:

a	$\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \le u_n \le \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$	b	$\frac{n}{\sqrt{n^2+1}} \le u_n \le \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$
c	$\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \le u_n \le \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$	d	$\frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \le u_n \le \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

الحلول

A	1
B	2
C	3
B	4
A	5
B	6
B	7
D	8
C	9
D	10

الجزء الأول	الوحدة (5)	التابع اللوغارتمي

1- لدينا التابع $f(x)=\ln(x+1)$ معرف على:

a	$]-1,+\infty[$	b	$]-\infty,1[$	c	$[-1,+\infty[$	d	$]-\infty,-1[$

2- لدينا التابع$f(x)=\ln(\sqrt{x})$ معرف على:

a	$[0,+\infty[$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0[$	d	$]-\infty,0]$

3- لدينا التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ معرف على:

a	$]-\infty,-1]$ $\cup[0,+\infty[$	b	$]-\infty,-1]$ $\cup]0,+\infty[$	c	$]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$	d	غير ذلك

4- لدينا التابع $f(x)=\ln(x^2+4)$ معرف على:

a	$]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[$	b	$]-2,2[$	c	$]-\infty,+\infty[$	d	$[-2,2]$

5- لدينا التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$ معرف على:

a	$]-\infty,-1[\cup]2,+\infty[$	b	$]-1,2[$	c	$]-\infty,-1[\cup]2,+\infty[$	d	$[-1,2]$

6- لدينا التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x^2-1}\right)$ معرف على:

a	$]-\infty,-1[\cup]0,1[$	b	$]-1,0[\cup]1,+\infty[$	c	$]-\infty,-1[\cup[0,1]$	d	غير ذاك

7- لدينا المعادلة $\ln(x)=\ln(x+1)-\ln(x)$ فان شرط الحل:

a	$]0,+\infty[$	b	$]-\infty,0[$	c	$[-1,+\infty[$	d	$]-\infty,-1[$

8- لدينا المعادلة $\ln(x-1)=\ln(x^2-1)$ فان شرط الحل:

a	$]-\infty,1]$	b	$]1,+\infty[$	c	$]-1,1[$	d	$]-\infty,+\infty[$

9- لدينا المعادلة $\ln(x-3)=\ln(x+1)+\ln(2x-4)$ فان شرط الحل:

a	$]-\infty,-1[$	b	$]2,+\infty[$	c	$]-1,+\infty[$	d	$]3,+\infty[$

10-لتكن المعادلة $\ln\left(\sqrt{x^2+1}\right)=\ln(x^2)+\ln(4x-2)$ فان شرط الحل:

a	$]-\infty,+\infty[$	b	$]-1,+\infty[$	c	$]\frac{1}{2},+\infty[$	d	$]2,+\infty[$

11-لتكن المعادلة $\ln(x^2-x+1)=\ln(x-5)$ فان شرط الحل:

a	$]-\infty,+\infty[$	b	$[5,+\infty[$	c	$]5,+\infty[$	d	$]-5,5[$

12-التابع $f(x)=\ln\left(\frac{3-x}{x}\right)$ معرف على:

a	$]-\infty,3[$	b	$]3,+\infty[$	c	$]0,3[$	d	$]-\infty,+\infty[$

13-التابع$f(x)=\ln(x\sqrt{2}-2)$ معرف على:

a	$]\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty[$	b	$]-\infty,\frac{1}{\sqrt{2}}[$	c	$]-\infty,\sqrt{2}[$	d	$]\sqrt{2},+\infty[$

Nathseer Tinawy

14-ان حل المعادلة $\ln(x+1)-\ln(x-1)=\ln(2)$ هو:

$x=6$	d	$x=-2$	c	$x=3$	b	$x=2$	a

15-ان الحل المشترك للمعادلة:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

$x=6,y=5$	d	$x=-2,y=3$	c	$x=5,y=6$	b	$x=3,y=2$	a

16-ان احد حلول المعادلة $(\ln x)^2-2\ln(x)=0$ هو:

$x=\frac{1}{e}$	d	$x=0$	c	$x=e^2$	b	$x=e^{-2}$	a

17-ان احد حلول المعادلة $(\ln x)^2+\ln(x)-2=0$ هو:

$x=\frac{1}{e}$	d	$x=1$	c	$x=e^{-1}$	b	$x=e^{-2}$	a

18-ان حل المعادلة $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$ هو:

$x=-2$	d	$x=4$	c	$x=-8$	b	$x=8$	a

19-ان مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)\geq\ln(x^2)$ هي:

$]0,+\infty[$	d	$]2,+\infty[$	c	ϕ	b	$]-\infty,+\infty[$	a

20-ان مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)\geq\ln(2)$ هي:

$]3,+\infty[$	d	$[3,+\infty[$	c	$]1,+\infty[$	b	$]-\infty,-1[$	a

21-ان أحد حلول المعادلة $\ln(x)+\ln(x+2)=\ln(4)$:

قلي انك ما نسيت شرط الحل

$-2+2\sqrt{5}$	d	$-2-2\sqrt{5}$	c	$-1-\sqrt{5}$	b	$-1+\sqrt{5}$	a

22-ان احد حلول المعادلة $\ln(x^2+1)-\ln(x-1)=\ln(3)$:

$x=4$	d	مستحيلة	c	$x=1$	b	$x=3$	a

23-إن المقدار $A=\ln\left(\frac{1}{5}\right)+\ln(5)-\ln(25)+\ln(27)$ يساوي:

$2\ln(5)+3\ln(3)$	d	$2\ln(5)-3\ln(3)$	c	$-2\ln(5)-3\ln(3)$	b	$-2\ln(5)+3\ln(3)$	a

24-إن المقدار $B=\ln(250)+\frac{\ln(16)}{\ln(4)}-\frac{1}{\ln(125)}$ يساوي:

$3\ln(5)+\ln(2)+2-\frac{1}{3\ln(5)}$	b	$3\ln(5)+\ln(2)-2-\frac{1}{3\ln(5)}$	a
$-3\ln(5)+\ln(2)+2-\frac{1}{3\ln(5)}$	d	$3\ln(5)-\ln(2)+2-\frac{1}{3\ln(5)}$	c

25-إن المقدار $C=\ln(64)-\ln(16)+\ln(8)-\ln(2)$ يساوي:

$\frac{\ln(2)}{2}$	d	$4\ln(2)$	c	$2\ln(2)$	b	$\ln(2)$	a

26-إن المقدار $D=\ln(81)+3\ln(5)-\ln(9)+\ln\left(\frac{9}{27}\right)$ يساوي:

Nathaer Tinawy

$-\ln(3)-3\ln(5)$	d	$-\ln(3)+3\ln(5)$	c	$\ln(3)+3\ln(5)$	b	$v\ln(3)-3\ln(5)$	a

27-إن المقدار $E=\left(\ln\left(\sqrt{e}\right)+\ln\left(e^{\frac{1}{3}}\right)\right)\ln(e^6)$ يساوي:

e^6	d	5	c	4	b	e	a

28-إن مشتق التابع $f(x)=2\ln\left(\frac{x}{2}\right)$ هو:

$-\frac{x}{2}$	d	$\frac{x}{2}$	c	$-\frac{2}{x}$	b	$\frac{2}{x}$	a

29-إن مشتق التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x^2-1}\right)$ هو:

$\frac{x^2-1}{x^3-x}$	d	$\frac{-x^2-1}{x^3-x}$	c	$\frac{-x^2+1}{x^3-x}$	b	$\frac{-x^2-1}{x^3+x}$	a

30-إن مشتق التابع $f(x)=\ln(a)$ حيث a عدد حقيقي هو:

$\frac{1}{a}$	d	$-\frac{1}{a}$	c	$\frac{1}{a^2}$	b	0	a

31-إن مشتق التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x^3}{x^2+2}\right)$ هو:

$\frac{x^2-6}{x^3-2x}$	d	$\frac{x^2+6}{x^3-2x}$	c	$\frac{x^2-6}{x^3+2x}$	b	$\frac{x^2+6}{x^3+2x}$	a

32-إن مشتق التابع $f(x)=\ln(2x-1)+\ln(x)$ هو:

$\frac{4x-1}{2x^2-x}$	d	$\frac{4x-1}{2x^2+x}$	c	$\frac{4x+1}{2x^2-x}$	b	$\frac{4x+1}{2x^2+x}$	a

33-إن مشتق التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x^2}{x^3-1}\right)$ هو:

$\frac{-x^3-2}{x^4-x}$	d	$\frac{-x^3+2}{x^4-x}$	c	$\frac{-x^3-2}{x^4+x}$	b	$\frac{x^3-2}{x^4-x}$	a

34-إن مشتق التابع $f(x)=x-\ln(x)+x^2$ يساوي:

$\frac{2x^2+x+1}{x}$	d	$\frac{2x^2+x-1}{x}$	c	$\frac{2x^2-x-1}{x}$	b	$\frac{-2x^2+x-1}{x}$	a

35-إن مشتق التابع $f(x)=\sqrt{x}\ln\left(\sqrt{x}\right)$ يساوي:

$\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)+1}{2\sqrt{x}}$	d	$\frac{\ln(x)+1}{2\sqrt{x}}$	c	$\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)+1}{2x}$	b	$\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)-1}{2\sqrt{x}}$	a

36-إن مشتق التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x}{e}\right)$ يساوي:

$\frac{1}{x}e$	d	$\frac{2}{e}$	c	$\frac{1}{e}$	b	$\frac{1}{x}$	a

37-إن مشتق التابع $f(x)=\ln(2x+ln(x))$ يساوي:

$\frac{2x-1}{2x^2+xln\,(x)}$	d	$\frac{2x+1}{2x^2-xln\,(x)}$	c	$\frac{2x+1}{2x+xln\,(x)}$	b	$\frac{2x+1}{2x^2+xln\,(x)}$	a

38-إن نهاية التابع $f(x)=x-\ln(x)$ عند $+\infty$:

$-\infty$	d	$+\infty$	c	1	b	0	a

39-إن نهاية التابع $f(x)=\frac{x-lnx}{x}$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

40-إن نهاية التابع $f(x)=ln\,(2x+1)-ln\,(x)$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$\ln(2)$

41-إن نهاية التابع $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$\ln(5)$	d	$\ln(2)$

42-إن نهاية التابع $f(x)=xln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ عند 0:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

43-إن نهاية التابع $f(x)=xln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

44-إن نهاية التابع $f(x)=xln(\sqrt{x})$ عند 0:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

45-إن نهاية التابع $f(x)=\frac{\ln(1+sin\,x)}{x}$ عند 0:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

46-إن نهاية التابع $f(x)=\ln^2 x-x^2$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

47-بفرض $x>1$, إن نهاية التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\ln(x)}$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

ساين اللانهاية شو بدو يا حبيب !!!

48-إن نهاية التابع $f(x)=\frac{1-x}{\ln(x)}$ عند 1:

a	0	b	1	c	-1	d	$+\infty$

49-إن نهاية التابع $f(x)=\frac{\ln^2 x}{x}$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	-1	d	2

- ليكن التابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x^2-\ln(x)$,

50-إن نهاية f عند 0:

Natheer Tinawy

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

51-إن نهاية f عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

52-إن مشتق التابع f هو:

a	$\frac{2x^2+1}{x}$	b	$\frac{2x^2-1}{x}$	c	$\frac{-2x^2-1}{x}$	d	$\frac{-2x^2+1}{x}$

53-إن التابع المشتق ينعدم عند:

a	$x=\frac{1}{\sqrt{2}}$	b	$x=-\frac{1}{2}$	c	$x=\pm\frac{1}{2}$	d	$x=\frac{1}{2}$

ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ln\left(\frac{1}{x}\right) & x>0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$$

54-هل التابع $\boldsymbol{f}$ مستمر عند $\mathbf{0}$:

a	نعم	b	لا

55-هل التابع اشتقاقي عند $\mathbf{0}$:

a	نعم	b	لا

56-إن قيمة المشتق عند الصفر:

a	0	b	1	c	2	d	غير اشتقاقي

57-إن معادلة المماس عند $\boldsymbol{a=0}$:

a	$\boldsymbol{x=0}$	b	$\boldsymbol{y=x}$	c	$\boldsymbol{y=1}$	d	$\boldsymbol{y=0}$

58-ليكن التابع $\boldsymbol{f}$ المعرف على المجال $]\mathbf{0},+\infty[$ وفق $\boldsymbol{f(x)=xln^2x}$، أن نهاية التابع عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

59-إن نهاية التابع $\boldsymbol{f(x)}$ عند $\mathbf{0}$:

a	0	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

60-إن مشتق التابع $\boldsymbol{f}$ يعطى بالعلاقة:

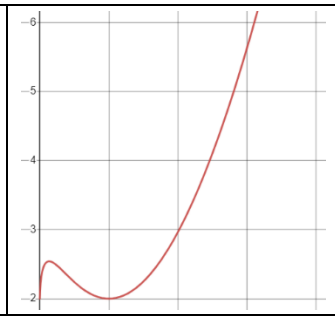
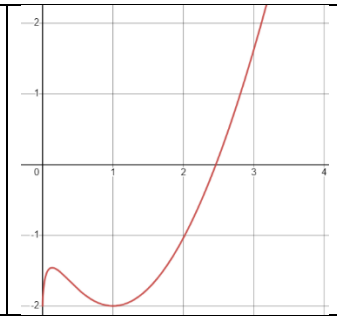
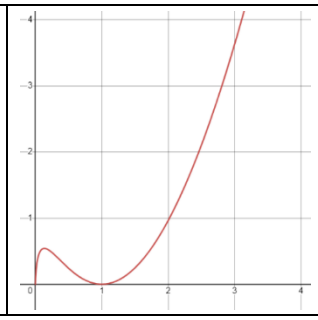
a	$\boldsymbol{f'(x)=ln^2(x)-2ln(x)}$	b	$\boldsymbol{f'(x)=2-2ln(x)}$
c	$\boldsymbol{f'(x)=ln^2(x)+2}$	d	$\boldsymbol{f'(x)=ln^2(x)+2ln(x)}$

61-إن التابع المشتق ينعدم عند:

Natheer Tinawy

a	$x = 2\ x = e^3$	b	$x = 0\ x = e$	c	$x = 1\ x = e^{-2}$	d	مستحيلة

62-إن الخط البياني للتابع f هو:

a		b		c		d	غير ذلك

63-نهاية التابع $f(x) = xln^2x$ عند الصفر تساوي :

a	$-\infty$	b	1	c	**0**	d	$+\infty$

فكر بكتابة التابع بالشكل $\sqrt{x}^2 \ln^2(x)$

ثم $\sqrt{x}^2 \left[\ln\left(\sqrt{x}^2\right)\right]^2$

أنت على وشك إنجاز لم يُسبق

أنت عظيم

عملك عظيم

جهدك عظيم ....

كما عهدتك يا صديق

الحلول			
B	32	A	1
D	33	B	2
C	34	C	3
D	35	C	4
A	36	A	5
A	37	B	6
C	38	A	7
B	39	B	8
D	40	D	9
A	41	C	10
A	42	C	11
B	43	C	12
A	44	D	13
B	45	B	14
D	46	A	15
A	47	B	16
C	48	A	17
B	49	B	18
D	50	B	19
C	51	C	20
A	52	A	21
C	53	C	22
A	54	A	23
A	55	B	24
A	56	C	25
D	57	B	26
C	58	C	27
A	59	A	28
D	60	C	29
C	61	D	30
C	63+62	A	31

قدماً نحو الأمام...

1- بفرض a, b, c, d أعداد حقيقية موجبة تماماً عندئذ المقدار $\ln\left(\frac{a^2\times b^3}{c\times d^6}\right)$ يساوي

a	$2lna+3lnb-lnc+6lnd$	b	$2\ln(a)+3\ln(b)-\ln(c)-6lnd$
c	$2lna\times 3lnb-lnc-6lnd$	d	$6\ln(ab)-6\ln(cd)$

2- إن قيمة المقدار $\ln\left(\frac{2}{1}\right)+\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\ln\left(\frac{4}{3}\right)+\ln\left(\frac{5}{4}\right)+\cdots+\ln\left(\frac{600}{599}\right)$

a	$3\ln(2)+2\ln(5)+ln3$	b	$3ln2-2ln5-ln3$
c	$2ln2+2ln5+ln3$	d	$3ln2+2ln5-ln3$

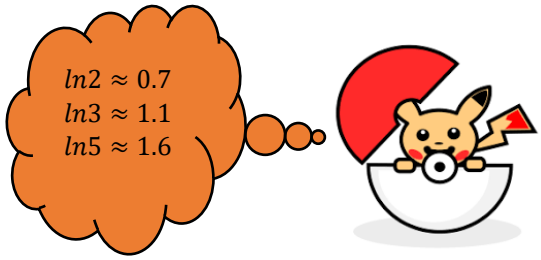
3- إن $\ln(x^2)$ يساوي:

a	$2\ln\lvert x\rvert$	b	$2\ln(x)$	c	$(lnx)^2$	d	$2\ln(-x)$

أول جواب بيخطرلك غلط .. انتبه لمجموعة التعريف

4- إن مجموعة قيم العدد الطبيعي التي تحقق $2^n\leq 100$

a	$n\geq 4$	b	$n\leq 4$	c	$n\geq 5$	d	$n\geq 2$



بعد ما تصل لجوابك تذكر أن n عدد طبيعي حصراً

5- إن مجموعة قيم العدد الطبيعي التي تحقق $\left(\frac{1}{3}\right)^n\geq 10^{-2}$

a	$n\geq 4$	b	$n\geq 5$	c	$n\leq 4$	d	$n\geq 2$

6- إن مجموعة قيم العدد الطبيعي التي تحقق $\left(\frac{2}{5}\right)^n\geq 0.2$

a	$n\leq 2$	b	$n\geq 2$	c	$n\leq 0$	d	$n\leq 1$

7- إن مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقق الشرط $\ln(x)=\ln(y+1)$

a	نصف مستقيم	b	دائرة	c	قطع زائد	d	مستقيم

إن المعادلة $y=mx+p$ تمثل مستقيماً مائلاً إلا أنه إذا زوّدت هذه المعادلة بمجال من النمط $]a,+\infty[$ يمثل نصف مستقيمٍ له بداية و ليس له نهاية

Nadheer Tinawi

8- إن مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقق الشرط $\ln(y) = 2\ln(x)$

a	جزء من دائرة	b	جزء من قطع مكافئ	c	جزء من قطع زائد	d	جزء من قطع ناقص

إن المعادلة $y = ax^2 + bx + c$ تمثل قطعاً مكافئاً محوره يوازي oy إلا أن تزويده بمجال يعطي جزء من خطه البياني (اسأل مدرسك عن رسمه)

9- إن مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقق الشرط $\ln(y) + \ln(x) = 0$

a	جزء من دائرة	b	جزء من قطع مكافئ	c	جزء من قطع زائد	d	جزء من قطع ناقص

إن المعادلة $x.y = k$ تمثل قطعاً زائداً (اسأل مدرسك عن رسمه)

10- نرمز بالرمز log للتابع اللوغارتمي الذي أساسه 10 (أي $\log(10) = 1$) عندئذٍ المقدار $\log(0.6)$ يساوي

a	$\log(2) + \log(3) - 1$	b	$\log(2)\log(3)$	c	$\log(6)$	d	$\log(2) + \log(3) + 1$

11- بفرض $a > 1$. نرمز بالرمز $\log_a$ للوغارتم الذي أساسها a ($\log_a(a) = 1$) عندئذٍ:

المقدار $y = \log_a(x)$ يساوي:

a	$y = \frac{\ln(x)}{\log(a)}$	b	$y = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$	c	$y = \frac{\ln(x)}{a}$	d	$y = \frac{\ln(a)}{\ln(x)}$

بدك ترفع الطرفين أساً للأساس a

$$a^{\log_a(x)} = x$$

12- ليكن f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(0) = m$, $f(x) = \frac{x}{x - lnx}$ عندئذٍ قيمة m التي تجعل f مستمراً عند الصفر

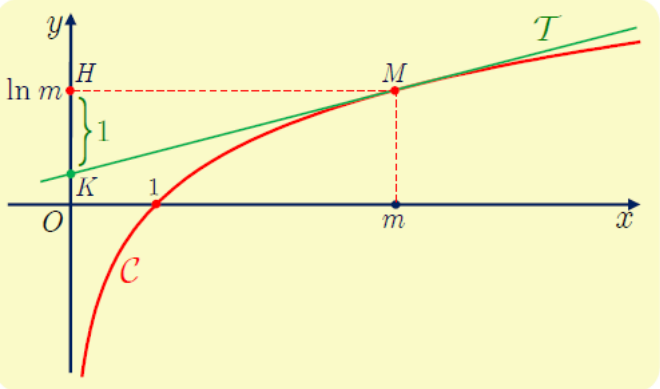
a	$m = e$	b	$m = 1$	c	$m = 0$	d	$m = e^{-1}$

13- ليكن f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(0) = 0$, $f(x) = \frac{x}{x - lnx}$ عندئذٍ $f'(0)$ تساوي

a	0	b	1	c	e	d	e^{-1}

- في الشكل المجاور الخط البياني للتابع $x \mapsto lnx$ ولتكن M نقطة من C فاصلتها m .

أجب عن الأسئلة الآتية (15+16)



14-فإن معادلة المماس T للخط C في النقطة m هي:

a	$y = \frac{1}{m}x + \ln(m)$	b	$y = \frac{1}{m}x + \ln(m) - 1$	c	$y = x + lnm - 1$	d	غير ذلك

15-بفرض K نقطة تقاطع المستقيم T مع محور التراتيب فإن ترتيب النقطة K يساوي

a	1	b	lnm	c	$1 - lnm$	d	$lnm - 1$

التقاطع مع yy' نضع $x = 0$في المعادلة المطلوبة

16-إن قيمة m التي تجعل للمعادلة $x^2 - 2x + \ln(m+1) = 0$ حلاً وحيداً

a	$m = 0$	b	$m = e$	c	$m = e - 1$	d	$m = 1 - e$

17-إن مشتق التابع $x \mapsto \ln(ln(lnx))$ يساوي:

a	$\frac{1}{xlnx}$	b	$\frac{1}{lnx}$	c	$\frac{1}{xlnx\ln(lnx)}$	d	$\frac{1}{xln(lnx)}$

18-الخطان البيانيان للتابعين f و g المعرفان على $]-1,+\infty[$ وفق $g(x) = \ln(1+x)$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$

يقبلان مماساً مشتركاً عند نقطة فاصلتها a عندئذٍ:

a	$a = e$	b	$a = 0$	c	$a = 1$	d	$a = -1$

يقبل التابعان f, g مماساً مشتركاً عند النقطة التي فاصلتها a إذا تحقق الشرطان:

$$f(a) = g(a)$$
$$f'(a) = g'(a)$$

19-ليكن $f(x) = x + \ln(x^2 - 1)$ فإذا علمت أن α هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = 0$ عندئذٍ أي من المتراجحات الآتية صحيحة:

a	$1 < \alpha < \sqrt{2 + \frac{1}{e}}$	b	$1 < \alpha < \sqrt{2 + \frac{1}{e}}$	c	$1 < \alpha < \sqrt{1 - \frac{1}{e}}$	d	$1 < \alpha < \sqrt{1 + \frac{1}{e}}$

صور أطراف كل متراجحة و شوف شو بصير معك

Natheer Tinawi

20-ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1+lnx}{x}$ و M_1 نقطة تقاطعه مع محور الفواصل عندئذٍ فاصلة M_1 هي:

a	$e^{-\frac{1}{2}}$	b	$e^{\frac{1}{2}}$	c	e^{-1}	d	e

21-ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1+lnx}{x}$ و M_2 نقطة منه المماس عندها يمر من المبدأ عندئذٍ فاصلة M_2 هي:

a	$e^{-\frac{1}{2}}$	b	$e^{\frac{1}{2}}$	c	e^{-1}	d	e

22-ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1+lnx}{x}$ و M_3 نقطة منه المماس عندها يوازي محور الفواصل عندئذٍ فاصلة M_3 هي:

a	$e^{-\frac{1}{2}}$	b	$e^{\frac{1}{2}}$	c	e^{-1}	d	1

1-يكون المماس موازياً لمحور الفواصل (أفقي) عند النقطة التي تعدم مشتقه

2- ضع $f'(x_3)=0$ ثم اعزل x_3

23-ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1+lnx}{x}$ و M_4 نقطة منه فاصلتها تعدم المشتق الثاني للتابع f عندئذٍ فاصلة M_4 هي:

a	$e^{-\frac{1}{2}}$	b	$e^{\frac{1}{2}}$	c	e^{-1}	d	e

24-الأعداد $e^{\frac{1}{2}}, 1, e^{-\frac{1}{2}}, e^{-1}$ حدود متوالية من متتالية:

a	هندسية أساسها $\frac{1}{2}$	b	حسابية أساسها $e^{\frac{1}{2}}$	c	هندسية أساسها $e^{\frac{1}{2}}$	d	هندسية أساسها $e^{-\frac{1}{2}}$

حاول البحث عن العلاقة بين كل حدين متعاقبين

25-ليكن f تابعاً معرفاً واشتقاقياً على المجال $I=]0,+\infty[$ ويحقق أنه مهما يكن x و y من المجال I كان $f(x.y)=f(x)+f(y)$ عندئذ إن قيمة $f(1)$ هي:

a	e^{-1}	b	1	c	0	d	e

ستؤول إلى معادلة بالمجهول $f(1)$

26-ليكن a عدد حقيقي موجب تماماً و ليكن f المعرف على R_+^* , وفق :

$$f(x)=\ln(ax)-\ln(a)-\ln(x)$$

عندئذٍ :

a	f اشتقاقي عند الصفر	b	$f'(x) \neq 0$	c	$f'(x) = \frac{1}{a}$	d	f ثابت

27-نتأمل المتراجحة $\ln(x-1) \leq \ln(x^2-4)$ عندئذٍ يمكن لشرط الحل أن يكون :

a	$]1,+\infty[$	b	$]1,2[$	c	$]-2,2[$	d	$[1,+\infty[$

28-بفرض $x = ln2 + ln3$ و $y = ln5$ عندئذٍ يكون :

a	x > y	b	$x < y$	c	$x = y$	d	$x - y = 1$

29-ليكن $y = \ln(e\sqrt{e})$, $x = \ln(e^3) - 2$ عندئذٍ يكون

a	x > y	b	$x < y$	c	$x = y$	d	$x - y = 1$

30-ليكن $y = \left(\ln\left(\frac{1}{e}\right)\right)^2$, $x = \ln\left(\frac{1}{e}\right)^3$ عندئذٍ يكون :

a	x > y	b	$x < y$	c	$x = y$	d	$x - y = 1$

31-النهاية $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x$ تساوي :

a	k	b	ke	c	e^k	d	$\frac{k}{e}$

32-النهاية $\lim_{x\to0}(1+kx)^{\frac{1}{x}}$ تساوي :

a	k	b	ke	c	e^k	d	$\frac{k}{e}$

33-المساواة $\ln(ab) = lna + lnb$ محققة بشرط :

a	$ab > 0$	b	$a > 0$ g $b > 0$	c	$ab < 0$	d	$ab = a + b$

34-المساواة $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = lna - lnb$ محققة بشرط :

a	$ab > 0$	b	$a > 0$ g $b > 0$	c	$ab < 0$	d	$ab = a + b$

35-التابعان $x \mapsto \ln(x-1) + \ln(x+1)$ و $x \mapsto \ln(x^2-1)$ لهما مجموعة التعريف ذاتها :

a	نعم	b	لا

- **ليكن C الخط البياني للتابع $x \mapsto lnx$ و $a > 0$. و T_a المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها a:**

36-معادلة المماس T_a هي :

a	$y = \frac{1}{a}x - 1 - lna$	b	$y = \frac{1}{a}x - 1$
c	$y = \frac{1}{a}x - 1 + lna$	d	$y = \frac{1}{a}x - a + lna$

37-باختيار $a = e$ يكون المماس T_e يمر من النقطة :

a	$(e,2)$	b	$(e,-1)$	c	$(0,0)$	d	$(1,1)$

Natheer Tinnawi

38-ليكن g التابع المعرف على R_+^* وفق : $g(x)=\frac{1}{a}x-1+lna-lnx$ عندئذٍ:

a	$g'(x)<0$	b	$g'(x)>0$	c	$g'(1)=0$	d	$g'(a)=0$

39-جدول اطراد التابع g :

a	x: 0, a, $+\infty$ $f'(x)$: + + + + + 0 − − − − − $f(x)$: ↗ 0 ↘	b	x: 0, a, $+\infty$ $f'(x)$: − − − − − 0 + + + + + $f(x)$: ↘ 0 ↗
c	x: 0, $+\infty$ $f'(x)$: + + + + + + + + + $f(x)$: ↗	d	x: 0, $+\infty$ $f'(x)$: − − − − − − − − − $f(x)$: ↘

40-بالاستفادة من جدول اطراد g يمكن استنتاج أن :

a	$g(x)\leq 0$	b	$g(x)\geq 0$	c	$g(x)\geq 1$	d	$g(x)\leq 1$

41-واحدة من المتراجحات الآتية صحيحة :

a	$\ln x\leq\frac{x-a}{a}$	b	$lnx\leq lna+\frac{x-a}{a}$	c	$lna\leq lnx+\frac{x-a}{a}$	d	$lnx\leq lna+\frac{x-a}{x}$

فكرة Idea

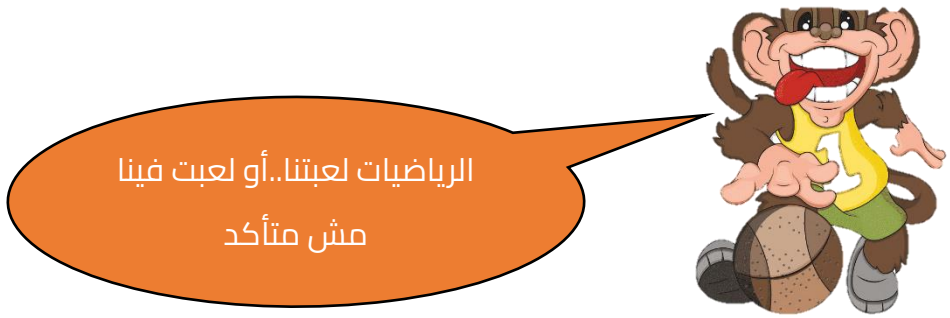
هذه الدراسة جعلتنا نضمن أن C يقع تحت مماساته ..فسر ذلك ؟

42-إذا علمت أن $\ln(x+1)\leq x$ مهما يكن $x>-1$. فبوضع $x=\frac{1}{1+t}$ يمكن استنتاج أنّ :

a	$\frac{t}{t+1}\leq\ln(t+1)\leq t$	b	$\frac{1}{t+1}\leq\ln(t+1)\leq t$
c	$\ln(t+1)\leq\frac{t}{t+1}\leq t$	d	$\frac{t}{t+1}\geq\ln(t+1)\geq t$

43-ليكن f التابع المعرف $]0,1[$ وفق $f(x)=\ln(x).\ln(1-x)$ فإن إشارة $f'(x)$ توافق إشارة المقدار :

a	$(1-x)\ln(1-x)-xlnx$	b	$(1-x)\ln(1-x)+xlnx$
c	$(x-1)\ln(1-x)-xlnx$	d	$xlnx-\ln(1-x)$



Nadheer Tinawi

الحلول

1	B	23	B
2	A	24	C
3	A	25	C
4	B	26	D
5	C	27	A
6	B	28	A
7	A	29	B
8	B	30	B
9	C	31	C
10	A	32	C
11	B	33	B
12	C	34	B
13	A	35	B
14	B	36	A
15	D	37	C
16	C	38	D
17	C	39	B
18	B	40	B
19	D	41	B
20	C	42	A
21	A	43	A
22	D	44	A

الجزء الأول	الوحدة (6)	التابع الأسي

1- مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{e^x}{e^x+2}$:

a	$]-\infty,+\infty[$	b	$R\setminus\{\ln(2)\}$	c	$]-2,+\infty[$	d	$R\setminus\{-2\}$

2- مجموعة تعريف التابع $f(x)=e^{\ln(x)}$:

a	R	b	$]0,+\infty[$	c	$[0,+\infty[$	d	R^*

3- ابسط صورة للمقدار $A=(e^{-2x})^3.(e^6)^x$ هي:

a	1	b	-6	c	6	d	e^0

4- أحد حلول المعادلة $e^{-2x}-e^{-x}=12$ هي:

a	$\ln(3)$	b	$\ln\left(\frac{1}{3}\right)$	c	-3	d	3

5- حلول المعادلة $e^x+\frac{e}{e^x}=1+e$ هي:

a	$(0\ ,\ 1)$	b	$(0\ ,\ e)$	c	$(1\ ,\ e)$	d	مستحيلة

6- حلول المتراجحة $e^x+4e^{-x}\leq 5$ هي:

a	$[0,4]$	b	$]0,4[$	c	$[0,\ln(4)]$	d	$[1,4]$

7- نهاية التابع عند $+\infty$ حيث $f(X)=e^x-x$:

a	$+\infty$	b	1	c	$-\infty$	d	$\ln(2)$

8- نهاية التابع $f(x)=\frac{e^x-2}{x-\ln(2)}$ عند $\ln(2)$:

a	3	b	1	c	e^2	d	2

9- نهاية التابع المعرف وفق $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ عند $+\infty$:

a	0	b	1	c	$-\infty$	d	$+\infty$

10- نهاية التابع عند $-\infty$ حيث $g(x)=e^{-x}+x+1$:

a	$-\infty$	b	e	c	0	d	$+\infty$

11- أي من المعادلات التالية تمثل معادلة مقارب مائل للخط البياني للتابع f المعرف وفق

$$f(x)=2x+e^x-2$$

a	$d:y=2x-2$ في جوار $+\infty$	b	$d:y=2x$ في جوار $-\infty$
c	$d:y=2x-2$ في جوار $-\infty$	d	لا يملك مقاربات مائلة

12- نهاية التابع عند $+\infty$ حيث $f(x)=e^x-\ln(x)$:

a	0	b	$+\infty$	c	$-\infty$	d	1

Natheer Tinawy

13-مجموعة تعريف التابع المعرف وفق $f(x)=e^{\frac{x}{2}}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{-1\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$\mathbb{R}$

14-مجموعة تعريف التابع $f(x)=e^{\frac{1}{x}}+e^{-x}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$\mathbb{R}$

15-مجموعة تعريف التابع $g(x)=\exp\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{1\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$\mathbb{R}$

16-مجموعة تعريف التابع $h(x)=e^{\sin x}+e^{\cos x}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{\pi,\frac{\pi}{2}\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$\mathbb{R}$

17-مجموعة تعريف التابع $f(x)=e^{\ln(x-1)}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{-1\}$	b	$]1,+\infty[$	c	$]-\infty,1]$	d	$\mathbb{R}$

18- مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\ln(x)}{e^x}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{-1\}$	b	$]-\infty,0]$	c	$]0,+\infty[$	d	$\mathbb{R}$

19-مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{xln(x)}{e^{\frac{1}{x}}}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	b	$]-\infty,0]$	c	$]0,+\infty[$	d	$\mathbb{R}$

20-إن مجموعة تعريف التابع $g(x)=\frac{e^{x-1}}{\ln(x)-1}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{1\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$]0,e[\cup]e,+\infty[$

21-مجموعة تعريف التابع $k(x)=\frac{e^x-1}{x-1}$ هي:

a	$\mathbb{R}\backslash\{1\}$	b	$]0,+\infty[$	c	$]-\infty,0]$	d	$\mathbb{R}$

22-المقدار $A=e^{-x}+(e^{-x})^2+\frac{1}{e^x}$ يساوي:

a	$2e^{-x}+e^{2x}$	b	$2e^{-x}+e^{-2x}$	c	$2e^{x}+e^{-2x}$	d	$2e^{-x}-e^{-2x}$

23-المقدار $B=\frac{5}{e^{-2x}}+e^{2x}$ يساوي:

a	$6e^{-2x}$	b	$-6e^{2x}$	c	$-6e^{-2x}$	d	$6e^{2x}$

24-إن المقدار $C=(e^{3x})^6.e^{\frac{1}{18x}}$ يساوي:

a	$e^{18x+\frac{1}{18x}}$	b	e^{18}	c	e	d	e^x

Natheer Tinawy

25-إن المقدار $D = e^{\frac{x}{2}}\left(\frac{1}{e^{\frac{x}{2}}} + e^{\frac{x}{2}}\right)$ يساوي:

a	$1 + e^{\frac{x}{2}}$	b	$1 - e^{\frac{x}{2}}$	c	$1 + e^{2x}$	d	$1 + e^{x}$

26-إن المقدار $E = e^{-2x}(e^{-2x} + e^{-2x})$ يساوي:

a	e^{2x}	b	$2e^{-2x}$	c	$2e^{-4x}$	d	e^{-2x}

27-إن نهاية التابع $f(x) = \frac{2e^{x}+1}{1+e^{x}}$ عند $+\infty$:

a	2	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

28-إن نهاية التابع $g(x) = \ln(x) - e^{x}$ عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

29-إن نهاية التابع $h(x) = e^{x} - x^{2}$ عند $+\infty$:

a	2	b	-1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

30-إن نهاية التابع $f(x) = x - e^{x}$ عند $+\infty$:

a	2	b	1	c	$+\infty$	d	$-\infty$

31-إن النهاية $\lim_{t\to 0} \frac{t}{e^{t}-1}$ تساوي:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

32-إن نهاية التابع $f(x) = \frac{3e^{x}}{4e^{x}-4}$ عند $+\infty$ هي:

a	$\frac{4}{3}$	b	$\frac{3}{4}$	c	1	d	-1

33-إن نهاية التابع $g(x) = (2 - x)e^{x}$ عند $-\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

34-إن نهاية التابع $k(x) = \frac{e^{x}-1}{x-1}$ عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

35-إن نهاية التابع $\ln(e^{x} + 2)$ عند $-\infty$:

a	$\ln(2)$	b	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	c	$+\infty$	d	$-\ln(2)$

36-إن نهاية التابع $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$ عند $-\infty$:

a	1	b	$+\infty$	c	2	d	$-\infty$

Natheer Tinawy

37-إن نهاية التابع المعرف وفق $f(x)=\frac{1}{x}(e^x-1)$ عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

38-إن مشتق التابع $f(x)=e^{2x}+2x$ يساوي:

a	$-2e^{2x}-2$	b	$-2e^{2x}+2$	c	$2e^{2x}-2$	d	$2e^{2x}+2$

39-إن مشتق التابع $g(x)=e^{\frac{1}{x}}$ يساوي:

a	$\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$	b	$-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$	c	$-\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}$	d	$-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{-x^2}$

40-إن مشتق التابع $k(x)=-2x+2x^2+e^{3x}$ يساوي:

a	$4x-2+3e^{3x}$	b	$4x+2+3e^{3x}$	c	$4x-2-3e^{3x}$	d	$-4x-2+3e^{3x}$

41-إن مشتق التابع $h(x)=e^{-2x}+\frac{1}{e^x}$ يساوي:

a	$2e^{-2x}+e^{-x}$	b	$-2e^{-2x}+e^{-x}$	c	$2e^{-2x}-e^{-x}$	d	$-2e^{-2x}-e^{-x}$

42-إن مشتق التابع $f(x)=\frac{3x^2}{e^x}$ يساوي:

a	$\frac{6x}{e^x}$	b	$\frac{6x+3x^2}{e^x}$	c	$\frac{6x-3x^2}{e^x}$	d	$\frac{3x^2}{e^x}$

43-إن مشتق التابع $g(x)=\frac{e^x-1}{x+1}$ يساوي:

a	$\frac{xe^x-1}{(x+1)^2}$	b	$\frac{xe^x+1}{(x+1)^2}$	c	$\frac{xe^x+1}{(x-1)^2}$	d	$\frac{xe^x-1}{(x-1)^2}$

44-إن مشتق التابع $k(x)=\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ يساوي:

a	$\frac{2e^x}{(e^{2x}+1)^2}$	b	$\frac{2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$	c	$\frac{2e^{2x}}{(e^{2x}-1)^2}$	d	$\frac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

45-إن مشتق التابع $g(x)=e^{\sin(2x)}$ يساوي:

a	$2\sin(2x)\,e^{\sin(2x)}$	b	$\cos(2x)\,e^{\sin(2x)}$	c	$2\cos(x)\,e^{\sin(2x)}$	d	$2\cos(2x)\,e^{\sin(2x)}$

46-إن مشتق التابع $k(x)=e^{\cos(3x)}-3x$ يساوي:

a	$-3\sin(3x)\,e^{\cos(3x)}-3$	b	$3\sin(3x)\,e^{\cos(3x)}-3$	c	$-3\sin(3x)\,e^{\cos(3x)}+3$	d	غير ذلك

47-إن مشتق التابع $h(x)=\frac{\ln(e^{2x}+1)}{e^{2x}+1}$ يساوي:

a	$\frac{2e^{2x}-2e^{2x}\ln(e^{2x}+1)}{e^{2x}-1}$	b	$\frac{2e^{2x}+2e^{2x}\ln(e^{2x}+1)}{e^{2x}+1}$	c	$\frac{2e^{2x}-2e^{2x}\ln(e^{2x}+1)}{(e^{2x}+1)^2}$	d	غير ذلك

Natheer Tinawi

48-ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = e^{-x} + x - 2$, إن نهاية f عند $-\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

49-إن نهاية f عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

50-إن معادلة المقارب المائل للتابع f عند $+\infty$:

a	$y = x + 2$	b	$y = x - 2$	c	$y = x$	d	$y = -x - 2$

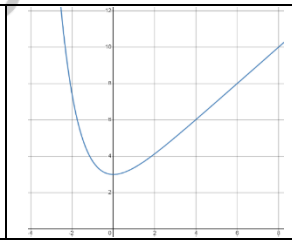
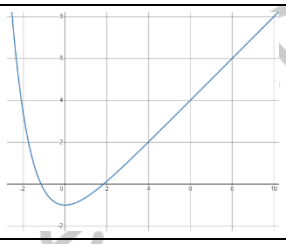
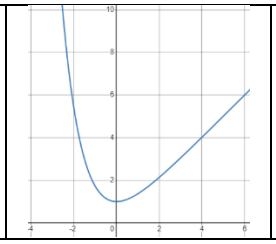
51-إن مشتق التابع f يساوي:

a	$-e^{-x} - 1$	b	$e^{-x} + 1$	c	$-e^{-x} - 1$	d	$-e^{-x} + 1$

52-إن المشتق ينعدم عند:

a	$x = 0$	b	$x = 1$	c	$x = 2$	d	$x = e$

53-إن الرسم البياني للخط C_f للتابع f هو:

a		b		c		d	غير ذلك

54-ليكن التابع f المعرف بالعلاقة $f(x) = x.2^{-x}$, إن مجموعة تعريف التابع:

a	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	b	$]0, +\infty[$	c	$]-\infty, 0]$	d	$\mathbb{R}$

55-إن نهاية التابع f عند $+\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

56-إن نهاية التابع عند $-\infty$:

a	1	b	0	c	$+\infty$	d	$-\infty$

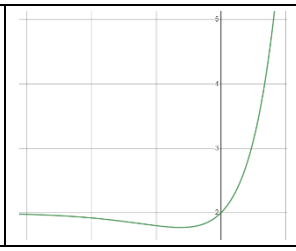
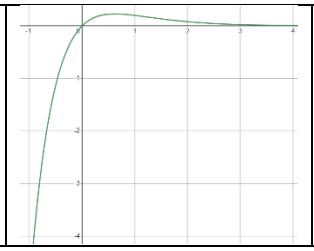
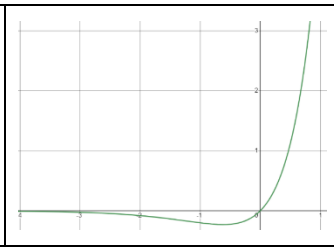
57-إن مشتق التابع f يعطى بالعلاقة:

a	$e^{-(ln2)x}(1 - xln(2))$	b	$e^{-(ln2)x}(1 + xln(2))$
c	$e^{(ln2)x}(1 - xln(2))$	d	$e^{(ln2)x}(1 + xln(2))$

58-إن المشتق ينعدم عند:

a	$x = \frac{1}{\ln(2)}$	b	$x = -\frac{1}{\ln(2)}$	c	$x = \ln(2)$	d	$x = -\ln(2)$

59-إن الرسم البياني للتابع f هو:

a		b		c		d	غير ذلك

60-إن نهاية التابع $f(x)=\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{\frac{x}{2}}$ عند $+\infty$:

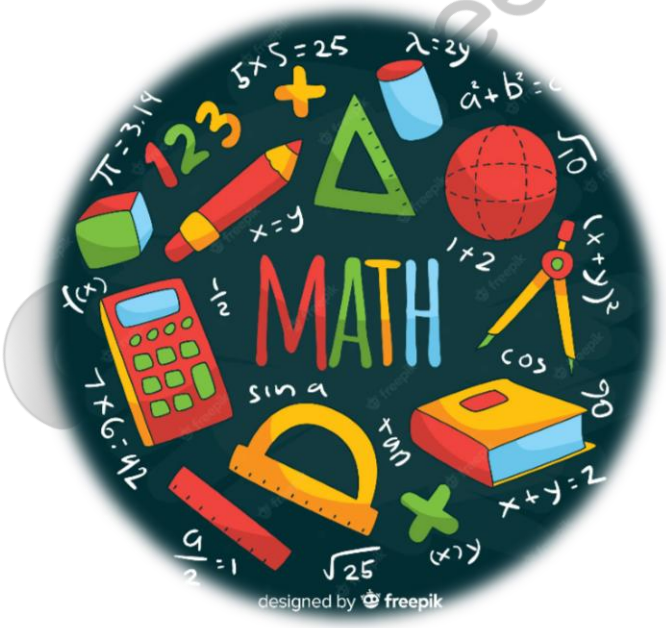
a	e^{-1}	b	$e^{-\frac{1}{2}}$	c	e	d	$\sqrt{e}$

61-إن حل المعادلة التفاضلية $y'+2y=0$ هو:

a	$y=ke^{-x}$	b	$y=ke^{\frac{1}{2}x}$	c	$y=ke^{2x}$	d	$y=ke^{-2x}$

62-إن قيمة k علماً أن ميل المماس في النقطة التي فاصلتها -2 للحل يساوي $\frac{1}{2}$:

a	$-\frac{1}{4e^4}$	b	$\frac{1}{4e^4}$	c	$-\frac{1}{4}$	d	$-\frac{1}{4e^2}$



ما أحلى الرياضيااااااااااااات

الحلول

B	32	A	1
B	33	B	2
C	34	A	3
A	35	B	4
B	36	A	5
C	37	C	6
D	38	A	7
B	39	D	8
A	40	A	9
D	41	D	10
C	42	C	11
B	43	B	12
B	44	D	13
D	45	A	14
A	46	A	15
C	47	D	16
C	48	B	17
C	49	C	18
B	50	C	19
D	51	D	20
A	52	A	21
B	53	B	22
D	54	D	23
B	55	A	24
D	56	D	25
A	57	C	26
A	58	A	27
C	59	D	28
B	60	C	29
D	61	D	30
A	62	A	31

قدماً نحو الأمام...

1- نعلم أن التابع $x \mapsto e^x$ هو التقابل العكسي للتابع $x \longmapsto lnx$ عندئذٍ يكون الخطان البيانيان لهما :

a	متناظران للمبدأ	b	متناظران لمحور الفواصل	c	متناظران لمحور التراتيب	d	متناظران لمنصف الربعين الأول والثالث

2- إن التابع العكسي للتابع $f(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ له قاعدة الربط:

a	$\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$	b	$\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$	c	$\ln\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$	d	$\ln\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)$

إيجاد التابع العكسي يعني إيجاد x بدلالة y فلو وضعنا :

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

تحقق أن المعادلة السابقة تكتب بالشكل $e^{2x} + aye^x + b = 0$

بما أنها معادلة من الدرجة الثانية (بوضع $t = e^x$) يمكن حلها باستخدام Δ

اقبل الحل المناسب ثم عد للمتحول الأصلي

3- التابع العكسي للتابع $f(x) = \ln(x+1) + 3$

a	$e^{x-3} - 1$	b	$e^x - 4$	c	$e^{x-3} + 1$	d	$e^{x-1} - 3$

4- العدد $A = e^{\frac{1}{2}\ln(16)} + e^{2ln3}$ يساوي:

a	13	b	12	c	10	d	32

5- المقدار $x + \ln(e^{-x}+1)$ يساوي :

a	$\ln(e^x+1)$	b	$\ln(e^x-1)$	c	$\ln(e^x+e^{-x})$	d	$\ln(e^{-x}-1)$

6- إشارة المقدار $e^x - \frac{9}{e^x}$ تتفق مع إشارة المقدار:

a	$3 - e^x$	b	$9 - e^x$	c	$e^x - 9$	d	$e^x - 3$

7- العدد π^π يكتب بالشكل $e^{\pi \ln \pi}$

a	نعم	b	لا

8- التابع $f(x) = \left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2$:

a	ثابت ويساوي 1	b	متزايد تماماً	c	متناقص تماماً	d	ثابت ويساوي 4

9- ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = \exp\left(\frac{1}{2} - x^2\right)$ و A, B النقطتين اللتين ينعدم عندهما f'' عندئذٍ فاصلتي A و B هي:

$\{2,-2\}$	d	$\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\}$	c	$\left\{\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$	b	$\{\sqrt{2},-\sqrt{2}\}$	a

10-قيمة العدد $G=(32)^{\frac{3}{2}}$ يساوي :

2^{15}	d	$256\sqrt{2}$	c	$64\sqrt{2}$	b	$128\sqrt{2}$	a

11-قيمة المقدار $H=3^{-\frac{1}{ln3}}$ يساوي :

e	d	$\frac{1}{e}$	c	3	b	$\frac{1}{3}$	a

12-ليكن C الخط البياني للتابع $x\mapsto e^x$. فمعادلة المماس T_m في النقطة التي فاصلتها m هي :

$y=x-m+1$	d	$y=e^m(x+m-1)$	c	$y=e^{-m}(x+m+1)$	b	$y=e^m(x-m+1)$	a

13-ليكن f,g التابعان المعرفان على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ و $g(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ التابع h و

المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $h=\frac{g}{f}$ عندئذٍ h' يساوي :

$\frac{1}{g^2}$	d	$\frac{1}{f}$	c	$-\frac{1}{f^2}$	b	$\frac{1}{f^2}$	a

14-إن مجموعة حلول المتراجحة $4^x+2^{x+1}-3\leq 0$:

$x\leq\frac{ln3}{ln2}-1$	d	$x\leq\frac{3}{2}$	c	$x\leq 0$	b	$x>0$	a

15-إن حلول المتراجحة $3^{x+1}+2\times 3^{-x}\leq 7$

$\mathbb{R}\setminus\left[-1,\frac{ln2}{ln3}\right]$	d	$[\frac{ln2}{ln3},+\infty[$	c	$\left[-1,\frac{ln3}{ln2}\right]$	b	$\left[-1,\frac{ln2}{ln3}\right]$	a

- ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=2^{x^2-2x}$

16-مشتق التابع f يساوي :

كل ما سبق صحيح	d	$2lnx(x-1)e^{(ln2)(x^2-2x)}$	c	$2ln2(x-1)2^{x^2-2x}$	b	$ln2(x-1)2^{x^2-2x+1}$	a

17-نهاية f(x) عند $+\infty$:

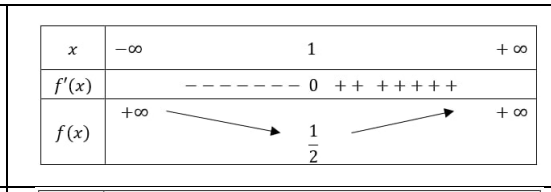
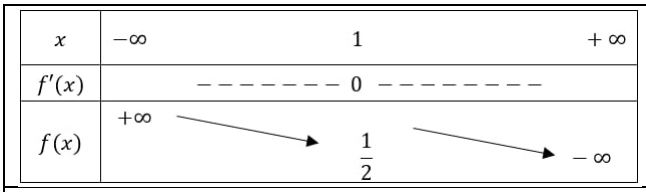
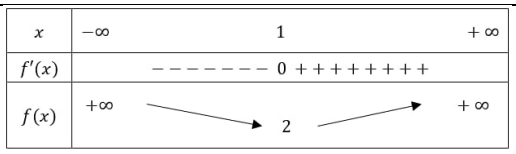
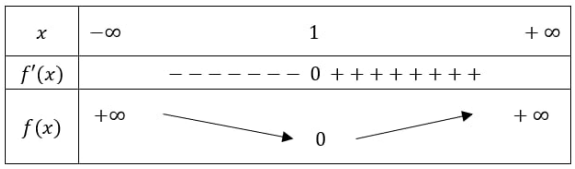
1	d	2	c	$-\infty$	b	$+\infty$	a

18-نهاية f(x) عند $-\infty$:

0	d	2	c	$-\infty$	b	$+\infty$	a

Natheer Tinawy

19-جدول تغيرات التابع f :

a		b	
c		d	

20-معادلة المماس الأفقي للخط البياني للتابع f:

a	$y=\frac{1}{2}$	b	$y=-\frac{1}{2}$	c	$y=2$	d	$y=\sqrt{2}$

21-مشتق التابع $f(x)=x^x$ يساوي :

a	$x^x(lnx+1)$	b	$x^x(lnx-1)$	c	$lnx+1$	d	$x^x(lnx+x)$

22-ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=4^x-2^{x+2}$ مشتق التابع f(x) :

a	$2^{x+1}ln2(2^x-2)$	b	$2^xln2(2^{x+1}-4)$	c	$ln2(2^{2x+1}-2^{x+2})$	d	كل ما سبق صحيح

23-أصحيح أن $a^{lnb}=b^{lna}$:

a	نعم	b	لا

- نتأمل التابعين $f_1: x\mapsto e^x$, $f_2: x\mapsto e^{-x}$ خطاهما البيانيان C_1, C_2 . يقطع المستقيم المرسوم من $A(m,0)$ موازياً محور التراتيب الخطين C_1, C_2 في النقطتين M,N على الترتيب و نرمز بالرمزين T_1, T_2 إلى مماسي C_1, C_2 في M,N بالترتيب

24-إن معادلتي T_1, T_2 :

a	$T_1: y=e^m(x-m+1)$ $T_2: y=e^{-m}(1-x+m)$	b	$T_1: y=e^m(x-m-1)$ $T_2: y=e^{-m}(1-x-m)$	c	$T_1: y=e^m(x-m-1)$ $T_2: y=e^{-m}(1+x+m)$	d	$T_1: y=e^m(x+m+1)$ $T_2: y=e^{-m}(1+x+m)$

25-المستقيمان T_1, T_2 :

a	متعامدان	b	متوازيان	c	متقاطعان و غير متعامدان	d	منطبقان

26-إحداثيات النقطة P نقطة تقاطع T_1, T_2 هما :

a	$x_p=m-\frac{e^m-e^{-m}}{e^m+e^{-m}}$ $y_p=\frac{1}{e^m+e^{-m}}$	b	$x_p=m-\frac{e^m+e^{-m}}{e^m-e^{-m}}$ $y_p=\frac{2}{e^m+e^{-m}}$	c	$x_p=m-\frac{e^m-e^{-m}}{e^m+e^{-m}}$ $y_p=\frac{2}{e^m+e^{-m}}$	d	$x_p=m+\frac{e^m-e^{-m}}{e^m+e^{-m}}$ $y_p=\frac{1}{e^m+e^{-m}}$

27- نهاية المتتالية التي حدها العام $u_n=\frac{e^{2n}}{(1+n)^2}$:

a	$+\infty$	b	1	c	$-\infty$	d	2

28-نهاية المتتالية التي حدها العام $u_n = n\left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)$

a	1	b	0	c	$-\infty$	d	$+\infty$

29-نهاية المتتالية $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$

a	e	b	e^2	c	e^{-2}	d	e^{-2}

30-لتكن المعادلة التفاضلية $2y' + 3y = x^2 + 1$. إن كثير الحدود من الدرجة الثانية الذي يمثل حلّاً للمعادلة :

a	$\frac{x^2}{3} - \frac{4x}{9} + \frac{17}{27}$	b	$\frac{x^2}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{17}{27}$	c	$\frac{x^2}{3} - \frac{4x}{9} - \frac{17}{27}$	d	$\frac{x^2}{3} - \frac{4x}{9} - \frac{17}{27}$

31-قيمة العدد a التي يجعل التابع $f(x) = ae^{-x}$ حلاً للمعادلة التفاضلية $y' + 3y = 2e^{-x}$ هي :

a	1	b	-1	c	2	d	-2

- ليكن n عدداً طبيعياً أكبر أو يساوي 2 .

32- حل المعادلة التفاضلية $y' - \frac{1}{n}y = 0$

a	$y = e^{\frac{x}{n}}$	b	$y = ke^{\frac{x}{n}}$	c	$y = k\,e^{nx}$	d	$y = k\,e^{-\frac{x}{n}}$

33-بفرض g تابع تآلفي (من الدرجة الأولى) حلّ للمعادلة التفاضلية $y' - \frac{1}{n}y = -\frac{x+1}{n(n+1)}$ فإن $g(x)$ يساوي:

a	$g(x) = \frac{x}{n+1} + 1$	b	$g(x) = \frac{x}{n} - 1$	c	$g(x) = \frac{x}{n+1} - 1$	d	$g(x) = \frac{x}{n-1} - 1$

Natheer Tinawy

الحلول

A	17	D	1
D	18	B	2
A	19	A	3
A	20	A	4
A	21	A	5
D	22	D	6
A	23	A	7
A	24	A	8
A	25	B	9
C	26	A	10
A	27	C	11
A	28	A	12
B	29	A	13
A	30	B	14
A	31	A	15
A	32+33	D	16

Natheer Ti

الجزء الأول	الوحدة (7)	التكامل و التوابع الأصلية

1- أي من التوابع الآتية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = (2x+1)^3$:

a	$F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^4 + k$	b	$F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + k$
c	$F(x) = \frac{1}{4}(2x-1)^4 + k$	d	$F(x) = \frac{1}{4}(2x+1)^4 + k$

2- أي من التوابع الآتية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = e^{2x+1}$:

a	$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$	b	$F(x) = \frac{1}{2}e^{-2x+1} + k$
c	$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1} + k$	d	$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-1} + k$

3- أي من التوابع الأصلية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \ln(3x-2)$:

a	$F(x) = \frac{1}{3}(3x-2)(\ln(3x-2)+1)$	b	$F(x) = \frac{1}{3}(3x-2)(\ln(3x-2)-1)$
c	$F(x) = \frac{1}{3}(3x+2)(\ln(3x-2)-1)$	d	$F(x) = \frac{1}{3}(3x-2)(\ln(3x+2)-1)$

4- أي من التوابع الآتية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \sin(2x+1)$:

a	$F(x) = \frac{1}{2}\cos(2x+1) + k$	b	$F(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x-1) + k$
c	$F(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x+1) + k$	d	$F(x) = \cos(2x+1) + k$

5- أي من التوابع الآتية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \frac{-4x+3}{2x^2-3x+1}$:

a	$F(x) = -\ln\lvert 2x^2+3x+1\rvert + k$	b	$F(x) = -\ln\lvert -4x+3\rvert + k$
c	$F(x) = \ln\lvert 2x^2-3x+1\rvert + k$	d	$F(x) = -\ln\lvert 2x^2-3x+1\rvert + k$

6- أي من التوابع الآتية تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \sin(3x) - \frac{6x^2}{x^3-2}$:

a	$F(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x) - 2\ln\lvert x^3-2\rvert + k$	b	$F(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x) - 2\ln\lvert x^3+2\rvert + k$
c	$F(x) = \frac{1}{3}\cos(3x) - 2\ln\lvert x^3-2\rvert + k$	d	$F(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x) + 2\ln\lvert x^3-2\rvert + k$

7- إن قيمة التكامل $\int_1^e \left(2x^2+3x-\frac{1}{x}\right)dx$ هي:

a	$\frac{2}{3}e^3 + \frac{3}{2}e^2 - 1$	b	$\frac{2}{3}e^3 + \frac{3}{2}e^2 - \frac{19}{6}$
c	$\frac{2}{3}e^3 + \frac{3}{2}e^2$	d	$\frac{2}{3}e^3 - \frac{19}{6}$

8- إن قيمة التكامل $\int_3^6 xln(x)\,dx$ هي:

a	$18\ln(6) - \frac{5\ln(3)}{2} + \frac{27}{4}$	b	$9\ln(6) - \frac{9\ln(3)}{2} - \frac{27}{4}$
c	$18\ln(6) - \frac{9\ln(3)}{2} - \frac{27}{4}$	d	غير ذلك

9- إن قيمة التكامل $\int_0^1 (2x+3x^2)dx$ هي:

a	$\frac{1}{4}$	b	$\frac{1}{2}$	c	4	d	2

Nabeel Tinawy

10-إن قيمة التكامل $\int_2^4 \ln(x)\,dx$ هي:

$8\ln(2)-2$	d	$3\ln(2)-2$	c	$6\ln(2)-2$	b	$6\ln(2)+2$	a

11-إن التابع الأصلي للتابع $f(x)=xe^x$ هو:

xe^x+k	d	xe^x-e^x+k	c	xe^x+e^x+k	b	$-xe^x-e^x+k$	a

12-إن التابع الأصلي للتابع $f(x)=x\ln(x-1)$ هو:

$\frac{1}{2}\ln(x-1)-\frac{1}{4}x^2+k$	b	$\frac{1}{2}x^2\ln(x-1)-\frac{1}{4}x^2+k$	a
غير ذلك	d	$\frac{1}{2}x^2\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+k$	c

13-إن التابع الأصلي للتابع $f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+1}$ هو:

$\ln\lvert x-1\rvert+\frac{2}{x+1}+k$	b	$\ln\lvert x-1\rvert+\frac{1}{x-1}+k$	a
$\ln\lvert x-1\rvert+\frac{1}{x+1}+k$	d	$\ln\lvert x-1\rvert-\frac{1}{x+1}+k$	c

14-إن التابع الأصلي للتابع $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}$ هو:

$\frac{1}{2}x^2-x+\ln\lvert x+1\rvert+k$	b	$\frac{1}{2}x^2-x^3+\ln\lvert x+1\rvert+k$	a
غير ذلك	d	$\frac{1}{4}x^2-x+\ln\lvert x+1\rvert+k$	c

15-إن قيمة التكامل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos x\,dx$ هي:

$\frac{1}{4}$	d	4	c	2	b	$\frac{1}{2}$	a

16-إن قيمة التكامل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x$ هي:

$\frac{\pi}{6}$	d	$\frac{\pi}{4}$	c	$\frac{\pi}{2}$	b	2π	a

بفرض f و g تابعان يحققان:

$$f'(x)\le g'(x)$$

17-عندئذ واحدة من المتراجحات الآتية صحيحة:

$f(x)-f(0)$ $\ge g(x)-g(0)$	d	$f(x)\le g(x)$	c	$f(x)-f(1)\le g(x)$	b	$f(x)-f(0)$ $\le g(x)-g(0)$	a

18-باعتماد نتيجة الطلب السابق وعلماً أن $\sin(x)\le x$ عندما $x\ge 0$ يمكن استنتاج أن:

$1+\frac{x^2}{2}\le\cos(x)$ ≤ 1	d	$1-\frac{x^2}{2}\le\cos(x)$ $\le\frac{1}{2}$	c	$1-\frac{x^2}{2}\le\sin(x)\le 1$	b	$1-\frac{x}{2}\le\cos(x)\le 1$	a

19-إذا علمت أن $x-\frac{x^3}{3!}\le\sin(x)\le x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$ فإن نهاية التابع $\frac{x-\sin(x)}{x^3}$ عند $x=0$ هي:

$\frac{\pi}{6}$	d	$-\frac{1}{6}$	c	$\frac{1}{6}$	b	$\frac{1}{3}$	a

20-إن التابع الأصلي الذي ينعدم عند $x=1$ للتابع $f(x)=3x^2-x+1$ هو:

$F(x)=x^3-\frac{x^2}{2}+x-3$	b	$F(x)=x^3-\frac{x^2}{2}+x+\frac{3}{2}$	a
$F(x)=x^3-\frac{x^2}{2}+x-\frac{3}{2}$	d	$F(x)=x^3-\frac{x^2}{2}+x-2$	c

Natheer Tinawy

21-ليكن $F(x)=\frac{x^2+3x-1}{x-1}$ تابعاً أصلياً لتابع f, أي من التوابع الآتية تابع أصلي لـ f:

$\frac{x^2-7x-5}{x-1}$	d	$\frac{x^2+7x-5}{x+1}$	c	$\frac{x^2+7x+5}{x-1}$	b	$\frac{x^2+7x-5}{x-1}$	w

22-ليكن $F(x)=\tan^2 x$ تابعاً أصلياً لتابع f, أي من التوابع الآتية تابع أصلي لـ f:

$-\frac{1}{sin^2 x}$	d	$\frac{1}{\cos^2 x}$	c	$-\frac{1}{\cos^2 x}$	b	$\frac{1}{sin^2 x}$	a

23-ليكن $F(x)=\frac{2x^2-3x+7}{4x-5}$ تابعاً أصلياً لتابع f, أي من التوابع الآتية تابع أصلي لـ f:

$\frac{4x^2+2x-9}{10-8x}$	d	$\frac{-4x^2+2x+9}{10-8x}$	c	$\frac{-4x^2+2x-9}{10-8x}$	b	$\frac{-4x^2+2x-9}{10+8x}$	a

24-ليكن $F(x)=\frac{1}{x^2+1}$ تابعاً أصلياً لتابع f, أي من التوابع الآتية تابع أصلي لـ f:

$\frac{5+3x^2}{2(1+x^2)}$	d	$\frac{5+3x^2}{(1+x^2)}$	c	$\frac{5+3x^2}{4(1+x^2)}$	b	$\frac{5-3x^2}{2(1+x^2)}$	a

25-ليكن $F(x)=\sin^2 x$ تابعاً أصلياً لتابع f, أي من التوابع الآتية تابع أصلي لـ f:

$\tan^3 x$	d	$\cos^2 x-2$	c	$2-\cos^2 x$	b	$2-\sin^2 x$	a

- ليكن لدينا $I=\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2}dx$ و $J=\int_0^1 \frac{x}{1+x^2}dx$.

26-إن J يساوي:

$\frac{1}{2}$	d	$\frac{1}{2}\ln(3)$	c	$\ln(2)$	b	$\frac{1}{2}\ln(2)$	a

27-إن $I+J$ يساوي:

$\frac{1}{3}$	d	1	c	$\frac{1}{2}$	b	-2	a

28-إن I يساوي:

1	d	$\frac{1}{2}(1-\ln(2))$	c	$\frac{1}{2}(1-\ln(3))$	b	$\frac{1}{2}(1+\ln(2))$	a

- ليكن $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{1+2\sin(x)}dx$ و $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{1+2\sin(x)}dx$.

29-إن J يساوي:

$\frac{1}{2}\ln(2)$	d	$\frac{1}{2}\ln(3)$	c	$\ln(3)$	b	$\frac{1}{2}\ln(4)$	a

30-إن $I+J$ يساوي:

π	d	2	c	1	b	$\frac{\pi}{2}$	a

31-إن I يساوي:

$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln(3)$	d	$2-\frac{1}{2}\ln(3)$	c	$1-\frac{1}{2}\ln(2)$	b	$1-\frac{1}{2}\ln(3)$	a

Natheer Tinawi

الحلول

A	17	A	1
B	18	C	2
C	19	B	3
D	20	C	4
A	21	D	5
C	22	A	6
B	23	B	7
D	24	C	8
B	25	D	9
A	26	B	10
B	27	C	11
C	28	A	12
C	29	D	13
B	30	B	14
A	31	A	15
-	32	C	16

Nadeer Tinawi

قدماً نحو الأمام...

1- التابع $f(x)=\min(x^2,(x-1)^2)$ المعرف على المجال $[0,1]$ يكتب بالشكل :

a	$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\\ x^2 & : x\in\left[\frac{1}{2},1\right]\end{cases}$	b	$f(x)=\begin{cases}x^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\\ (x-1)^2 & : x\in\left[\frac{1}{2},1\right]\end{cases}$
c	$f(x)=\begin{cases}x^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{4}\right]\\ (x-1)^2 & : x\in\left[\frac{1}{4},1\right]\end{cases}$	d	$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\\ x^2 & : x\in\left[\frac{1}{2},1\right]\end{cases}$

2- التابع $f(x)=\max(x^2,2-x)$ المعرف على المجال $[0,2]$ يكتب بالشكل :

a	$f(x)=\begin{cases}x^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\\ 2-x & : x\in\left[\frac{1}{2},2\right]\end{cases}$	b	$f(x)=\begin{cases}x^2 & : x\in\left[0,\frac{1}{4}\right]\\ 2-x & : x\in\left[\frac{1}{4},2\right]\end{cases}$
c	$f(x)=\begin{cases}x^2 & : x\in[0,1]\\ 2-x & : x\in[1,2]\end{cases}$	d	$f(x)=\begin{cases}2-x & : x\in[0,1]\\ x^2 & : x\in[1,2]\end{cases}$

3- إن قيمة التكامل $\int_0^2(1-|1-x|)dx$ تساوي :

a	e	b	3	c	2	d	1

- ليكن $f(x)=(1+x+x^2+x^3)e^{-x}$. و ليكن P كثير الحدود الذي يجعل التابع $F(x)=P(x)e^{-x}$ تابعاً أصلياً للتابع f

4- إن $P'(x)-P(x)$ تساوي :

a	$1+x+x^2+x^3$	b	$1+x+x^2-x^3$	c	$1+x+x^2$	d	$1-x+x^2+x^3$

5- $\deg(P)$ تساوي :

a	2	b	3	c	4	d	5

6- إن $P(x)$ يساوي :

a	$-x^3-4x^2-9x+10$	b	$-x^3-4x^2+9x-10$
c	$-x^3-4x^2-9x-10$	d	$-x^3+4x^2-9x-10$

7- ليكن $f(x)=\sin^4 x$ عندئذٍ يمكن كتابة $f(x)$ بدلالة $f''(x)$ و $cos4x$ بالشكل:

a	$\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\sin(4x)-\frac{1}{4}f''(x)$	b	$\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\cos(4x)-\frac{1}{4}f''(x)$
c	$\frac{3}{8}\cos(4x)-\frac{1}{4}f''(x)$	d	$\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\cos(4x)+\frac{1}{4}f''(x)$

8- ليكن $f(x)=e^{2x}cosx$ عندئذٍ قيمة العددين a,b المحققين للشرط $f(x)=af'(x)+bf''(x)$:

a	$a=\frac{2}{5}\quad b=-\frac{1}{5}$	b	$a=\frac{4}{5}\quad b=\frac{1}{5}$	c	$a=-\frac{4}{5}\,b$ $=-\frac{1}{5}$	d	$a=\frac{4}{5}\quad b=-\frac{1}{5}$

9- بفرض f تابعاً يحقق أن $f(x)=2f'(x)-3f''(x)$ عندئذٍ يكتب F التابع الأصلي للتابع f بالشكل :

a	$F(x)=2f(x)-2f'(x)+k$	b	$F(x)=2f(x)-3f'(x)+k$
c	$F(x)=3f(x)-3f'(x)+k$	d	$F(x)=2f(x)+3f'(x)+k$

Natheer Tinawy

10-إذا علمت أنه في حالة $0 \le x \le a$ يكون $\frac{1}{1+a} \le \frac{1}{1+x} \le 1$ فيمكن استنتاج أنّ:

$\frac{a}{1+a} \le \ln(1+a) \le \frac{a}{2}$	b	$\frac{a}{1+a} \le \ln(1+a) \le a$	a
$\frac{a}{1+a} \le 1+a \le a$	d	$\frac{1}{1+a} \le \ln(1+a) \le a$	c

الحلول

B	1
D	2
D	3
A	4
B	5
C	6
B	7
D	8
B	9
A	10

Natheer

قراءة جداول التغيرات

عن مجموعات التعريف

لمعرفة مجموعة تعريف التابع المعطى جدول تغيراته ننظر فقط إلى حقل x ونأخذ القيم من اليسار إلى اليمين مثل:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	$+++++++++$	$+++++$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	0	

في الجدول المجاور نجد من حقل x أن التابع معرف على المجال من $-\infty$ إلى $+\infty$, حيث أننا قرأنا المجال من اليسار إلى اليمين.

مثال: إن مجموعة تعريف التابع f المعطى جدول تغيراته:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$++++$	0 $----$	$---$	0 $+++$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	6 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘	-2 ↗ $+\infty$	

نجد في الجدول المجاور أن التابع f معرف على المجال $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, حيث أننا قرأنا من اليسار إلى اليمين من حقل x ولكن انتبه!!

يوجد هنا قيمة التابع غير معرف عندها لأننا وجدنا || وهذا يعبر عن أن التابع غير معرف عند -1.

مثال: لدينا جدول التغيرات المجاور , عين مجموعة تعريف f:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$++++++$		$------$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

نلاحظ هنا أنه تم استثناء مجال وليس قيمة (شلمونة عريضة) فتكون مجموعة التعريف هنا هي: $D_f:]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[$.

تمارين: أوجد مجموعة تعريف التابع f لكل من الجداول الآتية:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+++++++$	0	$++$	$+++++$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-2	↗	0	

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$	$++++++$		$----$	0	$+++++++$		
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$	$+\infty$ ↘	-1	↗	0	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

....

....

عن النهايات

لإيجاد نهاية تابع ما في جدول التغيرات ستكون جهة السعي في حقل x ولكن جواب النهاية هو مقابلها في حقل $f(x)$ مثل:

هنا نجد أن نهاية التابع عند $+\infty$ هي 0 حيث أننا أخذنا جهة السعي من حقل x وجواب النهاية كان من حقل $f(x)$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$++++++++++\ +++++$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0

مثال: لدينا هنا:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} f(x) = +\infty\ ,\ \lim_{x\to(-1)^-} f(x) = -\infty$$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$++++$	0	$----$	‖	$---$	0	$+++$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

انتبه!! عند وجود نهاية من اليمين ومن اليسار للتابع عند قيمة فهنا في حالة القيم من اليمين ننظر للقيمة المقابلة من اليمين مثل عند $(-1)^+$ نظرنا إلى القيمة المقابلة في حقل $f(x)$ من اليمين فوجدنا أنها $+\infty$.

تمارين: عين نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه في كل من الجداول الآتية:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$++++++$	‖	$----$	0	$+++++++$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+++++++$	0	$++\ +++++$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\nearrow$	0

....

....

....

....

....

....

....

....

....

.....

.....

عن الاشتقاق

1- عند السؤال عن قابلية الاشتقاق لتابع ما عند a نذهب إلى a في حقل x ونميز الحالات الآتية:

أ- إذا كان التابع غير معرف عند a:

هنا نجد أن التابع غير قابل للاشتقاق عند $a=-1$ لأنه غير معرف عندها.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$++++$	0	$----$	‖	$---$	0	$+++$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$ $+\infty$

ب- إذا كان للتابع عند a قيم من اليمين واليسار في حقل $f'(x)$ (شلمونة قصيرة):

في جدول التغيرات المجاور نجد أن التابع غير اشتقاقي عند $a=0$ لأن لديه قيم من اليمين وقيم من اليسار عندها **أو** لديه (شلمونة قصيرة).

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$----$	-2	‖	2	$++++$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

2- عند السؤال عن $f'(a)$ قيمة المشتق عند a:

سنأخذ هنا قيمة a من حقل x ومقابلها من حقل $f'(x)$ مثل:

في الجدول المجاور نجد أن قيمة $f'(4)$ تساوي 0 حيث أننا أخذنا 4 من حقل x ومقابلها من الحقل $f'(x)$.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$	$++++++$		$----$	0	$+++++++$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$ 0

3- عند السؤال عن القيم الحدية:

كل قيمة من حقل x كان مقابلها 0 في حقل $f'(x)$ أو التابع غير اشتقاقي عندها (شلمونة قصيرة) فهي قيمة حدية للتابع ونأخذ قيمتها من حقل $f(x)$ مثل:

نجد هنا أن $f(4)=-1$ قيمة حدية لأن مقابلها في حقل $f'(x)$ يوجد صفراً أي عُدِمَ المشتق عندها ومقابلها في حقل $f(x)$ يوجد -1.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$	$++++++$		$----$	0	$+++++++$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$ 0

ملاحظة: القيمة الحدية الكبرى يكون التابع قبلها متزايد وبعدها متناقص أو (شكلها تل)

القيمة الحدية الصغرى يكون التابع قبلها متناقص وبعدها متزايد أو (شكلها وادي)

في مثالنا السابق كانت قيمة حدية صغرى لأن التابع في حقل $f(x)$ نجد أنه كان متناقص قبلها وأصبح متزايد بعدها أو كانت على شكل "وادي" في حقل $f(x)$

ملاحظة هامة:

في بعض الأحيان تكون القيمة الحدية هي أحد أطراف المجال ولكن حصراً يجب أن يكون **مغلقاً**

مثل في الجدول المجاور:

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+ + + + + + + + + + + + + + +	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

نجد أن التابع عند $a = 0$ معرف ولكن غير اشتقاقي و $f(0) = 0$ تكون قيمة حدية صغرى للتابع.

لتحديد فيم إذا كانت صغرى أم كبرى:

عندما يكون التابع بعدها متزايد تكون صغرى

عندما يكون التابع بعدها متناقص تكون كبرى

عن المتراجحات

هنا أولاً سننظر هل المتراجحة متعلقة بـ $f'(x)$ أو بـ $f(x)$؟؟

1- متعلقة بـ $f'(x)$:

عندما تتعلق المتراجحة بالمشتق فيكون سؤالنا عن اطراد التابع f ويكون جوابها مجال من حقل x مثل:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	+ + + +	0	− − − −	‖	− − −	0	+ + +		
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	$+\infty$	↘	− 2	↗	$+\infty$

حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ أي على أي مجال يكون التابع متزايد أي:

$$]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$$

نلاحظ أننا أغلقنا المجال عند الأعداد لأن المتراجحة أكبر أو تساوي.

حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$ أي على أي مجال يكون التابع متناقص أي:

$$[-3, -1[\cup]-1, 1]$$

نلاحظ أننا أغلقنا المجال عند الأعداد لأن المتراجحة أصغر أو تساوي.

تمرين: بين حلول المتراجحتين $f'(x) \leq 0$ و $f'(x) > 0$ في الجدول المجاور:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0

.....

.....

2- المتعلقة بـ $f(x)$:

هنا ننظر لحقل $f(x)$ ونأخذ المجالات حسب المتراجحة المطلوبة مثل إذا كانت $f(x) \geq a$ فسنحدد المجالات التي يكون فيها التابع f أكبر أو يساوي a مثل:

هنا حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$ هي $\mathbb{R}$ لأن في حقل $f(x)$ نجد أنه دائماً أكبر أو يساوي العدد 5 وهكذا.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	-3 ‖ 1	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

تتمات في جداول التغيرات

1- حلول المعادلة $f(x) = \lambda$:

هنا ننظر إلى حقل $f(x)$ ونقوم بـ عدّ كم مرة مرق التابع بـ λ مثل:

حلول المعادلة $f(x) = 0$ أي كم مرة عبر التابع $f(x)$ من 0 في حقل:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$ ‖	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	$-\infty$ ‖	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$

$$-\infty \underbrace{\rightarrow}_{\text{يوجد 0}} 6 \underbrace{\rightarrow}_{\text{يوجد 0}} -\infty \,||\, +\infty \underbrace{\rightarrow}_{\text{يوجد 0}} -2 \underbrace{\rightarrow}_{\text{يوجد 0}} +\infty$$

أي للمعادلة $f(x) = 0$ أربعة حلول على المجال $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

مثال: ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$ على المجال $]-\infty, 2]$؟

حل وحيد.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$+$	‖	$-$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$		‖	↘	$-\infty$

تمرين: أوجد عدد حلول كل من المعادلات الآتية:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$----$	-3	$\|\|$	1	$++++$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

$f(x) = 3$

$f(x) - 5 = 0$

$f(x) - 12 = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2- تصوير المجال:

عند تصوير مجال ما مثل $f([1,3])$ فنأخذ المجال $[1,3]$ من حقل x والصورة تكون مقابله من حقل $f(x)$ ولكن من أدنى قيمة إلى أعلى قيمة مثل:

هنا نجد أن:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$++++$	0	$----$	$\|\|$	$---$	0	$+++$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$ $+\infty$

$f(]-\infty,-3]) =]-\infty,6]$

$f(]-3,-1[) =]-\infty,6[$

$f(]-1,1]) = [-2,+\infty[$

$f(]1,+\infty[) =]-2,+\infty[$

ملاحظة: لمعرفة فيما إذا كان المجال مغلق أو مفتوح عند النقاط:

إذا كانت هذه الوايات تقابل نقطة تنتمي إلى المجال المعطى نغلق المجال.

إذا كانت هذه الوايات تقابل نقطة لا تنتمي إلى المجال المعطى نفتح المجال.

- **المستقر الفعلي:**

$$E_f = f(D_f)$$

هو عبارة عن تصوير كامل مجموعة التعريف وتكون الصورة من أصغر قيمة بحقل $f(x)$ إلى أكبر قيمة بحقل $f(x)$, في مثالنا السابق:

$$E_f =]-\infty,+\infty[$$

3- معادلة المماس ونصفي المماس:

نحن نعلم أن أي معادلة مماس لها ثلاث مقادير أساسية وهي:

الميل $f'(a)$ ، الترتيب $f(a)$ ، الفاصلة a

وفي الجداول سنميز نوع المماس من قيمة المشتق عند النقطة a ونميز الحالتين الآتيتين:

أ- المشتق معدوم عند a:

فيكون المماس أفقي ومعادلته $y = f(a)$ (تؤخذ من حقل $f(x)$) مثل:

إن معادلة المماس في النقطة التي فاصلتها -3 هي $y = 6$ لأن المشتق معدوم عند $a = -3$ فستكون معادلة المماس الافقي للتابع في النقطة التي فاصلتها $a = -3$ هي $y = f(-3) = 6$, وعند $a = 1$ أيضاً يوجد معادلة مماس افقي للتابع f ومعادلته $y = f(1) = -2$.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$++++$	0	$----$	‖	$---$	0	$+++$		
$f(x)$	$-\infty$ ↗	6	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-2	↗ $+\infty$		

ب- المشتق له قيمة من اليمين وقيمة من اليسار:

فيكون يوجد نصفي مماس ميل المماس اليميني يمثل بقيمة $f'(a^+)$ أي من اليمين

ونصف المماس اليساري يمثل بقيمة $f'(a^-)$ أي من اليسار مثل:

هنا في النقطة التي فاصلتها 0 يوجد نصفي مماس لأن المشتق له قيمة من اليمين وقيمة من اليسار (شلمونة قصيرة) وتكون معادلة نصف المماس اليمين هي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$----$	-2	‖ 2	$++++$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		2	↗	$+\infty$

$$y = f'(0^+)(x - 0) + f(0)$$

ومن الجدول نجد أن:

$$f(0) = 2\,, f'(0^+) = 2$$
$$\Rightarrow y = 2(x - 0) + 2 = 2x + 2$$

ومعادلة نصف المماس اليساري:

$$y = f'(0^-)(x - 0) + f(0)$$

ومن الجدول نجد أن:

$$f'(0^-) = -2\,, f(0) = 2$$
$$\Rightarrow y = -2(x - 0) + 2 = -2x + 2$$

أسئلة دورات ونماذج وزارية

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0

1- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

2- ما عدد القيم الحدية للتابع f؟

3- اكتب معادلة المماس للتابع عند النقطة التي فاصلتها $a = 1$.

السؤال الثاني: نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ $\|\|$	$+\infty$	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘ 3

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو افقي للخط البياني C.

2- هل يوجد مقاربات مائلة للخط C؟

3- هل يوجد مماسات أفقية للخط C؟

4- أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثالث: نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$\|\|$	$+$	$+$	$-$	$-$
$f(x)$	1 ↘		$-\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↗	0	↘	-3

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو افقي للخط البياني C.

2- هل يوجد مقاربات مائلة للخط C؟

3- هل يوجد مماسات أفقية للخط C؟

4- هل f اشتقاقي عند 3؟

5- عين القيم الحدية للتابع f.

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً مستمراً على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$, خطه البياني C_f. جدول تغيراته الآتي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$		
$f(x)$	3 ↘		2 ↗	3 $\|\|$	$-\infty$ ↗		1

1- جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه ثم استنتج معادلة كل مقارب افقي أو شاقولي لخطه البياني C_f.

2- هل يوجد أي مقاربات مائلة للخط البياني C_f؟ علل إجابتك.

3- أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

4- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

5- ما حلول كل من المتراجحتين الآتيتين: $f(x) > 2$, $f'(x) \geq 0$

Natheer Tinawy

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ جدول تغيراته المجاور:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-2	↗	0

1- ما نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه؟

2- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$؟

3- احسب $f(2)$ و $f'(2)$.

4- عين $f([-2,2])$.

السؤال السادس: نتأمل تابعاً f معرفاً على $\mathbb{R}$ وخطه البياني C. جدول تغيراته موضح جانباً:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$-$
$f(x)$	1 ↗	4	↘ 2

1- ما مجموعة تعريف f'؟

2- أوجد معادلة كل مقارب افقي للتابع f. وهل يمكن أن يكون للخط البياني أي مقاربات مائلة؟ علل إجابتك.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$

4- هل يقبل C أي مماسات افقية؟

5- هل f تابع محدود؟

السؤال السابع: ليكن f تابعاً معرفاً واشتقاقياً على المجال $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C_f. جدول تغيراته هو المجاور:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	e	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

1- جد نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- اكتب معادلة كل مقارب افقي أو شاقولي للخط البياني C_f.

3- هل يقبل الخط البياني أي مقاربات مائلة؟

4- عين حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

5- أوجد حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$.

6- عين $\lim\limits_{x\to 0} f(f(x))$.

السؤال الثامن: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]-\infty, 3]$ والاشتقاقي على $I\setminus\{2\}$. جدول تغيراته الآتي:

x	$-\infty$		-1		2		3
$f'(x)$		$-$	0	$-$	-3 ‖ 1	$+$	
$f(x)$	3	↘	0	↘	-4	↗	0

1- هل $f(-1)$ قيمة حدية محلياً؟

2- دل على القيم الحدية محلياً مبيناً نوعها.

3- اكتب معادلة نصف المماس اليساري في النقطة التي فاصلتها -3.

4- ما حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

5- جد $f(]-\infty, 3])$.

Natheer Tinawy

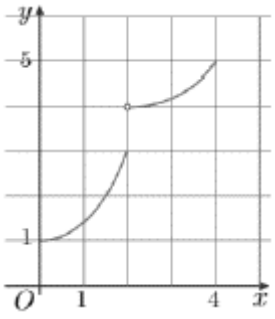
قراءة الخطوط البيانية

عن مجموعات التعريف

لإيجاد مجموعة تعريف تابع من خطه البياني نميز حالات:

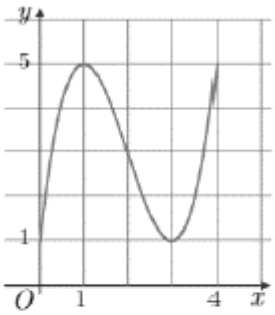
1- **الحالة الأولى:** إذا كان منحني التابع خط وحيد ومستمر (لا يحوي انقطاع):

عندئذ تكون مجموعة التعريف من فواصل أقصى نقطة اليسار (أو $-\infty$) إلى فواصل أقصى نقطة من اليمين (أو $+\infty$).

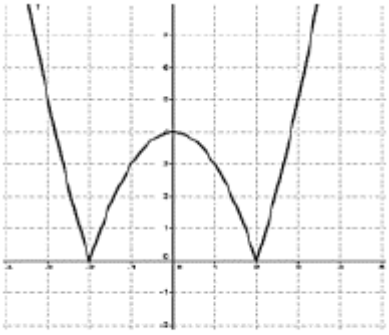


$D_f = [0,2] \cup]2,4]$

$D_f = [0,4]$



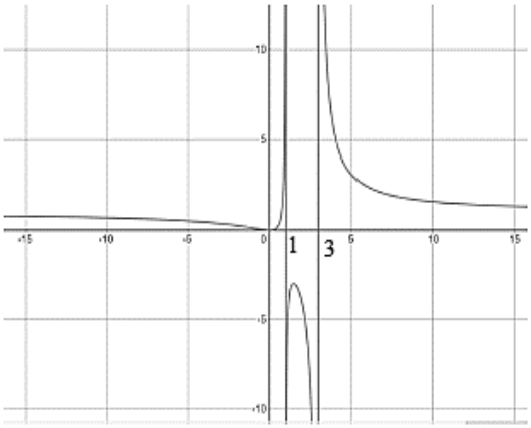
$D_f = [0,4]$



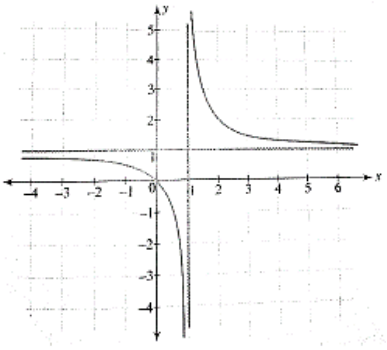
$D_f =]-\infty, +\infty[$

2- **الحالة الثانية:** المنحني عبارة عن اجتماع أكثر من خط.

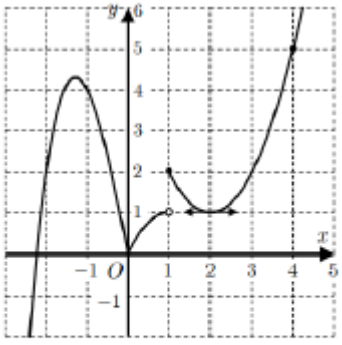
نوجد مجموعة تعريف كل فرع لوحده ثم نضع بينها اجتماعات وتجدر الإشارة هنا أن التابع سيكون عبارة عن خطين يفصل بينهما إما مقارب شاقولي (وعنده يكون المجال دائماً مفتوح) أو نقطة انقطاع (وعندها نفتح المجال عن النقطة المفتوحة) ونغلقه عند النقطة المغلقة.



$D_f =]-\infty, 1[\cup]1,3[\cup]3, +\infty$



$D_f =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$



$D_f =]-\infty, 1[\cup [1, +\infty[$
$D_f =]-\infty, +\infty[$

Natheer

عن النهايات

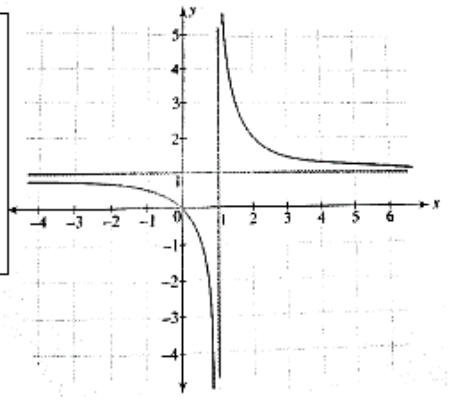
عندما نجد سؤالاً يطلب فيه نهايات يفضل أن نكتب ما نجده من مقاربات قبل البدء فمثلاً:

إذا وجدنا $y=1$ مقارب أفقي عند $+\infty$ فهذا يعطينا معلومة أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$.

وإذا وجدنا أن $\underbrace{x=2}_{x\to 2}$ مقارب شاقولي عند $\underbrace{+\infty}_{\lim f(x)=+\infty}$ (نحو الأعلى) وC يقع على يمين مقاربه $\underbrace{\quad}_{x\to 2^+}$

وبذلك نتمكن من الإجابة عن أسئلة النهايات وعن أسئلة تعيين المقاربات.

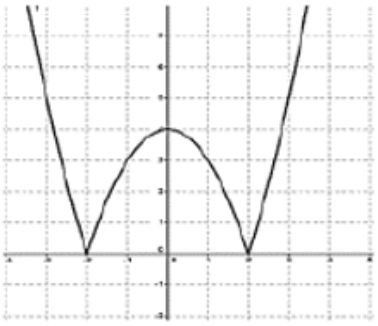
مثال1:



هنا لدينا :
$y=1$ مقارب أفقي عند $+\infty$ و عند $-\infty$ بالتالي
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$
$x=1$ مقارب شاقولي نحو $+\infty$ على اليمين :
$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$
$x=1$ مقارب شاقولي نحو $-\infty$ و على اليسار :
$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$

ملاحظة: إذا كان التابع لا يملك مقاربات فغالباً يكون الجواب $+\infty$ (نحو الأعلى) و $-\infty$ (نحو الأدنى).

مثال2:



هنا نلاحظ أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

عن المقارب المائل

1- عندما يطلب حساب $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$:

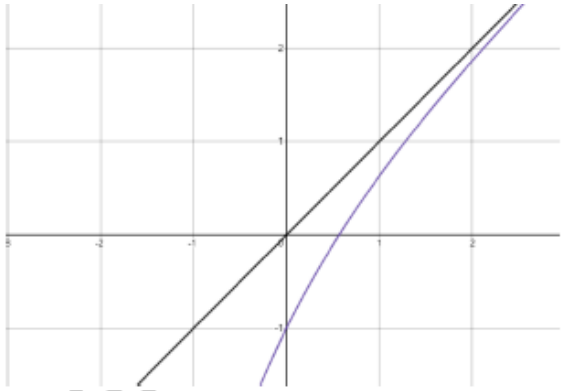
فيجب أن تتذكر أن هذه النهاية تساوي أمثال x في معادلة المقارب المائل (أي تمثل ميله)

وعليه يكون:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=a=m_{\text{المقارب}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

حيث $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ نقاط يمر منها المقارب يمكن إيجادها من الرسم.

مثال1:



هنا نلاحظ أن المستقيم المرسوم مقارب مائل في جوار $+\infty$
و بالتالي عندما يطلب $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ فهو يريدنا أن نحسب ميله
و نلاحظ أن المستقيم هنا يمر من $A(0,0)$ و $B(1,1)$
و بالتالي :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=m_d=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-0}{1-0}=1$$

2- إذا طلب إيجاد معادلة المقارب المائل:

أ- نوجد الميل من القانون:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

ب- نطبق قانون معادلة المستقيم:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

ففي المثال السابق:

$$y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y-0=1(x-0)\Rightarrow y=x$$

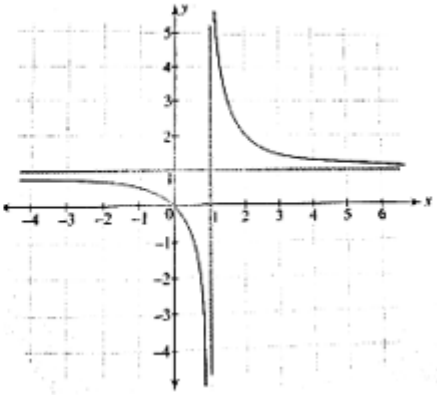
عن الاشتقاق

1- قابلية الاشتقاق:

يكون f غير قابل للاشتقاق عند نقطة a في الحالات الآتية:

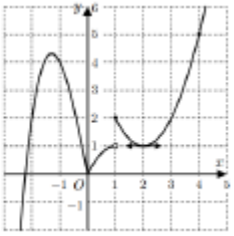
أ- إذا كانت a لا تنتمي لمجموعة التعريف.

هنا f غير اشتقاقي عند $x=1$ لأن غير معرف عندها



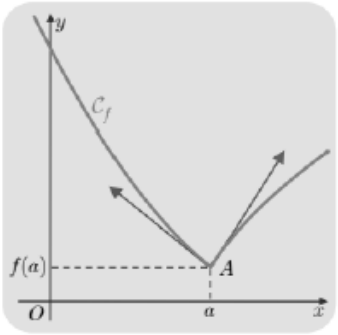
ب- إذا كانت a تنتمي إلى مجموعة التعريف ولكن f غير مستمر عندها (منقطع).

نلاحظ أن f معرف عند $x=1$ لكنه غير مستمر عندها فهو غير اشتقاقي عند $x=1$

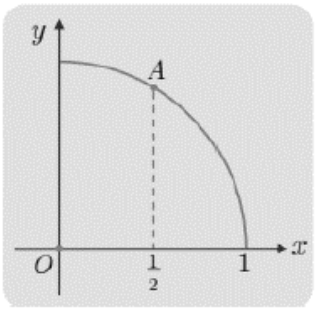


ت- إذا كان التابع يقبل نصفي مماس عند a (منكسر).

نلاحظ أن f يقبل نصفي مماس عند $x=a$ فهو غير اشتقاقي عند $x=a$



ث- إذا كان التابع يقبل مماساً شاقولياً عند a (يكون التابع مغلق عند طرفه):



f غير اشتقاقي عند $x = 1$ لأنه يقبل مماساً شاقولياً عند $x = 1$

2- حساب $f'(a)$ نميز حالتين هنا:

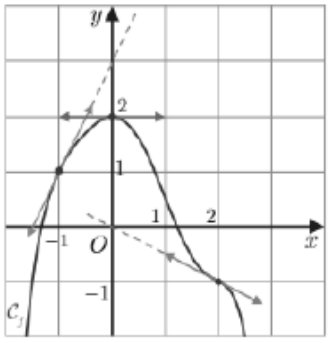
أ- عند a يوجد للتابع مماس افقي (أو قيمة حدية): عندها $f'(a) = 0$ مباشرةً.

ب- عند a يوجد مماساً مائلاً عندها يكون $f'(a) = m_{\text{المماس}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ولإيجاد معادلة المماس نطبق قانون معادلة المستقيم:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال1:



حساب $f'(0)$: نلاحظ أن f يقبل مماساً أفقياً عند $x = 0$ و بالتالي $f'(0) = 0$
لكن $f(0) = 2$ (تصوير)
معادلته :

$$y - 2 = 0(x - 0)$$
$$y = 2$$

حساب $f'(2)$: نلاحظ أن f يقبل مماساً مائلاً عند $x = 2$ و هذا المماس يمر من النقطتين :
$A(0,0)$, $B(2,-1)$
و بالتالي :

$$f'(2) = \frac{-1-0}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

معادلته:

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$
$$y = -\frac{1}{2}x$$

حساب $f'(-1)$: نلاحظ أن f يقبل مماساً مائلاً عند $x = -1$ و هذا المماس يمر من النقطتين :
$A(0,3)$, $B(-1,1)$
و بالتالي :

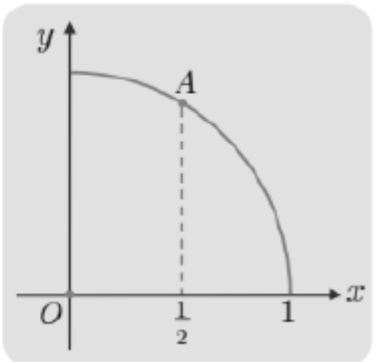
$$f'(-1) = \frac{1-3}{0-(-1)} = -2$$

معادلته : $y - 3 = -2(x - 0)$

$$y = -2x + 3$$

3- القيم الحدية:

الأمر سهل هنا لكن مع ملاحظة أنه قد يكون هناك قيم حدية على **أطراف المجال** كما يلي:

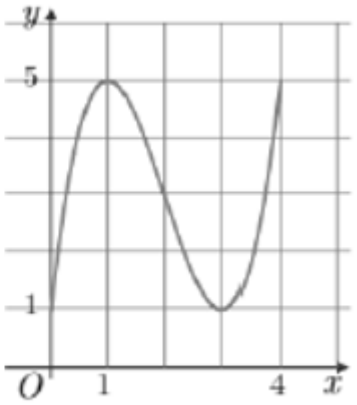


هنا $f(1) = 0$ قيمة حدية صغرى و $f(0)$ قيمة حدية كبرى

(لم نضع تراتيبها لأنها غير مكتوبة على الرسم)

4- المتراجحات $f'(x) > 0$ تعني متى يكون التابع متزايد (على أي مجال؟).

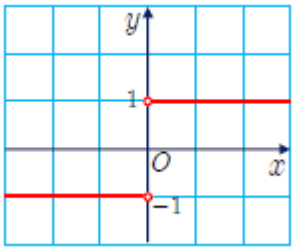
المتراجحات $f'(x) < 0$ تعني متي يكون التابع متناقص (على أي مجال؟).



$f'(x) < 0 \rightarrow S =]1,3[$
لأنه متناقص على هذا المجال
أما:
$f'(x) > 0 \rightarrow S =]0,1[\cup]3,4[$
لأنه متزايد على كل من هذين المجالين

تمرين 1 في الشكل المجاور C_f الخط البياني للتابع f المعرف وفق:

$f(x) = 1 ; x > 0$ و $f(x) = -1 ; x < 0$:



1- ما هي مجموعة تعريف f؟

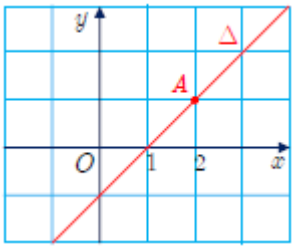
2- هل f اشتقاقي عند $a = 1$؟

3- أوجد المستقر الفعلي للتابع f.

4- أي من قواعد الربط الآتية تتفق مع التابع f:

$f(x) = \frac{\|x\|}{x}$	d	$f(x) = \frac{\|x\|}{x-1}$	c	$f(x) = \frac{x^2+\|x\|}{x^2+1}$	b	$f(x) = x\|x\|$	a

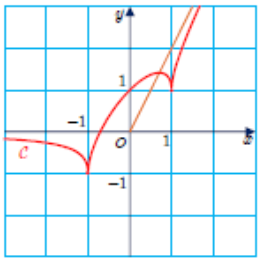
تمرين 2 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[-2,4]$ وفق $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$. عين a و b علماً بأن المستقيم Δ المرسوم في الشكل المجاور مماس للخط C في النقطة A. تحقق أن التابع الذي وجدته ينسجم مع مضمون النص.

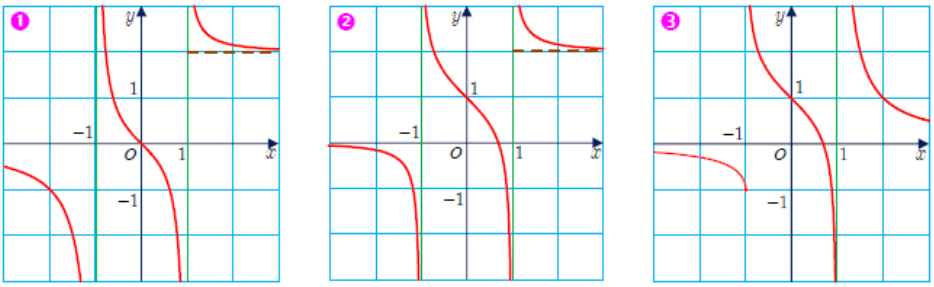


Natheer Tinawy

تمرين 3 في الشكل المجاور، C الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$ واشتقاقي على $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$.

أي الخطوط البيانية المرسومة في الأشكال الآتية يمكن أن يمثل الخط البياني للتابع المشتق f'؟





تتمات في الخطوط البيانية

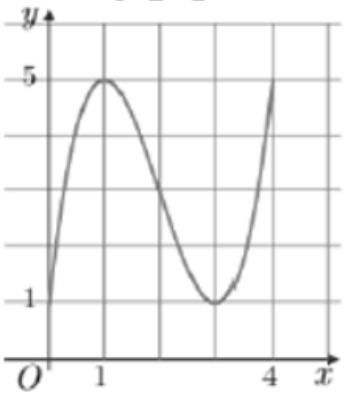
1- حلول المعادلة $f(x) = k$:

متى يقطع التابع المستقيم الأفقي $y = k$ **وهناك عدة أسئلة:**

أ- ما عدد الحلول: أي كم حل (حل وحيد، حلان، ثلاث حلول ....)

ب- ما هي حلول: هنا يجب كتابة فاصلة نقطة التقاطع (.... x_1 , x_2)

مثال1:

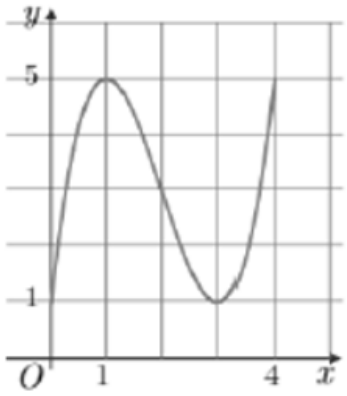


ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$: ثلاث حلول.

ماهي حلول المعادلة $f(x) = 1$: الحلول هي:

$$x_1 = 0 , x_2 = 3$$

مثال2:



ناقش حسب قيم m حلول المعادلة $f(x) = m$.

الحل:

$$f(x) = m \begin{cases} m \in]-\infty, 1[& \text{لا يوجد حلول} \\ m = 1 & \text{حلان} \\ m \in]1,5[& \text{ثلاث حلول} \\ m = 5 & \text{حلان} \\ m \in]5, +\infty[& \text{لا يوجد حلول} \end{cases}$$

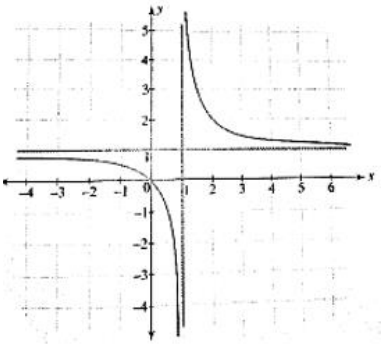
مررنا مستقيماً افقياً من أسفل الرسمة إلى أعلى الرسمة وراقبنا عدد مرات تقاطع المستقيم الافقي مع المنحني.

2- حل المتراجحات من الشكل:

$$f(x) > m \ , f(x) < m \ , f(x) \leq m \ , f(x) \geq m$$

أي متى يكون التابع فوق أو تحت المستقيم الأفقي $y = m$ ويكون حلها مجال.

مثال1:



ما هي حلول المتراجحة $f(x) > 1$: الحلول هي $]1, +\infty[$

أخذنا المجال الذي يكون عليه $f(x)$ فوق المستقيم $y = 1$.

Natheer Tinawy

3- تصوير مجال:

ونميز الحالات الآتية:

أ- التابع متزايد: فتكون صورة المجال $[a,b]$ هي $[f(a),f(b)]$ مع المحافظة على شكل المجالات.

ب- التابع متناقص: فتكون صورة المجال $[a,b]$ هي $[f(b),f(a)]$ مع المحافظة على شكل المجالات.

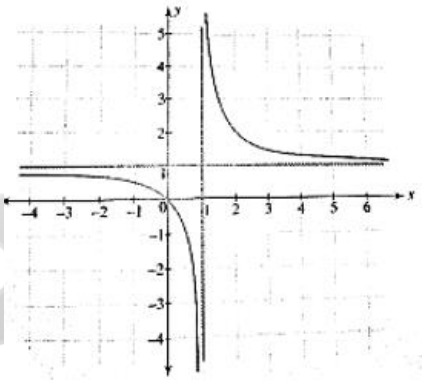
ت- التابع غير مطرد: نسقط القطعة من التابع التي على المجال $[a,b]$ على محور yy' ونحدد المجال المطلوب.

ملاحظة هامة: في الحالة الأخيرة عندما نسقط المنحني على محور yy' نحصل على مجال ما طرفيه (وايات أدنى نقطة إلى وايات أعلى نقطة)

إذا كانت هذه الوايات تقابل نقطة تنتمي إلى المجال المعطى نغلق المجال.

إذا كانت هذه الوايات تقابل نقطة لا تنتمي إلى المجال المعطى نفتح المجال.

مثال1:



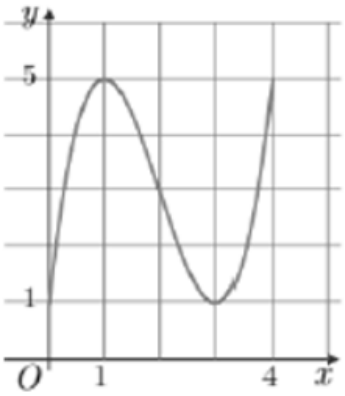
$$f(]-\infty,1[)=]-\infty,1[$$

قمنا بتصوير الفرع المقابل للمنحني على المجال $]-\infty,1[$ فنلاحظ أن مسقطه على محور التراتيب يغطي القيم $]-\infty,1[$.

$$f(]1,+\infty[)=]1,+\infty[$$

قمنا بتصوير الفرع المقابل للمنحني على المجال $]1,+\infty[$ فنلاحظ أن مسقطه على محور التراتيب يغطي القيم $]1,+\infty[$.

مثال2:



$f([0,1]) = [1,5]$

$f(]0,1[) =]1,5[$

حافظنا على شكل المجالات لأن التابع متزايد.

$f([1,3]) = [1,5]$

$f(]1,3[) =]1,5[$

حافظنا على شكل المجالات لأن التابع متناقص.

$f(]0,3[) =]1,5]$

أغلقنا المجال عند 5 لأنه يقابل النقطة $x = 1$ وهي تنتمي للمجال $]0,3[$ وفتحنا المجال عند 1 لأنه يقابل النقطتين $x = 3\ , x = 0$ وكلاهما لا ينتمي للمجال $]0,3[$.

ملاحظة: المستقر الفعلي:

$$f(D_f) = E_f$$

أي صورة مجموعة التعريف كاملة وهي من وايات أدنى نقطة إلى وايات أعلى نقطة.

4- مجموعات تعريف توابع مختلطة:

$$\sqrt{f(x)}\ , \ln(f(x))\ , \frac{1}{f(x)}\ , \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$$

نضع شرط التعريف الأصلي فنحصل على متراجحة ونعود للحالات السابقة.

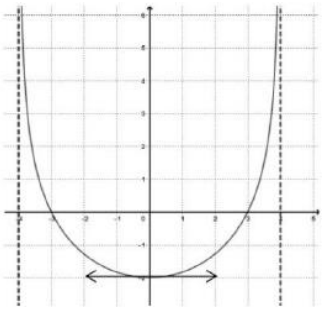
مثال:

إذا كان $h(x) = \sqrt{f(x)}$ فهو معرف بشرط $f(x) \geq 0$.

إذا كان $g(x) = \ln(f(x))$ فهو معرف بشرط $f(x) > 0$.

إذا كان $l(x) = \frac{1}{f(x)}$ فالحل هو $\mathbb{R}$ ماعدا حلول المعادلة $f(x) = 0$.

دورة 2017 الأولى:



في الشكل المجاور c الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-4,4[$:

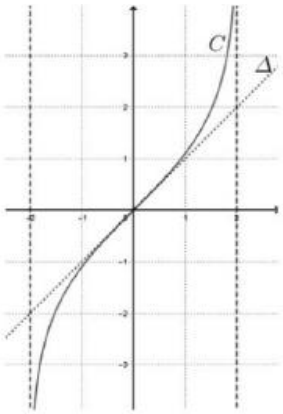
1- احسب $\lim_{x\to 4} f(x)$ و $\lim_{x\to -4} f(x)$ ثم استنتج معادلة كل مقارب.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- ما حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

دورة 2017 الثانية:



c الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-2,2[$:

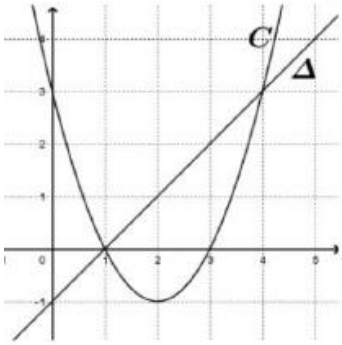
1- احسب $\lim_{x\to 2} f(x)$ و $\lim_{x\to -2} f(x)$.

2- أوجد $f(0)$ و $f'(0)$.

3- هل التابع f فردي أم زوجي؟ برر ذلك.

4- اكتب معادلة المماس Δ.

دورة 2018 الأولى:



ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$:

1- دل على القيم الحدية وبين نوعها.

2- جد $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

3- ماهي حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$.

4- اكتب معادلة Δ.

5- ناقش حسب قيم m حلول المعادلة $f(x)=m$.

6- ارسم الخط البياني للتابع g المعرف وفق $g(x)=f(x)+1$.

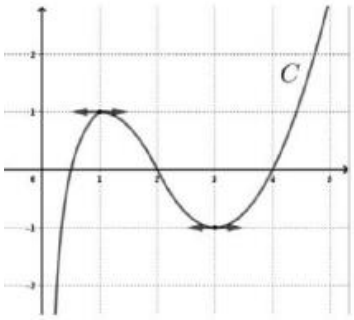
7- ارسم الخط البياني للتابع h المعرف وفق $h(x)=|f(x)|$.

8- ارسم الخط البياني للتابع k المعرف وفق $k(x)=f(x+1)$.

9- ارسم الخط البياني للتابع l المعرف وفق $l(x)=f(x+1)+1$.

Natheer Tinawy

دورة 2019 الثانية:



ليكن c الخط البياني للتابع المعرف على المجال $]0,+\infty[$:

1- احسب نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

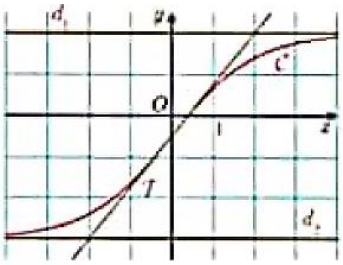
3- جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

4- جد $f([1,3])$.

5- اكتب معادلة كل مماس افقي للتابع.

نموذج وزاري 2019:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمستقيمين d_1 و d_2 مقاربين للخط c والمستقيم T مماس للخط c:



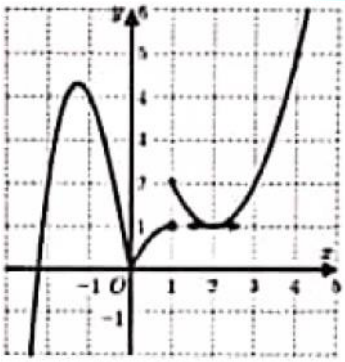
1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- اكتب معادلة كلاً من d_1 و d_2.

3- إذا علمت أن المستقيم T يمس المنحني في النقطة $A\left(0,-\frac{1}{2}\right)$ احسب $f'(0)$ ثم اكتب معادلته.

نموذج الوزاري الأول 2017:

نجد جانباً الخط البياني c للتابع المعرف على $\mathbb{R}$:



1- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$.

2- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$.

3- هل $f(1)$ قيمة حدية للتابع؟ علل.

4- ما عدد القيم الحدية للتابع f.

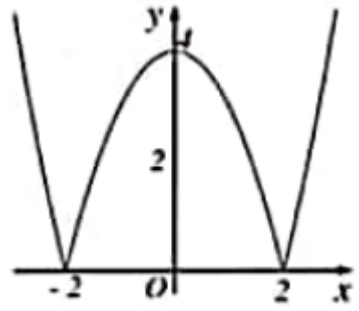
5- ما قيمة المشتق عند $x = 2$.

6- أيكون f اشتقاقياً عند الواحد.

Natheer Tinawy

نموذج الوزاري الثالث 2017:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$:



1- كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$؟

2- احسب قيمة المشتق عند الصفر واحسب $f(0)$.

3- عين صورة المجال $[-2,2]$.

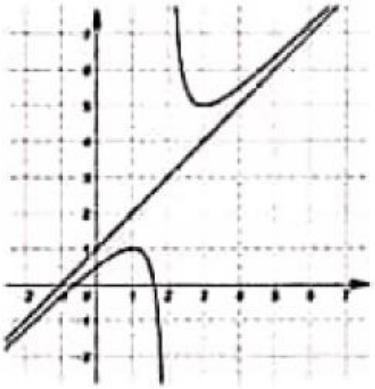
4- عين المستقر الفعلي $E_f = f(D_f)$.

5- كم قيمة محلية للتابع؟

6- نظم جدول تغيرات التابع f.

نموذج الوزاري الأول 2020:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$:



1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

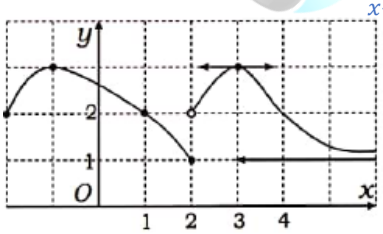
4- احسب نهاية $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

5- اكتب معادلة المقارب المائل للتابع.

6- اكتب احداثيات مركز التناظر للتابع.

نموذج الوزاري الثاني 2020:

ليكن c الخط البياني للتابع f:



1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to2^-} f(x)$, $\lim_{x\to2^+} f(x)$.

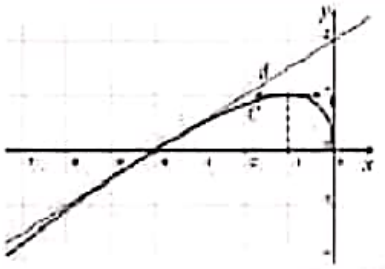
2- هل f اشتقاقي عند 2؟

3- جد $f(3)$ و $f'(3)$ ثم معادلة المماس عند $x = 3$.

4- ما عدد القيم الحدية للتابع f.

Natheer Tinawi

نموذج وزاري الأول 2018:



ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0]$:

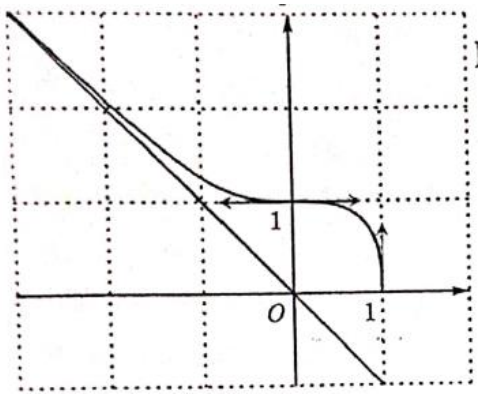
1- اكتب معادلة المماس d والمماس الأفقي ونصف المماس الشاقولي، وفسر لماذا f غير قابل للاشتقاق عند $x = 0$.

2- نظم جدول تغيرات التابع f.

3- ارسم الخط البياني c' للتابع g المعرف وفق $g(x) = -f(-x)$.

أسئلة من بنوك الشغف

السؤال الأول: ليكن الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty, 1[$ المرسوم بالشكل المجاور:



1- احسب $f'(0)$.

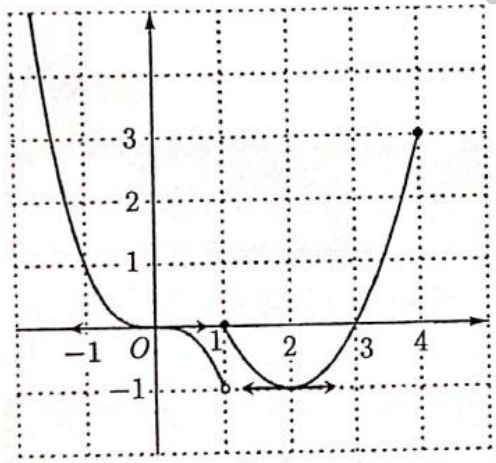
2- هل $f(0)$ قيمة حدية محلياً؟ علل إجابتك.

3- أيكون f اشتقاقياً عند $x = 1$؟ علل إجابتك.

4- هل $f(1)$ قيمة حدية محلياً؟

5- احسب النهاية $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]-\infty, 4]$ خطه البياني C المرسوم في الشكل المجاور:



1- احسب $f'(0)$.

2- هل $f(0)$ قيمة حدية محلياً؟ علل إجابتك.

3- أيكون f اشتقاقياً عند $x = 1$؟ علل إجابتك.

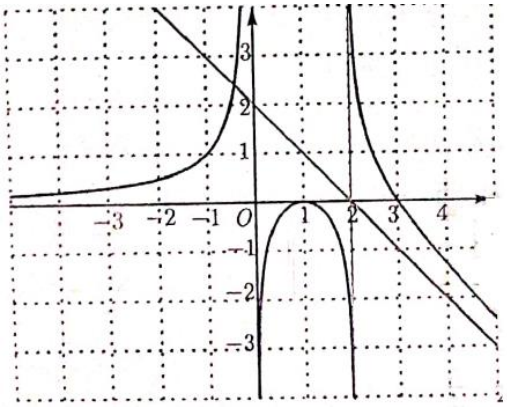
4- هل $f(1)$ قيمة حدية محلياً؟

5- دل على القيم الحدية للتابع.

6- ما مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$؟

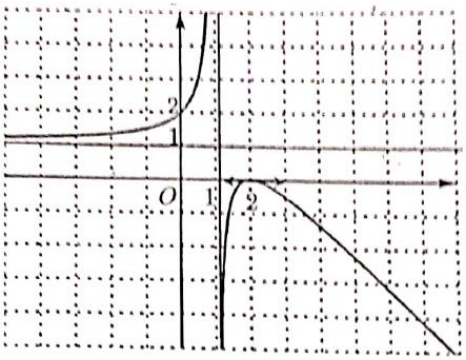
Tinaoui Nadheer

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{0,2\}$ ومعادلة مقاربه المائل $y=-x+2$ وخطه البياني C المرسوم بالشكل المجاور:



1- جد نهاية التابع عند الأطراف المفتوحة في مجموعة تعريفه.
2- اكتب معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للتابع f.
3- احسب كلاً من: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x-2)$.
4- ما حلول المعادلة $f(x)=0$؟
5- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$؟
6- لنعرف التابع g بالعلاقة: $g(x)=\sqrt{f(x)}$, ما مجموعة تعريف g؟

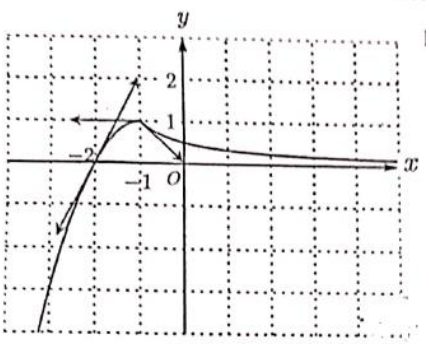
السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ خطه البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور:



1- استنتج من الشكل نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.
2- اكتب معادلة كل مقارب افقي أو شاقولي للخط البياني C_f.
3- استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(f(x))$.
4- ما حلول المعادلة $f(x)=0$؟
5- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$؟
6- ناقش حسب قيم $m\in\mathbb{R}$ حلول المعادلة $f(x)=m$.
7- استنتج جدول تغيرات التابع f.

Natheer Tinawy

السؤال الخامس: نجد جانبا C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R



1- جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه.
ثم استنتج معادلة مستقيمه المقارب الأفقي لخطه البياني C_f .

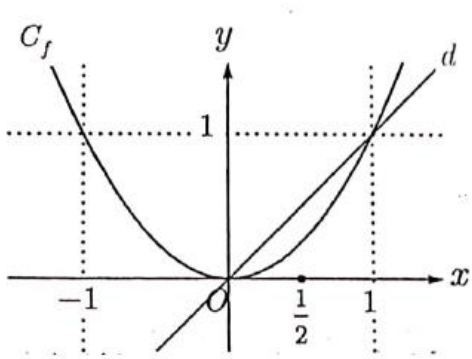
2- احسب $\lim_{z\to(-1)^+} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ وهل f اشتقاقي عند -1 من اليمين؟

3- اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C_f في نقطة فاصلتها -1 .وهل f اشتقاقي عند $x=-1$ ؟ علل إجابتك.

4- جد $f'(-2)$. ولنعرف التابع g بالعلاقة: $g(x)=f(-3x)$ استنتج $g'\left(\frac{2}{3}\right)$

5- ما مجموعة تعريف التابع $h \mapsto \frac{1}{\ln(f(x))}$ ؟ وما حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$ ؟

السؤال السادس: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R والمرسوم في الشكل المجاور:



وليكن المستقيم d الذي معادلته: $y=x$

1- احسب $\lim_{z\to+\infty} f(x)$

2- دل على القيمة الحدية محليا مبينا نوعها.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=x$ ؟وما حلول المتراجحة $f(x)<x$ ؟

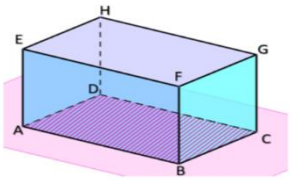
4- هل f تابع زوجي أم فردي؟ علل إجابتك.

5- لنعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق العلاقة التدريجية : $u_{n+1}=f(u_n), u_0=\frac{3}{4}$ أعد الرسمة على ورقة إجابتك ثم مثل هندسيا الحدود u_2, u_1, u_0 .
خمن جهة اطرادها. أهي محدودة من الأدنى؟ ما نهايتها المحتملة؟

Watheer Tinawy

الجزء الثاني	الوحدة الأولى	الأشعة

تأمل الشكل المجاور ثم اجب عما يلي:



1- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FH} =$

$\overrightarrow{AF}$	d	$\overrightarrow{DA}$	c	$\overrightarrow{AH}$	b	$\overrightarrow{AD}$	a

2- $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{HD} =$

$\overrightarrow{AF}$	d	$\overrightarrow{DA}$	c	$\overrightarrow{AC}$	b	$\overrightarrow{AD}$	a

3- $\overrightarrow{FD} - \overrightarrow{HD} =$

$\overrightarrow{BD}$	d	$\overrightarrow{DA}$	c	$\overrightarrow{AC}$	b	$\overrightarrow{AD}$	a

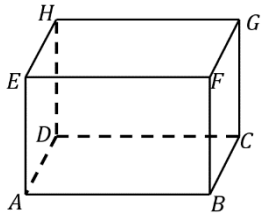
4- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AE} =$

$\overrightarrow{BD}$	d	$\overrightarrow{BC}$	c	$\overrightarrow{AC}$	b	$\overrightarrow{AD}$	a

5- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GF} =$

$\overrightarrow{BD}$	d	$\overrightarrow{BC}$	c	$\overrightarrow{AC}$	b	$\vec{0}$	a

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 3 وباختيار معلم متجانس مبدؤه A :



6- اسم المعلم المتجانس هو:

$\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$	d	$(A;3\overrightarrow{AB},3\overrightarrow{AD},3\overrightarrow{AE})$	c	$\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{BA},\frac{1}{3}\overrightarrow{DA},\frac{1}{3}\overrightarrow{EA}\right)$	b	$\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{BA},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$	a

7- إن احداثيات النقطة B هي:

$B(3,0,0)$	d	$B(3,3,0)$	c	$B(3,0,3)$	b	$B(0,3,3)$	a

8- إن احداثيات النقطة D هي:

$D(3,0,0)$	d	$D(0,3,0)$	c	$D(3,0,3)$	b	$D(0,3,3)$	a

9- إن احداثيات النقطة G هي:

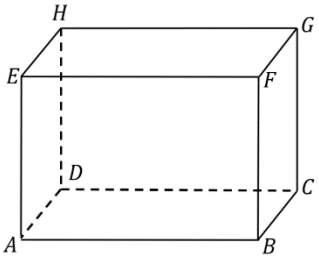
$G(3,0,0)$	d	$G(3,3,0)$	c	$G(3,3,3)$	b	$G(0,3,3)$	a

10- إن احداثيات النقطة E هي:

E(3,0,0)	d	E(0,0,3)	c	E(3,3,3)	b	E(0,0,0)	a

Natheer Tinawi

$ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات فيه $AB = 4$ و $BF = 3$
و$FG = 2$ باختيار معلم مبدؤه D :



11-اسم المعلم المتجانس هو :

a	$\left(D;\frac{1}{2}\overrightarrow{DA},\frac{1}{3}\overrightarrow{DH},\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}\right)$	b	$\left(D;\frac{1}{4}\overrightarrow{DC},\frac{1}{2}\overrightarrow{DA},\frac{1}{3}\overrightarrow{DH}\right)$	c	$\left(D;\frac{1}{2}\overrightarrow{DA},\frac{1}{4}\overrightarrow{DC},\frac{1}{3}\overrightarrow{DH}\right)$	d	$\left(D;\frac{1}{3}\overrightarrow{DA},\frac{1}{4}\overrightarrow{DC},\frac{1}{2}\overrightarrow{DH}\right)$

12-ان احداثيات النقطة D هي :

a	$D(2,4,3)$	b	$D(0,0,0)$	c	$D(0,4,0)$	d	$D(2,0,0)$

13-ان احداثيات النقطة C هي :

a	$C(0,2,0)$	b	$C(2,4,0)$	c	$C(0,4,0)$	d	$C(4,0,0)$

14-ان احداثيات النقطة H هي :

a	$H(0,4,3)$	b	$H(3,0,0)$	c	$H(0,0,3)$	d	$H(0,0,2)$

15-ان احداثيات النقطة B هي :

a	$B(2,4,0)$	b	$B(2,4,3)$	c	$B(3,4,2)$	d	$B(3,4,0)$

في كل حالة من الحالات الاتية هل $\vec{u}$ و$\vec{v}$ مرتبطان خطيا :

16-$\vec{u}(2,0,-4)\ ,\vec{v}(4,0,-8)$

a	نعم	b	لا

17-$\vec{u}(-1,2,1)\ ,\vec{v}(-2,4,2)$

a	نعم	b	لا

18-$\vec{u}(0,-1,3)\ ,\vec{v}\ (2,0,3)$

a	نعم	b	لا

19-$\vec{u}(1,0,0)\ ,\vec{v}(3,0,0)$

a	نعم	b	لا

20-ليكن لدينا النقاط $A(-1,2,-1)$ و $B(-2,5,1)$ و$D(1,-2,2)$ و$C(3,-4,6)$هل المستقيمان (AB)
و(CD) متوازيان؟

a	نعم	b	لا

21-لتكن لدينا النقاط $A(1,2,3)$ و$B(0,1,4)$ و$C(-1,-3,2)$ هل النقاط A وB وC تقع على استقامة

a	نعم	b	لا

22-لتكن لدينا النقاط $A(3,-1,-5)$ و$B(0,2,4)$ و$C(2,0,-2)$ هل النقاط A وB وC تعيين مستو ؟

a	نعم	b	لا

23-لتكن لدينا النقاط$A(2,3,0)$ و$B(2,3,6)$ و$M(4,-1,2)$ هل النقطة M تقع على المستقيم (AB)

Natheer Tinawi

a	نعم	b	لا

24-لتكن لدينا النقاط $A(2,3,0)$ و$B(3,2,1)$ و$C(a,b,2)$ ان قيمة a وb لتكون النقاط A وB وC على استقامة واحدة هي ؟

a	$a=-4$ $b=-1$	b	$a=4$ $b=1$
c	$a=1$ $b=4$	d	غير ذلك

ليكن لديك الاشعة: $\vec{u}(3,-1,\sqrt{6})\ ,\vec{v}=\sqrt{2}\vec{\imath}+\sqrt{6}\vec{\jmath}-\vec{k}$

والنقاط: $A(1,0,-1), B(2,2,3), C(3,1,-2), D(1,1,2), E(3,1,-4), F(2,0,-1), G(2,1,-1)$

25-ان نظيم الشعاع $\vec{u}$ هو :

a	$\|\|\vec{u}\|\|=5$	b	$\|\|\vec{u}\|\|=2$	c	$\|\|\vec{u}\|\|=2\sqrt{2}$	d	$\|\|\vec{u}\|\|=4$

26-ان نظيم الشعاع $\vec{v}$ هو :

a	$\|\|\vec{v}\|\|=3$	b	$\|\|\vec{v}\|\|=\sqrt{21}$	c	$\|\|\vec{v}\|\|=3\sqrt{2}$	d	$\|\|\vec{v}\|\|=7$

27-ان المسافة AB تساوي :

a	$AB=2$	b	$AB=21$	c	$AB=\sqrt{21}$	d	$AB=\sqrt{2}$

28-ان المسافة GE تساوي:

a	$GE=2\sqrt{2}$	b	$GE=\sqrt{10}$	c	$GE=8$	d	$GE=10$

29-ان المثلث (ABC) هو مثلث :

a	قائم	b	غير قائم	c	متساوي الاضلاع	d	متساوي الساقين

30-ان المثلث (DEF) هو مثلث:

a	قائم	b	غير قائم	c	متساوي الاضلاع	d	متساوي الساقين

31-هل النقطة G تنتمي للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة [DE] ؟

a	نعم	b	لا

32-هل النقطة B تنتمي للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة [DE] ؟

a	نعم	b	لا

33-هل النقطةA تنتمي للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة [DE] ؟

a	نعم	b	لا

34-هل النقطةD تنتمي للكرة التي مركزها C ونصف قطرها $r=\sqrt{3}$ ؟

a	نعم	b	لا

اكتب معادلة المستوي P في كل حالة من الحالات الاتية :

35-P مار من $A(1,0,5)$ ويقبل $\vec{n}(1,-1,0)$ ناظما له

a	$P: x-y-1=0$	b	$P: x-2y-1=0$

c	$P: 2x - y - 1 = 0$	d	$P: x - y - z + 2 = 0$

36- P مار من $A(1,0,5)$ ويوازي المستوي Q الذي معادلته: $Q: 2x - y + 3z = 4$

a	$P: x - y + 3z - 17 = 0$	b	$P: 2x - y - 3z - 17 = 0$
c	$P: 2x - y + 3z - 17 = 0$	d	$P: 2x + y - 3z - 7 = 0$

37- P مار من $A(1,2,-1)$ ويعامد المستقيم (BC) حيث: $B(1,0,1)$ و $C(-3,1,4)$

a	$P: 4x + y + 3z + 5 = 0$	b	$P: -4x - y - 3z + 5 = 0$
c	$P: -4x + y + 3z + 5 = 0$	d	$P: -4x + y - 3z - 15 = 0$

38- P المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث: $A(5,2,-1)$ و $B(3,0,1)$

a	$P: 2x - 2y + 2z + 10 = 0$	b	$P: 2x + 2y - 2z + 10 = 0$
c	$P: -2x + 2y + 2z + 10 = 0$	d	$P: -2x - 2y + 2z + 10 = 0$

39- P مار من $A(2,3,1)$ ويقبل كلا من $\vec{u}(1,1,3)$ و $\vec{v}(2,-1,4)$

a	$P: 7x - 2y + 3z + 1 = 0$	b	$P: -7x + 2y + 3z - 17 = 0$
c	$P: -7x - 2y + 3z + 17 = 0$	d	$P: 7x + 2y - 3z - 7 = 0$

40- P مار من $A(1,-1,2)$ و $B(2,0,4)$ وعمودي على المستوي Q الذي معادلته $Q: x - y + 3z - 4 = 0$

a	$P: -5x + y + 2z + 2 = 0$	b	$P: 5x + y - 2z + 2 = 0$
c	$P: -5x - y + 2y - 1 = 0$	d	$P: 5x - y - 2z = 0$

41- P مار من $A(0,1,0)$ و $B(-1,1,0)$ و $C(-1,2,3)$

a	$P: x - 3y + z + 3 = 0$	b	$P: -3y + z + 3 = 0$
c	$P: x - 3y + 3 = 0$	d	$P: x - 3y + 2z + 1 = 0$

42- P مار من $A(2,5,-2)$ وعمودي على كل من Q و R وحيث:

$$\begin{cases} Q: x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ R: x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

a	$P: -10x + 4y + 6z + 12 = 0$	b	$P: -10x - y - z - 2 = 0$
c	$P: 10x + 4y - 6z + 12 = 0$	d	$P: x + y + z + 1 = 0$

43- ان المستويان الاتيان:

$$P: 2x + y - z = 0 \, , Q: x + y + z = 1$$

a	متقاطعان	b	متوازيان	c	منطبقان	d	غير ذلك

44- ان المستويان الاتيان:

$$P: 2x - y + z - 3 = 0 \, , Q: 4x - 2y + 2z - 1 = 0$$

a	متقاطعان	b	متوازيان	c	متقاطعان في نقطة	d	غير ذلك

45- ان المستويان الاتيان:

Natheer Tinawy

$P: x - y - 3z + 1 = 0$, $Q: 2x - 2y - 6z + 2 = 0$

a	متقاطعان في فصل مشترك	b	متوازيان	c	متقاطعان في نقطة	d	غير ذلك

46- هل النقطة $A(3,2,-1)$ تنتمي للكرة التي مركزها $(2,0,2)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$ ؟

a	نعم	b	لا

47- هل النقطة $C(1,-1,2)$ تنتمي للكرة التي مركزها $(2,0,2)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$ ؟

a	نعم	b	لا

48- ان معادلة الكرة التي مركزها $A(1,2,-1)$ وتمر من النقطة $B(0,1,1)$:

a	$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$	b	$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$
c	$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$	d	$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$

49- ان معادلة الكرة التي تقبل القطعة $[AB]$ قطرا لها حيث $B(-1,1,0)$ و $A(2,1,1)$:

a	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + \left(z-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$	b	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 + \left(z+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$
c	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + \left(z-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{2}$	d	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + \left(z-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

50- ماذا تمثل المعادلة الاتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z + 2 = 0$$

a	كرة	b	خالية	c	نقطة		

51- ماذا تمثل المعادلة الاتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 10 = 0$$

a	كرة	b	خالية	c	نقطة		

52- ماذا تمثل المعادلة الاتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 + x - 3y + 10 = 0$$

a	كرة	b	خالية	c	نقطة		

53- ماذا تمثل المعادلة الاتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x = -1$$

a	كرة	b	خالية	c	نقطة		

54- ان المستويان الاتيان:

$P: 2x + y - z - 3 = 0$, $Q: 4x + 2y - 2z + 1 = 0$

a	متقاطعان	b	متخالفان	c	متوازيان		

55- ان المسافة بين P و Q هي:

a	$\frac{49}{24}$	b	$\frac{7}{\sqrt{24}}$	c	$\frac{\sqrt{24}}{7}$	d	7

56- ان المستويان الاتيان:

$P: x + y - 2z = 1$, $Q: x + y + z = 0$

a	متقاطعان	b	متخالفان	c	متعامدان		

Nahee Tinawy

57-ان بعد النقطة $A(2,1,2)$عن الفصل المشترك للمستويين P وQ هو:

a	$\sqrt{3}$	b	3	c	9	d	$\sqrt{12}$

ليكن لدينا المستقيم d تمثيله الوسيطي:

$$d:\begin{cases} x=1 \\ y=2t-1; t\in\mathbb{R} \\ z=-t+2 \end{cases}$$

والمستقيم d' الفصل المشترك للمستويين:

$$P: x-y-z=0\ ,\ Q: x+y+2z-4=0$$

58-ان التمثيل الوسيطي للمستقيم d' يعطى بالشكل:

a	$d':\begin{cases} x=t \\ y=3t-4; t\in\mathbb{R} \\ z=-2t+4 \end{cases}$	b	$d':\begin{cases} x=-t \\ y=3t+4; t\in\mathbb{R} \\ z=-2t+4 \end{cases}$
c	$d':\begin{cases} x=3t \\ y=3t-4; t\in\mathbb{R} \\ z=-2t+4 \end{cases}$		$d':\begin{cases} x=-t \\ y=-3t+4; t\in\mathbb{R} \\ z=2t-4 \end{cases}$

59-ان شعاع توجيه المستقيم d :

a	$\vec{u}_{d'}(3,3,-2)$	b	$\vec{u}_{d'}(-1,3,-2)$	c	$\vec{u}_{d'}(1,3,-2)$

60-هل المستقيمان d وd' يقعان في مستو واحد؟

a	نعم	b	لا

ليكن $P: 2x-y+z-8=0$ والمستقيم d المعطى وسطيا بالشكل

$$d:\begin{cases} x=\lambda+1 \\ y=\lambda\ \ ;\lambda\in R \\ z=2-3\lambda \end{cases}$$

61-ان احداثيات نقطة تقاطع المستوي و المستقيم هي :

a	$M(1,-2,8)$	b	$M(-1,2-8)$	c	$M(-1,-2,8)$

62-ان المستقيمان :

$$(d):\begin{cases} x=t+1 \\ y=-3t+2; t\in\mathbb{R} \\ z=-3t+3 \end{cases}\quad ,\quad (d'):\begin{cases} x=s \\ y=-3s-3; s\in\mathbb{R} \\ z=-s+1 \end{cases}$$

a	متقاطعان	b	متخالفان	c	متقاطعان في نقطة	d	متوازيان

63-هل المستقيمان d وd' في مستو واحد؟

a	نعم	b	لا

Nathaer Tinawy

لدينا المستويات الثلاثة الاتية:

$$P_1: -x + 2y + 3z = 5$$
$$P_2: 3x - y - 4z = -5$$
$$P_3: 2x + 3y - 2z = -2$$

64-ان المستويين P_1 وP_2 :

a	متقاطعان	b	متخالفان	c	متوازيان	d	محتويان

65-ان التمثيل الوسيطي للمستقيم d:

a	$d: \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -t + 2; t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$	b	$d: \begin{cases} x = t + 1 \\ -t - 2; t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$	c	$d: \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -t + 2; t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$

66-ان المستويات الثلاثة متقاطعة بالنقطة :

a	$I(1,0,2)$	b	$I(2,0,-1)$	c	$I(2,0,1)$

67-في معلم متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$$A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$$

ان معادلة المستوي (ABC) تعطى بالشكل :

a	$3x + 9y - 9z - 6 = 0$	b	$2x + 6y - 3z - 4 = 0$	c	$x + 3y - 3z - 4 = 0$

68-ليكن المستويان P وQ معادلتيهما :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$
$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

ان المستويين يتقاطعان في فصل مشتركd الذي تمثيله الوسيطي:

a	$d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3 \ ; t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$	b	$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ -3 \ ; t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$	c	$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \ ; t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

69-ما هي نقطة تقاطع المستويات PوQ و(ABC)؟

a	$M\left(-\frac{1}{2}, -3, -\frac{3}{2}\right)$	b	$M\left(\frac{1}{2}, -3, \frac{3}{2}\right)$	c	$M\left(-\frac{1}{2}, 3, \frac{3}{2}\right)$

70-في معلم متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتامل النقاط $A(1,2,0), B(0,0,1), C(1,5,5)$ ان الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{AC}$:

a	مرتبطين خطيا	b	متوازيان	c	غير مرتبطين خطيا

71-ان معادلة المستوي (ABC) :

a	$13x - 5y - 3z + 3 = 0$	b	$9x - 5y + 3z - 3 = 0$	c	$13x - 5y + 3z - 3 = 0$

72-ان احداثيات D' المسقط القائم للنقطة $D(-11,9,-4)$ على المستوي (ABC) :

a	$(2,4,1)$	b	$(2,4,-1)$	c	$(-2,4,-1)$

في معلم متجانس نتأمل النقاط :

$$A(2,4,3), B(4,-2,3), C(1,-1,1,), D(3,3,-3)$$

73-ان النقاط A, B, C :

a	تقع على استقامة واحدة	b	لا تقع على استقامة واحدة

Notheer Tinawy

74-ان معادلة المستوي (ABC) :

$3x+y-4z-2=0$	c	$3x+y-4z+2=0$	b	$3x+y+4z+2=0$	a

75-ان احداثيات المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC) :

$D"(0,2,1)$	c	$D"(0,-2,1)$	b	$D'(1,2,1)$	a

ليكن لدينا المستقيم d معادلته الوسطية:

$$d:\begin{cases} x=2t \\ y=t+1 \\ z=2t-1 \end{cases} ;t\in R$$

76-والنقطة $D(1,1,1)$, ان D' مسقط النقطة D على المستقيم d:

$D'(\frac{13}{5},\frac{12}{5},\frac{9}{5})$	c	$D'(\frac{14}{3},\frac{12}{3},\frac{9}{3})$	b	$D'(\frac{14}{5},\frac{12}{5},\frac{9}{5})$	a

77-ان احداثيات نقطة تقاطع الثلاث مستويات هي:

$$P_1: 5x+y+z=-5$$
$$P_2: 2x+13y-7z=-1$$
$$P_3: x-y+z=1$$

$I(-8,-13,22)$	c	$I(-8,13,22)$	b	$I(-8,13,-22)$	a

78-ان احداثيات نقطة تقاطع الثلاث مستويات هي:

$$P_1: x-2y-3z=3$$
$$P_2: 2x-y-4z=7$$
$$P_3: 3x-3y-5z=8$$

$I(2,1,-1)$	c	$I(2,-1,-1)$	b	$I(2,1,1)$	a

79-ان التمثيل الوسيطي للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويات الثلاثة:

$$P_1: 2x-y+3z=0$$
$$P_2: x+2y+z=0$$
$$P_3: 3x-4y+5z=0$$

$d:\begin{cases} x=7t \\ y=t \\ z=5t \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$	c	$d:\begin{cases} x=-7t \\ y=t \\ z=5t \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$	b	$d:\begin{cases} x=7t \\ y=t \\ z=-5t \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$	a

80-ان المستويات الثلاثة :

$$x+y+z=1$$
$$x-2y+z=1$$
$$3x-4y+3z=-1$$

متقاطعة بمستقيم	c	متقاطعة بنقطة	b	متخالفة	a

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتامل النقاط:

$$A(-1,2,3), B(2,1,1), C(-3,4,-1), D(3,1,1)$$

81-ان معادلة المستوي (ABC) هي :

$2x+4y+z-9=0$	c	$x-z+3=0$	b	$-3x+2y+6=0$	a

82-ان التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من D والعمودي على (ABC) هو:

Nadheer Tinawy

$d:\begin{cases} x=2t+3 \\ y=4t+1 \\ z=t+1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	a	$d:\begin{cases} x=-t+2 \\ y=0 \\ z=t+1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	b	$d:\begin{cases} x=5t+6 \\ y=-2t+2 \\ z=-\frac{3}{2}t-1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	c

83-ان بعد D عن المستوي (ABC) هو:

3	a	$\sqrt{6}$	b	$\frac{2}{\sqrt{21}}$	c

84-ان حجم الهرم $D-ABC$ هو :

$4\frac{4}{3}$	a	$2\sqrt{21}$	b	25	c

في معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتامل النقاط:

$$A(2,-2,2), B(1,1,0), C(1,0,1), D(0,0,1)$$

85-ان معادلة المستوي (BCD) هي:

$x-5y+z+3=0$	a	$y+z-1=0$	b	$x-z=1$	c

86-الوسيطي للمستقيم Δ المار من النقطة A والمعامد للمستوي (BCD) هو:

$\Delta:\begin{cases} x=-2 \\ y=t-2 \\ z=t+2 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	a	$\Delta:\begin{cases} x=0 \\ y=t-3 \\ z=5t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	b	$\Delta:\begin{cases} x=\frac{1}{2}t+1 \\ y=5t-7 \\ z=-t-2 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	c

87-ان احداثيات النقطة Kالمسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD) هي:

$(2,-\frac{3}{2},\frac{5}{2})$	a	$(0,-2,1)$	b	$(1,-\frac{1}{3},\frac{2}{3})$	c

88-ان معادلة الكرة التي تقبل $[AD]$ قطرا لها هي :

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-7)^2+z^2=\frac{3}{2}$	a	$x^2+(y-5)^2+(z+1)^2=16$	b	$(x-1)^2+(y+1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$	c

في معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان:

$$P: x-y+2z-1=0$$
$$Q: 2x+y+z+1=0$$

89-ان التمثيل الوسيطي للمستقيم d الفصل المشترك للمستويين Q,P المتقاطعين هو:

$\Delta:\begin{cases} x=t+5 \\ y=-t+\frac{1}{2} \\ z=t+3 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	a	$\Delta:\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{3}{2}t+3 \\ z=-t-3 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	b	$\Delta:\begin{cases} x=-t \\ y=\frac{3}{2}t+1 \\ z=-t-3 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$	c

90-ان معادلة المستوي R المار من A والمعامد لكل من المستويين Q,P هو:

$5x-y+2=0$	a	$x+3y+z-6=0$	b	$x+3y-z-1=0$	c

91-ان احداثيات النقطة B الناتجة عن تقاطع المستقيم d والمستوي R هي:

$(\frac{3}{2},-1,-\frac{3}{2})$	a	$(0,-2,1)$	b	$(-3,2,3)$	c

92-ان بعد النقطة A عن المستقيمd هو:

Natheer Tinawy

a	3	b	$\sqrt{6}$	c	$\frac{2}{\sqrt{21}}$

93-ان معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q هي:

a	$(x+3)^2+(y-5)^2+z^2=\frac{3}{2}$	b	$x^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+(x-3)^2=1$	c	$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$

في معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$$A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$$

والمستويان:

$$P: x+2y-z-4=0$$
$$Q: 2x+3y-2z-5=0$$

94-ان معادلة المستوي (ABC) هي:

a	$x+3y-3z-4=0$	b	$2x-z+1=0$	c	$-x+2y+5z=3$

95-ان المستويين P, Q يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي:

a	$d:\begin{cases}x=3t+1\\y=-5\ ;\ t\in\mathbb{R}\\z=2t-4\end{cases}$	b	$d:\begin{cases}x=-t+\frac{1}{2}\\y=t\ ;\ t\in\mathbb{R}\\z=5t+1\end{cases}$	c	$d:\begin{cases}x=t-2\\y=3\ \ ;t\in\mathbb{R}\\z=t\end{cases}$

96-ان نقطة تقاطع المستويات P, Q و(ABC)هي:

a	$(\frac{3}{4},-1,-5)$	b	$(-\frac{1}{2},3,\frac{3}{2})$	c	$(0,-4,1)$

97-ان بعد النقطة A عن المستقيم d:

a	$\sqrt{\frac{7}{2}}$	b	$\frac{34}{4}$	c	$\frac{5}{2}$

في معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P: 2x-y+2z-2=0$$
$$Q: x+y+z-1=0$$
$$R: x-z-1=0$$

98-ان المستويين P, Q يتقاطعان بفصل مشترك Δ تمثيله الوسيطي:

a	$\Delta:\begin{cases}x=\frac{1}{2}t\\y=-2t+1\ ;\ t\in\mathbb{R}\\z=\frac{3}{2}t-5\end{cases}$	b	$\Delta:\begin{cases}x=-t+1\\y=0;\ t\in\mathbb{R}\\z=t\end{cases}$	c	$\Delta:\begin{cases}x=3t+5\\y=t\ \ ;t\in\mathbb{R}\\z=t-2\end{cases}$

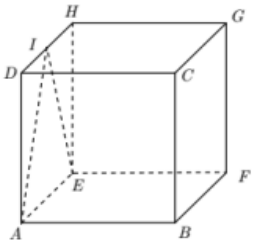
99-ان المستويات P, Q, R تتقاطع بنقطة احداثياتها:

a	$(1,0,0)$	b	$(\frac{1}{2},3,0)$	c	$(-3,2,1)$

100- ان بعد النقطة A عن المستقيم Δ :

Natheer Tinawy

a	5	b	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	c	2



ليكن $ABFEDCGH$ المكعب المجاور طول حرفه 1 ونعرف عليه المعلم المتجانس $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AE}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AD}})$ و $\boldsymbol{I}$ منتصف $[\boldsymbol{DH}]$:

101- إن إحداثيات النقطة A هي:

a	$A(0,0,0)$	b	$A(1,0,0)$	c	$A(1,0,1)$	d	$A(0,1,0)$

102- إن إحداثيات النقطة D هي:

a	$D(0,1,1)$	b	$D(0,0,1)$	c	$D(1,1,1)$	d	$D(1,0,1)$

103- إن إحداثيات النقطة H هي:

a	$H(0,1,0)$	b	$H(1,1,1)$	c	$H(0,0,1)$	d	$H(0,1,1)$

104- إن إحداثيات النقطة I هي:

a	$I\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right)$	b	$I\left(0,\frac{1}{2},1\right)$	c	$I\left(1,\frac{1}{2},1\right)$	d	$I(0,0,1)$

105- إن إحداثيات النقطة O مركز ثقل المثلث AEI هي:

a	$O\left(0,4,\frac{1}{3}\right)$	b	$O\left(2,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$	c	$O\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$	d	$O\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

106- إن المثلث AIE:

a	متساوي الساقين	b	متساوي الأضلاع	c	قائم الزاوية	d	غير ذلك

107- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{AI}$ هي:

a	$\overrightarrow{AI}=\left(1,\frac{1}{2},1\right)$	b	$\overrightarrow{AI}=\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$	c	$\overrightarrow{AI}=(0,1,1)$	d	$\overrightarrow{AI}=\left(0,\frac{1}{2},1\right)$

108- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{AE}$ هي:

a	$\overrightarrow{AE}=(0,1,0)$	b	$\overrightarrow{AE}=(-1,1,0)$	c	$\overrightarrow{AE}=(0,1,1)$	d	$\overrightarrow{AE}=(1,1,0)$

109- إن طويلة الشعاع $\overrightarrow{AI}$ هي:

a	$AI=\frac{\sqrt{5}}{2}$	b	$AI=1$	c	$AI=\frac{3}{2}$	d	$AI=\frac{4}{3}$

110- إن طويلة الشعاع $\overrightarrow{AE}$ هي:

a	$AE=4$	b	$AE=\frac{1}{2}$	c	$AE=1$	d	$AE=\frac{5}{3}$

إذا علمت ان نظيم $\vec{u}$ يساوي 5 ونظيم $\vec{v}$ يساوي 3 وان $\vec{u}.\vec{v}=-4$ أجب عن الأسئلة التالية:

111- إن المقدار $\vec{u}(\vec{u}+\vec{v})$ يساوي:

a	20	b	21	c	22	d	23

Natheer Finawi

112- إن المقدار $\vec{v}(\vec{u}-\vec{v})$ يساوي:

a	-10	b	-3	c	-17	d	-13

113- إن المقدار $2\vec{u}(2\vec{v}-3\vec{u})$ يساوي:

a	-46	b	-40	c	-44	d	-43

114- هل الشعاع $\vec{u}(\sqrt{2},\sqrt{2}+1\ ,1-\sqrt{2})$ يعامد الشعاع $\vec{v}(-\sqrt{2},1,1)$؟

a	نعم	b	لا

115- إن قيمة α ليكون الشعاعين $\vec{u}\left(2,-\frac{1}{2},5\right),\vec{v}\left(-\frac{2}{5},3,\alpha\right)$ متعامدين هي:

a	$\alpha=\frac{2}{5}$	b	$\alpha=\frac{3}{2}$	c	$\alpha=\frac{23}{50}$	d	$\alpha=\frac{16}{45}$

116- إن قيمة α ليكون الشعاعين $\vec{u}\left(\sqrt{3},\frac{1}{3},2\right)\ \vec{v}\left(\alpha,2\alpha,\frac{1}{2}\right)$ متعامدين هي:

a	$\alpha=-\frac{1}{-\sqrt{3}+\frac{2}{3}}$	b	$\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}+\frac{2}{3}}$	c	$\alpha=+\frac{1}{\sqrt{3}+\frac{2}{3}}$	d	$\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}-\frac{2}{3}}$

117- إن قيمة α ليكون الشعاعين $\vec{u}(\alpha,1,0)\vec{v}(\alpha,-4,0)$ متعامدين هي:

a	$\alpha=4$	b	$\alpha=-\sqrt{2}$	c	$\alpha=\sqrt{2}$	d	$\alpha=\pm 2$

118- بفرض أن الشعاعين $\vec{u}+\vec{v}$ و $\vec{u}-\vec{v}$ متعامدين فإن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$:

a	متعامدين	b	مختلفين بالطول	c	متوازيين	d	لهما نفس الطول

119- في معلم متجانس لدينا الشعاعين $\vec{v}(0,1,0)$, $\vec{u}(0,1,1)$ وبفرض θ الزاوية بين $\vec{u}$, $\vec{v}$ فإن θ تساوي:

a	$\frac{\pi}{6}$	b	$\frac{\pi}{4}$	c	$\frac{\pi}{3}$	d	$\frac{\pi}{2}$

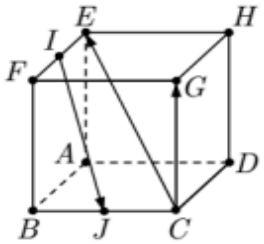
120- نتأمل في معلم: $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط الاتية:

$A(0,1,-1)$, $B(1,0,0)$, $C(-1,2,1)$, $D(0,1,2)$

عندئذٍ قيمة العددين α , β المحققين للشرط $\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AD}$:

a	$\alpha=-2\ ,\beta=4$	b	$\alpha=-1\ ,\beta=3$	c	$\alpha=-2\ ,\beta=1$	d	$\alpha=-1\ ,\beta=1$

في الشكل المجاور مكعب، $\boldsymbol{I}$ و $\boldsymbol{J}$ منتصفات $[\boldsymbol{EF}]$ و $[\boldsymbol{BC}]$ على الترتيب:



121- إن أحد الأشعة المساوية للشعاع $\boldsymbol{2(\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{IE})}$

a	$\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CG}$	b	$\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CG}$	c	$\overrightarrow{(GC)}+\overrightarrow{EC}$	d	$\overrightarrow{AJ}$

122- يمكن استنتاج أن:

a	$\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$	b	$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$
c	$\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$	d	$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$

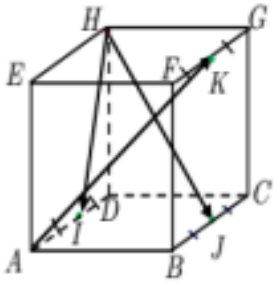
Natheer Tinawi

123- أي من العبارات الآتية صحيح:

a	النقاط I, j, C, E, G في مستوي واحد	b	المستقيم (IJ) يوازي المستوي (CEG)
c	النقاط C, E, J, I, G على استقامة واحدة	d	المستقيم (IJ) يقطع المستوي (CEG) في نقطة

لدينا $ABCDEFGH$ مكعب وفيه $\boldsymbol{I}$ و $\boldsymbol{J}$ و $\boldsymbol{K}$ منتصفات

الأضلاع $[\boldsymbol{AD}]$ و $[\boldsymbol{BC}]$ و$[\boldsymbol{FG}]$ على الترتيب، ونعرف على الشكل معلم متجانس $(\boldsymbol{D}, \overrightarrow{\boldsymbol{DA}}, \overrightarrow{\boldsymbol{DC}}, \overrightarrow{\boldsymbol{DH}})$:



124- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{AK}$:

a	$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{2}, 1, 1\right)$	b	$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right)$	c	$\overrightarrow{AK}\left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)$	d	$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{2}, 1, -1\right)$

125- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{HI}$:

a	$\overrightarrow{HI}\left(-\frac{1}{2}, 0, 1\right)$	b	$\overrightarrow{HI}\left(-\frac{1}{2}, 0, -1\right)$	c	$\overrightarrow{HI}\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right)$	d	$\overrightarrow{HI}\left(\frac{1}{2}, 0, -1\right)$

126- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{HJ}$:

a	$\overrightarrow{HJ}\left(\frac{1}{2}, -1, -1\right)$	b	$\overrightarrow{HJ}\left(-\frac{1}{2}, 1, -1\right)$	c	$\overrightarrow{HJ}\left(\frac{1}{2}, 1, -1\right)$	d	$\overrightarrow{HJ}\left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)$

127- إن العددين الحقيقيين α و β اللذان يحققان الشرط $\overrightarrow{\boldsymbol{AK}} = \boldsymbol{\alpha}\overrightarrow{\boldsymbol{HI}} + \boldsymbol{\beta}\overrightarrow{\boldsymbol{HJ}}$ يساويان:

a	$\alpha = 5\,, \beta = 1$	b	$\alpha = -2\,, \beta = 1$	c	$\alpha = -2\,, \beta = -\frac{1}{2}$	d	$\alpha = -4\,, \beta = 3$

128- هل الأشعة $\overrightarrow{\boldsymbol{AK}}, \overrightarrow{\boldsymbol{HI}}, \overrightarrow{\boldsymbol{HJ}}$ مرتبطة خطيا:

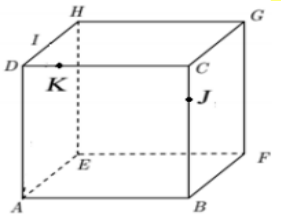
a	نعم	b	لا

129- هل المستقيم (AK) والمستوي (HIJ) متوازيان:

a	نعم	b	لا

لديك $\boldsymbol{ABCDEFGH}$ مكعب حيث K نقطة من CD : تحقق أن $\overrightarrow{\boldsymbol{DK}} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\boldsymbol{DC}}$

والنقطة $\boldsymbol{J} \in \boldsymbol{BC}$ بحيث $\overrightarrow{\boldsymbol{BJ}} = \frac{3}{4}\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}$ والمطلوب:



130- إن إحداثيات النقطة K هي:

a	$K\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right)$	b	$K(1,0,1)$	c	$K\left(\frac{1}{4}, 0, 1\right)$	d	$K\left(\frac{1}{4}, 0, 2\right)$

131- إن إحداثيات النقطة J:

a	$J\left(1,2,\frac{3}{4}\right)$	b	$J\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}\right)$	c	$J\left(1,0,\frac{1}{4}\right)$	d	$J\left(1,0,\frac{3}{4}\right)$

Natheer Tinawi

132- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{EJ}$:

a	$\overrightarrow{EJ}\left(1,1,\frac{3}{4}\right)$	b	$\overrightarrow{EJ}\left(1,-1,\frac{3}{4}\right)$	c	$\overrightarrow{EJ}\left(-1,-1,\frac{3}{4}\right)$	d	$\overrightarrow{EJ}\left(1,-1,\frac{1}{4}\right)$

133- إن مركبات الشعاع $\overrightarrow{EG}$:

a	$\overrightarrow{EG}(1,1,1)$	b	$\overrightarrow{EG}(1,0,1)$	c	$\overrightarrow{EG}(0,0,1)$	d	$\overrightarrow{EG}(1,0,0)$

134- إن العددين الحقيقيين α و β المحققان الشرط $\overrightarrow{HK}=\alpha\overrightarrow{EJ}+\beta\overrightarrow{EG}$ يساويان:

a	$\alpha=1\,,\beta=-\frac{1}{2}$	b	$\alpha=1\,,\beta=-\frac{5}{4}$
c	$\alpha=1\,,\beta=-\frac{3}{4}$	d	$\alpha=4\,,\beta=-\frac{3}{4}$

135- هل المستقيم (HK) والمستوي (EJG) متوازيان:

a	نعم	b	لا

ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه وليكن α عدداً حقيقياً و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$.

النقطتان E,F معرفتين بالعلاقتين: $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

136- إن النقطة E هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين:

a	$(C,1)$ و $(B,2)$	b	$(C,1)$ و $(A,2)$	c	$(D,1)$ و $(A,2)$	d	$(D,1)$ و $(A,2)$

137- إن النقطة F هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين:

a	$(C,1)$ و $(B,2)$	b	$(C,1)$ و $(A,2)$	c	$(D,1)$ و $(B,2)$	d	$(D,1)$ و $(A,2)$

138- إن النقطة H مركز أبعاد متناسبة لكل من:

a	$(A,2),(B,1),(C,2),(D,1)$	b	$(A,2),(B,2),(C,1),(D,1)$
c	$(A,1),(B,2),(C,1),(D,2)$	d	غير ذلك

139- هل النقاط I,J,H تقع على استقامة واحدة:

a	نعم	b	لا

لدينا $ABCD$ رباعي وجوه منتظم و P,Q,R,S نقاطاً تحقق: $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BR}=\frac{1}{5}\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{DS}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$.

140- إن النقطة P مركز أبعاد متناسبة للنقاط:

a	$(A,1)\,,(D,3)$	b	$(B,4)\,,(C,1)$	c	$(A,1)\,,(D,3)$	d	$(B,4)\,,(C,1)$

141- إن ثقل النقطة P يساوي:

a	6	b	4	c	5	d	7

142- إن النقطة Q مركز أبعاد متناسبة للنقاط:

a	$(A,2)\,,(D,3)$	b	$(A,1)\,,(D,3)$	c	$(B,3)\,,(C,1)$	d	$(B,4)\,,(C,1)$

143- إن ثقل النقطة Q يساوي:

a	6	b	4	c	5	d	7

Nathaer Tinawy

144- بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1),(C,1),(D,3),(B,4)$ فإن G:

a	G تقع على المستقيم (PQ)	b	G مسقط قائم على (PQ)
c	G لا تنتمي للمستقيم (PQ)	d	غير ذلك

145- هل G تقع على المستقيم (RS)؟

a	نعم	b	لا

146- المستقيمان (PQ) و (RS):

a	متخالفان	b	متوازيان	c	متقاطعان ولا يعينان مستوياً.	d	متقاطعان ويعينان مستوياً.

الحلول

1	A	41	B	81	C	121	B
2	B	42	A	82	A	122	C
3	D	43	A	83	C	123	B
4	C	44	B	84	B	124	A
5	A	45	B	85	B	125	D
6	D	46	B	86	A	126	C
7	D	47	A	87	A	127	B
8	C	48	B	88	C	128	A
9	B	49	A	89	A	129	A
10	C	50	A	90	B	130	C
11	C	51	B	91	C	131	D
12	B	52	B	92	B	132	B
13	C	53	C	93	C	133	B
14	D	54	C	94	A	134	C
15	D	55	B	95	C	135	A
16	A	56	C	96	B	136	C
17	A	57	B	97	A	137	A
18	B	58	A	98	B	138	B
19	A	59	C	99	A	139	A
20	B	60	A	100	C	140	B

C	141	A	101	C	61	B	21
B	142	B	102	B	62	B	22
B	143	D	103	B	63	B	23
A	144	B	104	A	64	B	24
A	145	C	105	C	65	D	25
D	146	A	106	A	66	A	26
-	147	D	107	C	67	C	27
-	148	A	108	C	68	B	28
-	149	A	109	C	69	A	29
-	150	C	110	C	70	D	30
-	151	B	111	C	71	A	31
-	152	D	112	B	72	B	32
-	153	A	113	B	73	A	33
-	154	A	114	D	74	B	34
-	155	C	115	A	75	A	35
-	156	B	116	A	76	C	36
-	157	D	117	B	77	C	37
-	158	D	118	C	78	D	38
-	159	B	119	B	79	C	39
-	160	D	120	A	80	A	40

قدماً نحو الأمام...

1- لديك $ABCDEFGH$ مكعب. فيه M نقطة تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ و N نقطة تحقق $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ عندئذٍ الشعاع $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ يساوي:

a	$\overrightarrow{AE}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$	b	$\overrightarrow{AE}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$	c	$\overrightarrow{AE}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$	d	$\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$

2- المجسم الناتج عن دوران مستطيل حول أحد أضلاعه دورة كاملة هو:

a	مجسم قطع مكافئ	b	أسطوانة	c	كرة	d	مخروط

3- المجسم الناتج عن دوران مثلث قائم حول أحد أضلاعه القائمة هو:

a	مجسم قطع مكافئ	b	أسطوانة	c	كرة	d	مخروط

4- الشعاع المناسب لملء الفراغ في العلاقة الآتية: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\cdots+\overrightarrow{CD}$ هو:

a	$\overrightarrow{DA}$	b	$\overrightarrow{DB}$	c	$\overrightarrow{DC}$	d	$\overrightarrow{AB}$

5- في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لديك النقطة $A(2,\sqrt{3},3)$ ، عندئذٍ إحداثيات النقطة P مسقط A على المستوي (Oxy) هي :

a	$(2,0,3)$	b	$(0,0,3)$	c	$(0,\sqrt{3},3)$	d	$(2,\sqrt{3},0)$

6- في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لديك النقطة $A(2,\sqrt{3},3)$ ، عندئذٍ إحداثيات النقطة Q مسقط A على المحور (Ox) هي:

a	$(0,\sqrt{3},3)$	b	$(2,0,0)$	c	$(1,0,0)$	d	$(\sqrt{2},0,0)$

7- في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. A,B,C ثلاثة نقاط لا تقع على استقامة واحدة. إن مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للشرط:

$$\overrightarrow{BM}=\alpha\overrightarrow{BA}+\beta\overrightarrow{BC}$$

تمثل:

a	المستقيم (AC)	b	المستقيم (BC)	c	كرة مركزها B	d	المستوي (ABC)

8- ليكن α عدداً حقيقياً. ولنتأمل في معلم متجانس النقاط $A(3,1,-3)$, $B(-1,5,-3)$, $C(-1,1,\alpha)$ عندئذٍ قيمة α التي تجعل المثلث ABC قائماً في C

a	3	b	-3	c	2	d	0

9- بفرض A,M نقطتان من الفراغ ويحققان أن $AM^2=16+(x-3)^2$ عندئذٍ تكون قيمة x التي يكون عندها AM أصغر ما يمكن:

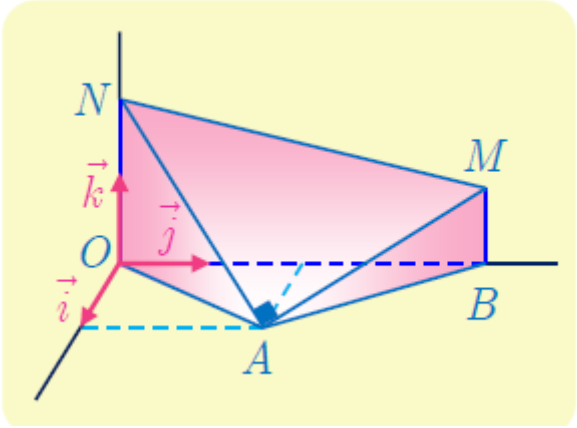
a	4	b	16	c	3	d	-3

10- بفرض A,M نقطتان من الفراغ ويحققان أن $AM^2=25+(z+2)^2$ فإن أصغر قيمة لـ AM هي:

a	-2	b	-5	c	5	d	25

Natheer Tinawy

11- في الشكل المجاور $A(\sqrt{3},3,0)\,,B(0,6,0),M(0,6,2)\ ,N(0,0,3)$ فإن حجم رباعي الوجوه $A-OBMN$ يساوي :



$\frac{5}{2}\sqrt{3}$	d	$\frac{3}{2}\sqrt{5}$	c	$5\sqrt{3}$	b	$3\sqrt{5}$	a

12- بفرض G مركز ثقل المثلث ABC ولتكن ε مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للشرط $\left|\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|\right|=\left|\left|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right|\right|$ عندئذٍ ε تمثل:

a	كرة مركزها G ونصف قطرها AG	b	كرة مركزها G ونصف قطرها 3
c	كرة مركزها A ونصف قطرها AG	d	كرة مركزها G ونصف قطرها 1

13- بفرض $A(2,-1,2)$ و B نظيرة A بالنسبة للمبدأ ولنقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار

$$f(M)=AM^2+BM^2$$

ولنرمز بالرمز ε إلى مجموعة النقاط M المحققة للشرط $f(M)=k$ عندئذٍ الشرط الواجب أن يحققه العدد الحقيقي k لتمثل مجموعة النقاط ε كرة مركزها المبدأ هو:

$k\geq 9$	d	$k\geq 18$	c	$k>9$	b	$k>18$	a

14- ليكن $\vec{u},\vec{v}$ شعاعين في الفراغ. نرمز بالزاوية الموجهة التي تنقل الشعاع $\vec{u}$ إلى $\vec{v}$ بالرمز $(\vec{u},\vec{v})$ عندئذٍ قيمة $\sin^2(\vec{u},\vec{v})$ تساوي:d

a	$\frac{\left\|\left|\vec{u}\right\|\right|^2\left\|\left|\vec{v}\right\|\right|^2-(\vec{u}.\vec{v})^2}{\left\|\left|\vec{u}\right\|\right|^2\left\|\left|\vec{v}\right\|\right|^2}$	b	$\frac{\vec{u}.\vec{v}}{\left\|\left|\vec{u}\right\|\right|^2\left\|\left|\vec{v}\right\|\right|^2}$
c	$\frac{\left\|\left|u\right\|\right|\left\|\left|v\right\|\right|-\vec{u}.\vec{v}}{\left\|\left|\vec{u}\right\|\right|\left\|\left|\vec{v}\right\|\right|}$	d	$\frac{\vec{u}.\vec{v}}{\left\|\left|\vec{u}\right\|\right|\left\|\left|\vec{v}\right\|\right|}$

15- $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه a عندئذ يكون $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ يساوي:

0	d	$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$	c	a^2	b	$\frac{a^2}{2}$	a

16- مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ المحققة للشرط $\left|\left|A\vec{M}\right|\right|=\left|\left|B\vec{M}\right|\right|$ هي:

كرة قطرها $[AB]$	d	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$	c	محور القطعة المستقيمة $[AB]$	b	كرة مركزها A ونصف قطرها AB	a

17- مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ المحققة للشرط $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$

a	المستوي المار من A وناظمه $\overrightarrow{AB}$	b	المستوي المار من B وناظمه $\overrightarrow{AB}$	c	الكرة التي قطرها $[AB]$	d	الكرة التي مركزها A وتمر من B

18- مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ المحققة للشرط: $\left\|\overrightarrow{AM}\right\| = \left\|\overrightarrow{CD}\right\|$

a	المستوي المحوري للقطعة $[CD]$	b	الكرة التي مركزها A وتمر من النقطتين C, D	c	الكرة التي مركزها A ونصف قطرها CD	d	الكرة التي قطرها $[CD]$

19- إذا كان $\vec{u}+\vec{v}$ و $\vec{u}-\vec{v}$ متعامدين عندئذٍ يمكن استنتاج أن:

a	$\vec{u}=\vec{v}$	b	$\vec{u}\perp\vec{v}$	c	$\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|$	d	$\vec{u}.\vec{v}=0$

20- معادلة المستوي المار من النقاط $A(3,0,0), B(0,2,0), C(0,0,1)$ هي:

a	$2x+3y+6z=6$	b	$2x+3y+6z=1$	c	$2x+3y+6z=0$	d	$3x+2y+z=0$

21- $ABCD$ مربع طول حرفه 2 . النقطتان I و J منتصفي الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب عندئذٍ يكون الجداء $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{DJ}$ يساوي: (لازم يطلع 5)

a	0	b	2	c	4	d	16

22- نتأمل في معلم متجانس المستويين:

$$P: x-2y+3z-5=0$$
$$Q: x+y+z+1=0$$

فإذا علمت أن المستويين P, Q متقاطعان في فصل مشترك d . عندئذ يكون d مجموعة النقاط M التي لها الشكل:

a	$M\left(\frac{5}{3}z-1, \frac{2}{3}z-2, z\right)$	b	$M\left(-\frac{5}{3}z+1, \frac{2}{3}z+2, z\right)$
c	$M\left(\frac{5}{3}z, \frac{2}{3}z-3, z\right)$	d	$M\left(-\frac{5}{3}z+1, \frac{2}{3}z-2, z\right)$

23- إذا علمت أن مجموعة النقاط $M\left(2z-4, \frac{3}{4}z-1, z\right)$ تمثل مستقيماً، فإن أحد أشعة توجيه هذا المستقيم:

a	$\vec{u}\left(2, \frac{3}{4}, 1\right)$	b	$\vec{u}(0,-1,0)$	c	$\vec{u}(-4,-1,0)$	d	$\vec{u}\left(2, \frac{4}{3}, 1\right)$

24- نتأمل نقطتين متمايزتين في الفراغ A, B ونضع $r=\frac{1}{2}AB$ ونفرض I منتصف $[AB]$ عندئذ $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ يساوي:

a	MI^2-r^2	b	$MI-r$	c	MI^2+r^2	d	MI^2

25- بفرض P_1, P_2, P_3 المستويات المحورية للقطع المستقيمة $[AB], [BC], [CD]$ على الترتيب. فإذا تقاطعت هذه المستويات في نقطة وحيدة Ω عندئذ يمكن القول أن:

a	النقاط A, B, C, D, Ω في مستوي واحد	b	النقاط A, B, C, D تقع على كرة واحدة مركزها Ω
c	النقاط A, B, C, D, Ω تقع على مستقيم واحد	d	النقاط A, B, C, D, Ω تقع على كرة واحدة مركزها المبدأ

26- جملة ثلاث معادلات خطية:

Natheer Tinawi

$$x+y+z=3$$
$$2x+3y-z=4$$
$$3x-y-z=1$$

تكافئ:

a	$x+y+z=3$ $y-3z=4$ $-4y-4z=1$	b	$x+y+z=3$ $y+3z=-2$ $-4y-4z=-8$
c	$x+y+z=3$ $y-3z=-2$ $-4y-4z=-8$	d	$x+y+z=3$ $y+3z=-2$ $4y+4z=-8$

27- المستوي المحوري للنقطتين $A(2,-3,1), B(2,1,3)$ يمر من النقطة:

a	$(0,1,1)$.	b	مبدأ الإحداثيات.	c	$(-2,1,2)$.	d	$(0,2,2)$

28- إذا كان $3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AM}=\vec{0}$ فإن

a	A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(M,1)$ $(C,-4)$ $(B,3)$	b	A مركز أبعاد متناسبة $(M,-1)$ $(C,4)$ $(B,-3)$.	c	M مركز أبعاد متناسبة $(B,3)$ $(C,-4)$ $(A,1)$.	d	M مركز أبعاد متناسبة $(B,3)$ $(C,-4)$.

29- P مستوٍ يمس الكرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{3}$ فإن معادلة المستوي P الممكنة هي:

a	$x-y+z+1=0$	b	$x-y+z+2=0$.	c	$x-y+z+3=0$.	d	$x-y+z+4=0$

30- طول العمود المرسوم من المبدأ على المستوي P يساوي7 وشعاع توجيه هذا المستقيم العمود هو $\vec{u}(-3,2,6)$ فإن معادلة P هي:

a	$-3x+2y+6z-7=0$	b	$-3x+2y+6z+7=0$
c	$-3x+2y+6z+49=0$	d	$-3x+2y-6z-49=0$

31- معادلة المستوي المار من النقطة $A(2,3,-1)$ يوازي المستوي $3x-4y+7z=0$ هي:

a	$x-y-z=0$	b	$3x-4y+7z+13=0$	c	$3x-4y-7z-1=0$	d	$3x-4y-7z=0$

32- إذا كان المستويان $3x-y+2z+3=0$ و $Kx-4y+z-5=0$ متعامدان فإن K تساوي:

a	2	b	-2	c	3	d	-3

33- المستقيمان $d:\begin{cases}x=2+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}$, $d':\begin{cases}x=2+2t\\y=5t\\z=5-t\end{cases}$ بحيث $t\in R$

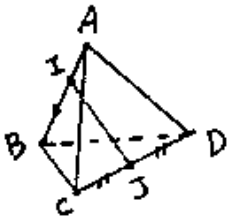
a	متوازيان	b	متخالفان	c	متخالفان متعامدان	d	متقاطعان

34- النقطة C من محور التراتيب وتبعد نفس البعد عن كل من $A(2,-1,3)$ و$B(0,5,-1)$

a	$(0,0,1)$	b	$(1,0,0)$	c	$(0,0,-1)$	d	$(0,1,0)$

Northeer Tinawy

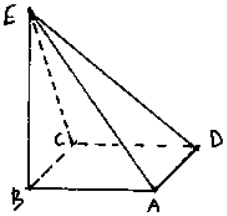
35- في رباعي الوجوه $ABCD$:



G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(D,1),(C,1),(B,1),(A,2)$ يحقق:

a	G منتصف $[IJ]$	b	G مركز ثقل رباعي الوجوه	c	$\overrightarrow{IG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IJ}$	d	$\overrightarrow{JG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IG}$

- **هرم قاعدته المربع $ABCD$ ورأسه E $AB=4$ وارتفاع الهرم $BE=4\sqrt{2}$**



أجب عن الأسئلة (48-49-50).

36- حجم الهرم $EABC$ يساوي:

a	$\frac{32\sqrt{3}}{2}$	b	$\frac{64\sqrt{2}}{3}$	c	$\frac{32\sqrt{2}}{3}$	d	$\frac{23\sqrt{2}}{3}$

37- في المعلم المتجانس $(B;\frac{1}{4}\overrightarrow{BA},\frac{1}{4}\overrightarrow{BC},\frac{1}{4\sqrt{2}}\overrightarrow{BE})$ ان إحداثيات G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(C,3),(D,2),(A,1)$ هي:

a	$\left(\frac{4}{6},2\sqrt{2},2\right)$	b	$(2,6,6\sqrt{2})$	c	$\left(\frac{2}{3},2,2\sqrt{2}\right)$	d	$(\frac{2,10}{3},0)$

38- معادلة الكرة التي مركزها E وتمس المستوي $(ABCD)$ هي:

a	$x^2+y^2+z^2+8\sqrt{2}z=32$	b	$x^2+y^2+z^2-8\sqrt{2}=32$
c	$x^2+y^2+z^2-8\sqrt{2}=0$	d	$x^2+y^2+z^2-8\sqrt{2}z=0$

39- في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,1,2)$, $B(-2,0,2)$، إن معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي:

a	$8x+2y-1=0$	b	$8x+2y+1=0$	c	$4x+y-1=0$	d	$4x+y-z=0$

40- في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل المخروط الذي معادلته $\begin{cases}x^2+y^2-\frac{4}{25}z^2=0\\0\le z\le 5\end{cases}$ فإن النقطة التي تقع على المخروط هي:

a	$Q(2,0,5)$	b	$S(1,1,3)$	c	$R(-2,1,-1)$	d	$N(2,2\sqrt{3},10)$

41- في معلمٍ متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ تكون مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ من الفراغ المحققة للمعادلة $x^2+y^2+z^2-4x+4=0$ هي:

a	مجموعة خالية	b	كرة	c	نقطة	d	مستوي

- **في معلمٍ متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0),B(0,2,0),C(1,0,1)$ أجب عن الأسئلة (41-42-43-44):**

42- المثلث ABC:

a	متساوي الأضلاع	b	متساوي الساقين	c	قائم الزاوية	d	مختلف الأضلاع

43- إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC هي:

$(2,1,1)$	d	$\left(1,3,\frac{1}{2}\right)$	c	$\left(\frac{2}{3},1,\frac{1}{3}\right)$	b	$(2,3,1)$	a

44- أي من الأشعة الآتية هو ناظمٌ على المستوي (ABC) :

$\vec{n}(1,1,-1)$	d	$\vec{n}(1,-1,1)$	c	$\vec{n}(-1,1,1)$	b	$\vec{n}(1,1,1)$	a

45- معادلة المستوي (ABC) هي:

$x+y-z+2=0$	d	$x-y+z+2=0$	c	$-x+y+z+2=0$	b	$x+y+z-2=0$	a

46- في معلمٍ متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,3,0), B(3,2,1), C(a,b,2)$. إن قيمتي a, b اللتان تجعلان A, B, C على استقامة واحدة هي

$a=0\,,b=1$	d	$a=4\,,b=1$	c	$a=1\,,b=-1$	b	a = 5 , b = 5	a

47- في معلمٍ متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا $||\vec{u}||=5$ و $||\vec{v}||=3$ و $\vec{u}.\vec{v}=2$ فإن $(\vec{u}+\vec{v})^2$ يستوي:

0	d	38	c	64	b	34	a

الحلول

D	33	A	17	D	1
D	34	C	18	A	2
C	35	C	19	D	3
B	36	B	20	B	4
D	37	C	21	D	5
D	38	D	22	B	6
A	39	A	23	D	7
A	40	A	24	B	8
C	41	B	25	C	9
B	42	C	26	D	10
B	43	B	27	B	11
A	44	A	28	A	12
A	45	C	29	A	13
C	46	C	30	A	14
C	47	B	31	B	15
-	48	B	32	C	16

الجزء الثاني	الوحدة الثانية	الأعداد العقدية

1- ليكن لدينا الاعداد العقدية: $Z_1 = 2 + 4i \, , Z_2 = 3 - i \, , Z_3 = -\frac{5}{2}i$ اوجد ما ان مرافق Z_1 :

a	$\bar{Z}_1 = 2 + 4i$	b	$\bar{Z}_1 = -2 - 4i$	c	$\bar{Z}_1 = -2 + 4i$	d	$\bar{Z}_1 = 2 - 4i$

2- $Z_3 = ?$:

a	$\bar{Z}_3 = \frac{2}{5}i$	b	$\bar{Z}_3 = \frac{5}{2}i$	c	$\bar{Z}_3 = -\frac{5}{2}i$	d	$\bar{Z}_3 = -\frac{2}{5}i$

3- $Z_1 + Z_2 = ?$:

a	$5 + 3i$	b	$-5 - 3i$	c	$-5 + 3i$	d	$5 - 3i$

4- $Z_3 - Z_1 = ?$:

a	$-2 - \frac{13}{2}i$	b	$-2 + \frac{13}{2}i$	c	$2 - \frac{13}{2}i$	d	$2 + \frac{13}{2}i$

5- $Z_1 . Z_2 = ?$:

a	$-10 + 10i$	b	$10 - 10i$	c	$10 + 10i$	d	$-10 - 10i$

6- $Re(Z_3) = ?$

a	$-\frac{2}{5}$	b	0	c	1	d	$-\frac{5}{2}$

7- $Im(Z_2) = ?$:

a	-3	b	-1	c	3	d	1

8- $Z_1^2 = ?$:

a	$-12 + 16i$	b	$-12 + 8i$	c	$12 - 16i$	d	$12 + 8i$

ليكن لدينا العددان العقديان: $Z_1 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \, , Z_2 = 3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ اوجد:

9- $|Z_1| = ?$:

a	$\lvert Z_1\rvert = 2$	b	$\lvert Z_1\rvert = 0$	c	$\lvert Z_1\rvert = 1$	d	غير ذلك

10- $|Z_2| = ?$:

a	$\lvert Z_2\rvert = 1$	b	$\lvert Z_2\rvert = -3$	c	$\lvert Z_2\rvert = 3$	d	$\lvert Z_2\rvert = 2$

11- $\bar{Z}_1 = ?$:

a	$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	b	$-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$	c	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$	d	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

12- $\bar{Z}_2 = ?$:

a	$-3\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$	b	$3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$	c	$3\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$	d	غير ذلك

Natheer Tinawi

-13 $\arg(Z_2) = ?$:

$\frac{3\pi}{4}$	d	$-\frac{\pi}{4}$	c	$\frac{\pi}{4}$	b	$-\frac{3\pi}{4}$	a

-14 $(Z_1)^7 = ?$:

$\cos\left(\frac{\pi}{21}\right) + isin\left(\frac{\pi}{21}\right)$	d	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$	c	$7(\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{3}\right))$	b	$\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$	a

-15 $(Z_2)^2 = ?$:

$27\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{3\pi}{12}\right)\right)$	b	$27\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + isin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$	a
$27\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + isin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$	d	$9\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + isin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$	c

-16 $Z_1 . Z_2 = ?$:

$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{\pi}{12}\right)$	b	$3\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$	a
$3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$	d	$3\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	c

-17 $\frac{Z_1}{Z_2} = ?$:

$\frac{1}{3}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	b	$-\frac{1}{3}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	a
$\frac{1}{3}(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{7\pi}{12}\right))$	d	$-\frac{1}{3}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	c

-18 $\frac{Z_2}{Z_1} = ?$:

$3\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	b	$-3\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	a
$-3\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	d	$3\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + isin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$	c

اكتب بالشكل الجبري:

-19 $Z = \frac{1}{2-i}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$	d	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$	c	$\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$	b	$-\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$	a

-20 $Z = (1+i)e^{i\frac{\pi}{4}}$

$2 - 2i$	d	$\sqrt{2}i$	c	$\sqrt{2} + \sqrt{2}i$	b	$2 + 2i$	a

اكتب بالشكل المثلثي:

-21 $Z = \sqrt{3} - 3$

غير ذلك	d	$(3-\sqrt{3})(\cos\pi + isin\pi)$	c	$\sqrt{3}\cos(\pi) + isin(\pi)$	b	$3\cos(\pi) + isin(\pi)$	a

Natheer Tinawi

-22 $Z=-2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

a	$2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)$	b	$2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$
c	$2\left(\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right)$	d	$2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$

-23 $Z=\left(\frac{3i-1}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}\right)$

a	$\cos(2\pi)+i\sin(2\pi)$	b	$\cos(3\pi)+i\sin(3\pi)$
c	$\cos(\pi)+i\sin(\pi)$	d	$(a\ ,C)$

اكتب بالشكل الاسي كلا مما يأتي:

-24 $Z=(1-\sqrt{2})\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$

a	$(\sqrt{2}-1)e^{i\frac{4\pi}{3}}$	b	$(\sqrt{2}-\sqrt{3})e^{i\frac{4\pi}{3}}$
c	$(1-\sqrt{2})e^{i\frac{4\pi}{3}}$	d	$(\sqrt{2}+1)e^{i\frac{4\pi}{3}}$

-25 $Z=\left(\frac{\sqrt{3}-i}{i}\right)^5$

a	$32e^{-i\frac{4\pi}{3}}$	b	$32e^{i\frac{4\pi}{3}}$	c	$32e^{i\frac{5\pi}{3}}$	d	$32e^{i\frac{6\pi}{4}}$

-26 $Z=\left(1+\sqrt{3}i\right)^4 e^{i\frac{4\pi}{3}}$

a	$16e^{i\frac{2\pi}{3}}$	b	$16e^{i\frac{8\pi}{3}}$	c	$16e^{i\frac{5\pi}{3}}$	d	$(a\ ,b)$

إن العبارة الآتية بالشكل الجبري:

-27 $Z=(1+i)^{2016}$

a	$Z=-2^{1008}$	b	$Z=2i^{1008}$	c	$Z=2^{1008}$	d	$(a\ ,b)$

إن العبارة الآتية بالشكل المثلثي:

-28 $Z=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right).2(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4})$

a	$12\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	b	$2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
c	$2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$	d	$2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

حل في C كل من المعادلات الاتية:

-29 $3Z-2=6Z+1$

a	1	b	3	c	-1	d	2

-30 $2Z+i\bar{Z}=5+4i$

a	$3+i$	b	$3-i$	c	$2+i$	d	$2-i$

-31 $\frac{\bar{z}-3}{\bar{z}+3}=i$

a	$-3i$	b	$-4i$	c	3	d	$3i$

Natheer Thnayy

-32 $7Z^2 = -3iZ$

$\begin{cases} 0 \\ -\frac{7}{3}i \end{cases}$	d	$\begin{cases} 0 \\ \frac{3}{7}i \end{cases}$	c	$\begin{cases} 3 \\ -\frac{2}{7}i \end{cases}$	b	$\begin{cases} 0 \\ -\frac{3}{7}i \end{cases}$	a

-33 $-7\bar{Z} = -7 + 7i$

$-1 - i$	d	$1 + i$	c	$1 - i$	b	$7 + 7i$	a

-34 $4Z^2 - 100 = 0$

$\begin{cases} 26 \\ -26 \end{cases}$	d	$\begin{cases} 5 \\ -5 \end{cases}$	c	$\begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases}$	b	$\begin{cases} 25 \\ -25 \end{cases}$	a

-35 $Z^2 - 5 = 12i$

$\begin{cases} -3 - 2i \\ 3 - 2i \end{cases}$	d	$\begin{cases} 3 + 2i \\ -3 - 2i \end{cases}$	c	$\begin{cases} 3 + 2i \\ 3 - 2i \end{cases}$	b	$\begin{cases} -3 + 2i \\ 3 + 2i \end{cases}$	a

-36 $iZ^2 + Z + 3 + i = 0$

$\begin{cases} 1 - i \\ -2 + i \end{cases}$	d	$\begin{cases} -1 - i \\ 1 + 2i \end{cases}$	c	$\begin{cases} -1 - i \\ 2 - i \end{cases}$	b	$\begin{cases} 1 - i \\ 1 + 2i \end{cases}$	a

-37 $Z^2 - (1 + \sqrt{3})Z + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2}{3}$	d	$1 + \sqrt{3}$	c	$\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$	b	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$	a

-38 $(Z - 1 - i)(Z^2 - 2Z + 4) = 0$

$\begin{cases} 1 - i \\ 1 - \sqrt{3}i \\ 1 + \sqrt{3}i \end{cases}$	d	$\begin{cases} 1 + i \\ 1 - \sqrt{3}i \\ 1 + \sqrt{3}i \end{cases}$	c	$\begin{cases} 1 + i \\ -1 - \sqrt{3}i \\ -1 + \sqrt{3}i \end{cases}$	b	$\begin{cases} 1 + i \\ -1 - \sqrt{3}i \\ 1 + \sqrt{3}i \end{cases}$	a

-39 $(2 - Z - Z^2)^3 = 0$

$\begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$	d	$\begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$	c	$\begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$	b	$\begin{cases} -2 \\ -3 \end{cases}$	a

-40 $Z^3 = 27i$

$\begin{cases} 3e^{i\frac{\pi}{6}} \\ 3e^{-i\frac{5\pi}{6}} \\ 3e^{i\frac{3\pi}{2}} \end{cases}$	d	$\begin{cases} 3e^{-i\frac{\pi}{6}} \\ 3e^{-i\frac{5\pi}{6}} \\ 3e^{-i\frac{3\pi}{2}} \end{cases}$	c	$\begin{cases} 3e^{i\frac{\pi}{6}} \\ 3e^{-i\frac{5\pi}{6}} \\ 3e^{i\frac{3\pi}{2}} \end{cases}$	b	$\begin{cases} 3e^{-i\frac{\pi}{6}} \\ 3e^{i\frac{5\pi}{6}} \\ 3e^{-i\frac{3\pi}{2}} \end{cases}$	a

41-ليكن u عددا عقديا لا يساوي الواحد وطويلته تساوي الواحد ان العدد $W = \frac{Z - u\bar{Z}}{i - iu}$

غير ذلك	d	حقيقي بحت	c	تخيلي بحت	b	حقيقي	a

42-ان المقدار $|Z - Z'|^2 + Z'\bar{Z} + Z\,\bar{Z}'$

$\|Z\|^2 + \|Z'\|^2$ $- Z'\bar{Z}$	d	$\|Z'\|^2 - \|Z\|^2$	c	$\|Z\|^2 + \|Z'\|^2$	b	$\|Z\|^2 - \|Z'\|^2$	a

43-ان طويلة العدد $Z = \sin\theta + i\cos\theta$ يساوي

4	d	1	c	12	b	2	a

44- ان زاوية العدد $Z = \cos\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي

$\frac{\pi}{12}$	d	$\frac{\pi}{6}$	c	$\frac{\pi}{3}$	b	$\frac{\pi}{4}$	a

45-ان طويلة العدد $Z = \cos\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي

2	d	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	c	$\sqrt{2}$	b	1	a

Natheer Mouwaq

46- بفرض w, z عددين عقدين طويلة كل منهما تساوي الواحد ويحققان ان $z.w \neq -1$ فان:

$$Z = \frac{z+w}{zw+1}$$

فان Z :

a	حقيقي	b	تخيلي	c	تخيلي بحت	d	غير ذلك

47- إن المقدر $P(z) = 5z^3 - 3z^2 - z - 1 = 0$ يكتب بالشكل:

a	$P(z) = (z-1)(5z^2+2z+1)$	b	$P(z) = (z-1)(5z^2-2z+1)$
c	$P(z) = (z+1)(5z^2+2z+1)$	d	$P(z) = (z+1)(5z^2+2z+3)$

48- إن حلول المعادلة $P(z) = 0$ هي:

a	$\left\{1, -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i, -\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i\right\}$	b	$\{1\}$
c	$\left\{1, -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i, -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i\right\}$	d	$\left\{1, \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i, -\frac{1}{10} + \frac{2}{5}i\right\}$

49- ليكن المقدار $P(z) = 2z^3 - 5z^2 + 3z - 2 = 0$, إن $P(2)$ يساوي:

a	$-2i$	b	i	c	1	d	0

50- إن $P(z)$ يكتب بالشكل:

a	$(z-2)(2z^2-z+1)$	b	$(z-2)(2z^2-z-1)$
c	$(z+2)(2z^2+z+1)$	d	$(z+2)(2z^2-z+1)$

51- إن عدد حلول المعادلة $P(z) = 0$ هو:

a	3	b	2	c	1	d	مستحيلة الحل

Natheer Tinawi

الحلول

A	46	A	31	A	16	D	1
A	47	A	32	B	17	B	2
C	48	C	33	C	18	A	3
D	49	C	34	B	19	A	4
A	50	C	35	C	20	C	5
A	51	C	36	C	21	B	6
-	52	B	37	D	22	B	7
-	53	C	38	A	23	A	8
-	54	B	39	A	24	C	9
-	55	B	40	A	25	C	10
-	56	B	41	D	26	A	11
-	57	B	42	C	27	C	12
-	58	C	43	C	28	C	13
-	59	A	44	C	29	A	14
-	60	C	45	C	30	D	15

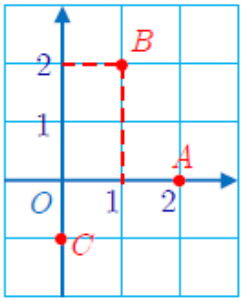
Natheer Tawil

قدماً نحو الأمام...

1- إذا كان $z = a + ib$ فإن الشكل الجبري للعدد $\frac{1}{z}$ هو:

a	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}i$	b	$\frac{a}{a^2+b^2} + i\frac{b}{a^2+b^2}$
c	$\frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2}$	d	$\frac{a}{a^2-b^2} - i\frac{b}{a^2-b^2}$

- **ليكن x عدداً عقدياً تمثله النقطة M في المستوي وليكن $z = 2 + x(1+i)$**



أجب عن الأسئلة:

2- إن الشكل الجبري للعدد z في حالة $M = A$ يساوي:

a	$z = 3$	b	$z = 2$	c	$z = 6 + i$	d	$z = 2 - i$

3- إن الشكل الجبري للعدد z في حالة M = B يساوي:

a	$z = 3 + 2i$	b	$z = -3 - 2i$	c	$z = -3 + 2i$	d	$z = 3 - 2i$

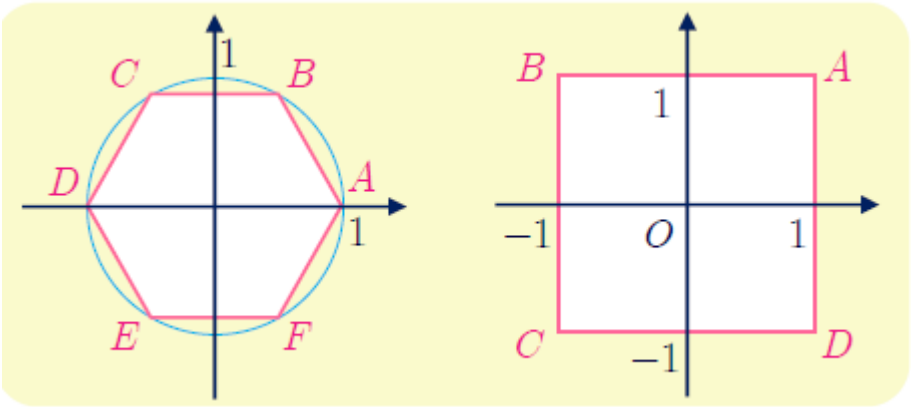
4- إن الشكل الجبري للعدد z في حالة M = C يساوي:

a	$z = 1 + i$	b	$z = -3 - 2i$	c	$z = 6 + i$	d	$z = 1 - i$

5- الشكل الجبري للعدد $Z = \frac{\sqrt{2}+i}{\sqrt{2}-i} + \frac{\sqrt{2}-i}{\sqrt{2}+i}$ هو:

a	$z = \frac{2}{3} - 3i$	b	$z = \frac{2}{3}$	c	$z = \frac{2}{3}i$	d	$z = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}i$

- **في الشكل المجاور $ABCD$ مربع و ABCDEF مسدس منتظم تمر من رؤوسه دائرة نصف قطرها 1**



<u>والمطلوب:</u>

6- العدد العقدي الممثل للنقطة A في المربع

Natheer Tinawi

$Z_A = i$	d	$Z_A = 1 - i$	c	$Z_A = 1 + i$	b	$Z_A = 1$	a

7- العدد العقدي الممثل للنقطة B في المربع

$Z_B = 1 - i$	d	$Z_B = -1 + i$	c	$Z_B = 1 + i$	b	$Z_B = -1 - i$	a

8- العدد العقدي الممثل للنقطة C في المربع

$Z_C = -1 + i$	d	$Z_C = 1 - i$	c	$Z_C = 1$	b	$Z_C = -1 - i$	a

9- العدد العقدي الممثل للنقطة D في المربع

$Z_D = 1 - i$	d	$Z_D = 1 + i$	c	$Z_D = i$	b	$Z_D = 1$	a

10-العدد العقدي الممثل للنقطة A في المسدس

$Z_A = 1 - i$	d	$Z_A = 1 + i$	c	$Z_A = 1$	b	$Z_A = -1$	a

11-العدد العقدي الممثل للنقطة B في المسدس

$Z_B = e^{i\frac{\pi}{2}}$	d	$Z_B = e^{i\frac{\pi}{3}}$	c	$Z_B = e^{i\frac{\pi}{4}}$	b	$Z_B = e^{i\frac{\pi}{6}}$	a

12-العدد العقدي الممثل للنقطة C في المسدس

$Z_C = e^{i\frac{4\pi}{3}}$	d	$Z_C = e^{i\frac{2\pi}{}}$	c	$Z_C = e^{i\frac{\pi}{3}}$	b	$Z_C = e^{i\frac{2\pi}{3}}$	a

13-العدد العقدي الممثل للنقطة D في المسدس

$Z_D = e^{i\pi}$	d	$Z_D = e^{\frac{i\pi}{2}}$	c	$Z_D = e^{\frac{i\pi}{3}}$	b	$Z_D = e^{\frac{i\pi}{4}}$	a

14-العدد العقدي الممثل للنقطة E في المسدس

$Z_E = e^{i\frac{\pi}{3}}$	d	$Z_E = e^{i\frac{4\pi}{3}}$	c	$Z_E = e^{i\frac{2\pi}{3}}$	b	$Z_E = e^{i\frac{8\pi}{3}}$	a

15-مجموعة النقاط $M(z)$ المحققة للشرط $\arg(-iz) = -\frac{\pi}{3}$:

تمثل مستوي محوري لقطعة مستقيمة	d	تمثل مستقيم يصنع زاوية $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل	c	تمثل نصف المستقيم الذي يصنع زاوية $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل محذوف منه المبدأ	b	تمثل دائرة	a

16-مجموعة النقاط M(z) المحققة للشرط $|2z - 4| = |2z - 4 + 6i|$:

تمثل دائرة	d	تمثل مستقيم يصنع زاوية $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل	c	تمثل محور لقطعة مستقيمة	b	تمثل نصف المستقيم الذي يصنع زاوية $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل محذوف منه المبدأ	a

Natheer Tinawi

17-مجموعة النقاط $M(z)$ المحققة للشرط $\mathrm{Re}(2+\mathrm{i}+\mathrm{z})=4$ تمثل

a	نقطة إحداثياتها $(1,4)$	b	$x=2$ المستقيم الشاقولي	c	$y=2$ المستقيم الأفقي	d	دائرة نصف قطرها 4

18-أي من الزوايا الآتية يكافئ الزاوية $-\frac{25\pi}{14}$

a	$\frac{4\pi}{14}$	b	$\frac{5\pi}{14}$	c	$\frac{3\pi}{14}$	d	$\frac{10\pi}{14}$

19-أي من الزوايا الآتية يكافئ الزاوية $\frac{7\pi}{6}$

a	$\frac{4\pi}{6}$	b	$-\frac{5\pi}{6}$	c	$\frac{5\pi}{6}$	d	$\frac{\pi}{6}$

20-العدد $(1+i)^{2016}$

a	طويلته تساوي $\sqrt{2}$	b	طويلته تساوي الواحد	c	تخيلي بحت	d	حقيقي

21-إن $\arg\left(\frac{b-a}{c-a}\right)$ تساوي:

a	$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})$	b	$(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$	c	$(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AB})$	d	$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

22-إذا كان $Z=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{\frac{i\pi}{3}}$ فأي من الخواص الآتية صحيحة

a	$\lvert Z\rvert=\sqrt{2}$	b	$Z=\bar{Z}$	c	$Z=e^{-\frac{\pi}{12}i}$	d	$Z=e^{\frac{i13\pi}{12}}$

23-بفرض $Z'=e^{ib}$,$Z=e^{ia}$ بكتابة الجداء ZZ' بطريقتين مختلفتين يمكن استنتاج أن:

a	$\cos(a+b)=cosa\,sinb+cosb\,sina$	b	$Cos(a+b)=cosa\,cosb-sina\,sinb$
c	$\cos(a+b)=cosa\,cosb+sina\,sinb$	d	$\cos(a+b)=sina\,sinb+sina\,sinb$

24-العدد $Z=\frac{1+cosx-isinx}{1+cosx+isinx}$ يساوي:

a	$\frac{1}{1+e^{-ix}}$	b	$\frac{1}{1+e^{ix}}$	c	e^{-ix}	d	e^{ix}

25-ليكن $a=\alpha+i\beta$ عدداً عقدياً معطى وليكن $z=x+iy$ عدداً عقدياً يحقق أن:

$$z^2-a^2=\bar{z}^2-\bar{a}^2$$

عندئذٍ قيمة x.y تساوي:

a	$\alpha+\beta$	b	$\alpha\beta$	c	$\frac{\alpha}{\beta}$	d	$\frac{\beta}{\alpha}$

26-بفرض $t=\frac{e^{2\theta}-1}{e^{2\theta}+1}$ عندئذٍ t تساوي:

a	$\cot\theta$	b	i tanθ	c	tanθ	d	i cotθ

27-بفرض z_1,z_2 الجذرين التربيعين للعدد $w=-3+4i$ عندئذٍ z_1+z_2 يساوي:

a	-1	b	1	c	0	d	i

28-بفرض z_1,z_2,z_3 الجذور التربيعية للعدد $z=4i$ عندئذٍ قيمة المجموع $z_1+z_2+z_3$ يساوي:

a	-1	b	1	c	0	d	i

29-بفرض $z_1,z_2z_{,3},z_4,\dots,z_n$ الجذور من المرتبة n لعدد z طويلته 1 عندئذٍ $z_1+z_2+z_3+,,,+z_n$يساوي:

Natheer Tinawi

a	-1	b	1	c	0	d	i

30-بفرض $z = e^{\frac{i2\pi}{11}}$ فإن قيمة المجموع: $1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{10}$ يساوي:

a	-1	b	1	c	0	d	i

31-ليكن MPN مثلثاً ما والنقاط A, B, C منتصفات الأضلاع $[NP], [PM], [MN]$ على الترتيب

وبفرض g العدد العقدي الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC و g' العدد العقدي الممثل لمركز ثقل المثلث MNP عندئذٍ:

a	$g' = g$	b	$g' = \bar{g}$	c	$g' = ig$	d	$g = i\,g'$

32-بفرض a, b, c. d, e الأعداد العقدية الممثلة للنقاط A, B, C, D, E فإذا كان:

$$\frac{a-e}{d-e} = \frac{c-e}{a-e}$$

عندئذٍ يمكن استنتاج أن:

a	المستقيم (EA) منصف للزاوية $\widehat{DEC}$	b	المستقيم (EA) منصف للزاوية $\widehat{\text{CAD}}$
c	المستقيم (CA) منصف للزاوية $\widehat{ECD}$	d	المستقيم (DA) منصف للزاوية $\widehat{CDE}$

33-إذا كان العددان a, b العددان العقديان الممثلان للنقطتين A, B وكان $a - 1 = 2b - 2$

عندئذٍ التحويل الذي يقرن النقطة B بالنقطة A هو:

a	تحاكٍ نسبته 2	b	انسحاب شعاعه $-2\vec{j}$	c	تحاكٍ نسبته -2	d	تحاكٍ نسبته 1

34-إن الشكل المثلثي للعدد العقدي $w = 2\left[cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - isin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right]^5$ هو:

a	$2\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + isin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$	b	$2(\cos(0) + isin(0))$	c	$2[\cos(\pi) + isin(\pi)]$	d	$-2[\cos(\pi) + isin(\pi)]$

35-إذا كان $z = 2\left[\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + icos\left(\frac{\pi}{7}\right)\right]$ فإن $\arg(\bar{z})$:

a	$\frac{3\pi}{14}$	b	$-\frac{5\pi}{14}$	c	$\frac{2\pi}{3}$	d	$\frac{5\pi}{6}$

36-إذا كان $z = 1 + i$ فإن $\text{Re}\left(\frac{1}{z}\right)$:

a	-1	b	$-\frac{1}{2}$	c	1	d	$\frac{1}{2}$

37-الشكل الأسي للعدد العقدي $z = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ هو:

a	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$	b	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$	c	$2e^{i\frac{\pi}{12}}$	d	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$

38-إذا كان $\alpha = e^{\frac{2\pi}{5}i}$ فإن $z = \alpha + \alpha^4$ هو:

a	$2i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	b	$-2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	c	$2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	d	$-2i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

39-إذا كان $z = \frac{(1+\sqrt{3}i)^5}{(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)^4}$ فإن $|\bar{z}|$ تساوي

a	2	b	4	c	$6 + i$	d	$,4 + 3i$

40-إن العدد العقدي z الذي يحقق المعادلة $2iz + \bar{z} = 3 + 3i$ هو:

Nadheer Tinawy

a	$= 1 - 2i$	b	$1 + 2i$	c	$1 + i$	d	$1 - i$

41-إذا كان العددين العقديين $1 + i$ و $1 - 2i$ جذرين المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ فإن:

a	$p = i - 2$ $q = 3 + i$	b	$p = i - 2$ $q = 3 - i$	c	$p = i + 2$ $q = 3 - i$	d	$p = i + 2$ $q = 3 + i$

42-إذا كانت الأعداد العقدية b, c, d تمثل النقاط B, C, D وكان $\frac{d-b}{c-b} = e^{\frac{\pi}{2}i}$ فإن المثلث BCD

a	متساوي الساقين	b	قائم في B ومتساوي الساقين	c	قائم في B فقط	d	متساوي الأضلاع

43-إن مجموعة نقاط المستوي العقدي $M(z)$ حيث $|z - 2 + 5i| = |z - 3 + 2i|$ تمثل:

a	دائرة	b	مستوري محوري لقطعة مستقيمة	c	محور لقطعة مستقيمة	d	مستقيم أفقي محذوف منه نقطة

44-يرتبط العددان العقديان a, b الممثلان لنقطتان A, B بالعلاقة $b = ia$ فإن التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A هو:

a	تحاكي	b	دوران	c	انسحاب	d	تناظر

45-إن طويلة العدد العقدي $\alpha = sinx + icosx$ تساوي:

a	e	b	$\sin^2 x$	c	1	d	$2\cos(x)$

46-إذا كان e^{ix}, e^{-ix} جذور المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ عندئذٍ:

a	$p = -2\cos(x)$ $q = 1$	b	$p = 2$ $q = 3$	c	$p = \sin(x)$ $q = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$	d	$p = \frac{\cos(3x)}{2}$ $q = 2$

- **ليكن العدد الحقيقي β وليكن $w = \frac{\sqrt{3}+i\beta}{\beta-i\sqrt{3}}$ والمطلوب:**

47-إن طويلة w تساوي:

a	4	b	2	c	1	d	5

48-العدد $Z = \frac{z-w\bar{z}}{1-w}$.

a	تخيلي	b	حقيقي	c	معدوم	d	لا يساوي الصفر

49-بالشكل الجبري للعدد w هو:

a	$1 + i$	b	$1 - i$	c	i	d	$-i$

50-إن w^{12} يساوي:

a	i^2	b	1	c	i^4	d	i^{12}

51-$arg\,(z_1.z_2)$ يساوي:

a	$\arg z_1 \times \arg z_2$	b	$\arg z_1 + \arg z_2$	c	$\arg(z_1) - \arg z_2$	d	$\arg(z_1 + z_2)$

52-بفرض ليكن z عدداً عقدياً يحقق:

$$\bar{z} = \frac{9}{z}\ , \arg(iz) = \frac{\pi}{3}$$

الشكل الأسي للعدد z هو:

Nathir Tinnawy

$3e^{i\frac{\pi}{2}}$	d	$e^{i\frac{\pi}{6}}$	c	$3e^{i\frac{\pi}{3}}$	b	$3e^{i\frac{\pi}{6}}$	a

53- بالاستفادة من علاقات أويلر يمكن برهان أن $\cos^3 x$ يساوي:

$\frac{3\cos(x)+\cos(3x)}{2}$	d	$\frac{3\cos(x)+\cos(3x)}{4}$	c	$\frac{\cos(3x)-3\cos(x)}{4}$	b	$\frac{3\cos(x)-\cos(3x)}{4}$	a

54- قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{cos3x}{cosx}$ تساوي

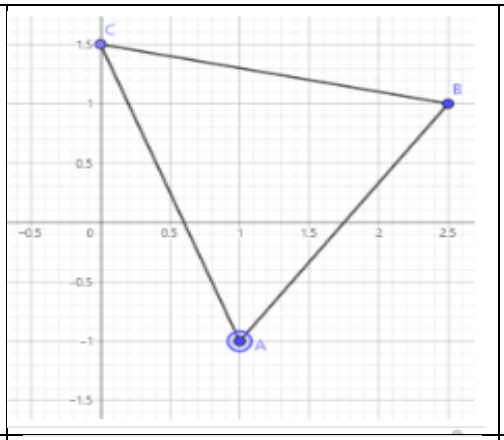
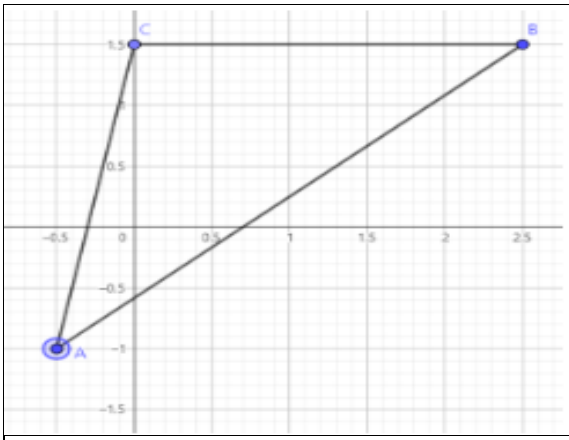
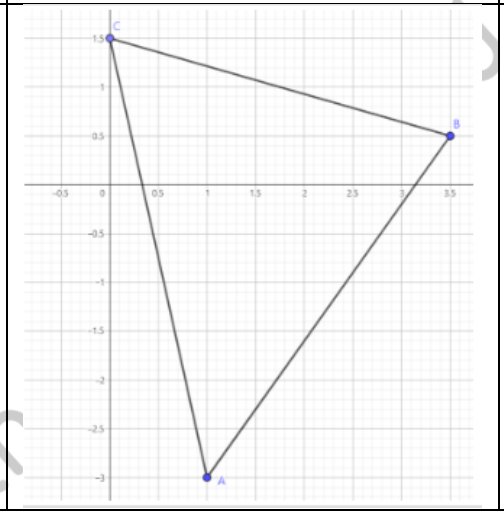
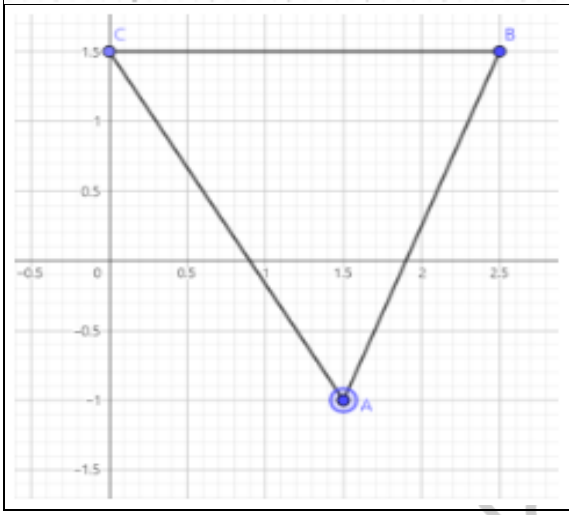
3	d	-3	c	$+\infty$	b	0	a

الحلول

B	41	D	21	C	1
B	42	A	22	B	2
C	43	B	23	A	3
B	44	D	24	D	4
C	45	A	25	B	5
A	46	C	26	B	6
C	47	C	27	C	7
B	48	C	28	A	8
C	49	C	29	D	9
B	50	C	30	B	10
A	51	D	31	C	11
A	52	A	32	A	12
C	53	B	33	D	13
D	54	C	34	C	14
-	55	B	35	B	15
-	56	D	36	B	16
-	57	B	37	B	17
-	58	C	38	C	18
-	59	A	39	B	19
-	60	B	40	A	20

1- لتكن لدينا النقاط A, B, C تمثلها الاعداد العقدية $a = 1 - 3i$, $b = \frac{7}{2} + i$, $c = \frac{3}{2}i$

وضع النقاط A , B , C في شكل:

a		b	
c		d	

2- ان الاعداد العقدية التي تمثل الاشعة $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$:

A	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{3} - 4i \\ Z_{\overrightarrow{AC}} = -1 + \frac{9}{2}i \\ Z_{\overrightarrow{BC}} = -\frac{7}{2} + \frac{1}{2}i \end{cases}$	b	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{2} + 4i \\ Z_{\overrightarrow{AC}} = -1 + \frac{9}{2}i \\ Z_{\overrightarrow{BC}} = -\frac{7}{2} + \frac{1}{2}i \end{cases}$	c	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{2} + 4i \\ Z_{\overrightarrow{AC}} = 1 - \frac{9}{2}i \\ Z_{\overrightarrow{BC}} = -\frac{7}{2} + \frac{1}{2}i \end{cases}$	d	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{2} + 4i \\ Z_{\overrightarrow{AC}} = 1 - \frac{9}{2}i \\ Z_{\overrightarrow{BC}} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}$

3- ان اطوال اضلاع المثلث ABC :

a	$\begin{cases} AB = \frac{\sqrt{80}}{3} \\ AC = \frac{\sqrt{85}}{2} \\ BC = \frac{\sqrt{50}}{2} \end{cases}$	b	$\begin{cases} AB = \frac{\sqrt{89}}{2} \\ AC = \frac{\sqrt{85}}{2} \\ BC = \frac{\sqrt{50}}{2} \end{cases}$	c	$\begin{cases} AB = \frac{\sqrt{80}}{3} \\ AC = \frac{\sqrt{84}}{2} \\ BC = \frac{\sqrt{51}}{2} \end{cases}$	d	$\begin{cases} AB = \frac{\sqrt{89}}{2} \\ AC = \frac{\sqrt{82}}{2} \\ BC = \frac{\sqrt{55}}{2} \end{cases}$

4- ان نوع المثلث ABC هو:

a	مختلف الاضلاع وقائم في A	b	متساوي الساقين وقائم في A	c	متساوي الاضلاع	d	مختلف الاضلاع

5- ان العدد العقدي Z_1 الممثل للنقطة I منتصف $[AB]$ هو:

a	$Z_1 = \frac{9}{4} - i$	b	$Z_1 = \frac{4}{9} - i$	c	$Z_1 = -\frac{9}{4} + i$	d	$Z_1 = -\frac{9}{4} - i$

6- ان العدد العقدي Z_G الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC:

a	$g = 1 - \frac{1}{6}i$	b	$g = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}i$	c	$g = \frac{3}{2} - \frac{1}{6}i$	d	$g = \frac{3}{2} - \frac{2}{6}i$

7- اوجد العدد العقدي Z_M الممثل للنقطة M مركز الابعاد المتناسبة لـ $(C,-1),(B,1),(A,2)$

a	$Z_M = \frac{4}{11} - \frac{4}{13}i$	b	$Z_M = -\frac{11}{4} + \frac{13}{4}i$	c	$Z_M = -\frac{11}{4} - \frac{13}{4}i$	d	$Z_M = \frac{11}{4} - \frac{13}{4}i$

8- هل النقطة C تنتمي الى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $r = \frac{3}{2}$

a	نعم	b	لا

9- هل النقطة B تنتمي الى الدائرة التي مركزها C ونصف قطرها $r = \frac{5}{\sqrt{2}}$

a	نعم	b	لا

10- لتكن لدينا النقاط A, B, C, D تمثلها الاعداد العقدية:

$$Z_A = -2\,, \quad Z_B = 2\,, \quad Z_C = -1 + i\,, \quad Z_D = 1 - 3i$$

ان المثلث ACD:

a	متساوي الساقين وقائم	b	مختلف الاضلاع وقائم	c	متساوي الاضلاع	d	مختلف الاضلاع

11- ان المثلث BCD

a	متساوي الساقين وقائم	b	مختلف الاضلاع وقائم	c	متساوي الاضلاع	d	مختلف الاضلاع

12- ان العدد العقدي Z_E الممثل للنقطة E التي تجعل الرباعي $BCED$ مربع:

a	$Z_E = 2 + 2i$	b	$Z_E = -2 + 2i$	c	$Z_E = 2 - 2i$	d	$Z_E = -2 - 2i$

13- ان المستقيمان $(BC),(ED)$:

a	متوازيان	b	متعامدان	c	متقاطعان	d	متخالفان

14- ان المستقيمان $(BE),(CD)$:

a	متوازيان	b	متعامدان	c	متقاطعان	d	متخالفان

15- ان العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[CD]$

a	$Z_I = 1 - 2i$	b	$Z_I = i$	c	$Z_I = -i$	d	$Z_I = 1 + 2i$

16- ان النقاط B, I, E:

a	تقع على استقامة واحدة	b	لا تقع على استقامة واحدة	c	$Z_I = 1 + 2i$	d	غير ذلك

17- لتكن النقاط A, B, C, D التي تمثلها الاعداد:

$$a = 2 - 2i\ , b = -1 + 7i\ , c = 4 + 2i\ , d = -4 - 2i$$

ليكن e العدد العقدي الممثل للنقطة E منتصف $[AB]$ ان العدد e:

a	$\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$	b	$-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$	c	$\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$	d	$-\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$

Nathéer Tinawy

18- برهن ان $\frac{a-e}{d-e}=\frac{c-e}{a-e}$ ماذا تستنتج بخصوص المستقيم (EA) ؟

a	المستقيم محور في المثلث ACD	b	المستقيم متوسط في المثلث ACD	c	المستقيم منصف في المثلث ACD	d	غير ذلك

19- لتكن النقاط A,B,C نقاط المستوي التي تمثل الاعداد العقدية:

$$a=2\ \ ,b=1+\sqrt{3}i\ \ ,c=-1+i\sqrt{3}$$

ان $\frac{a-b}{c-b}$ يساوي:

a	$e^{\frac{\pi}{3}i}$	b	$e^{\frac{2\pi}{3}i}$	c	$e^{\frac{\pi}{6}i}$	d	$e^{i\frac{4\pi}{3}}$

20- في المستوي العقدي المنسوب الى معلم متجانس نتأمل النقاط A,B,C التي تمثل الاعداد

$$a=8\ ,b=-4+4i\ ,c=-4i$$

ان $\frac{b-c}{a-c}$ يساوي:

a	$-8-4i$	b	$8+4i$	c	$-i$	d	i

21- ان المثلث ABC:

a	قائم ومتساوي الساقين	b	قائم فقط	c	متساوي الساقين فقط	d	متساوي الاضلاع

22- نتأمل في المستوي العقدي المنسوب الى معلم متجانس النقاط A,B,C التي تمثلها الاعداد

$$a=6-i\ \ ,b=-6+3i\ \ ,c=-18+7i$$

ان العدد $\frac{b-a}{c-a}$:

a	$\frac{1}{2}$	b	1	c	i	d	$-i$

23- ماذا تستنتج؟

a	النقاط A,B,C تقع على استقامة واحدة	b	المستقيمان $(AB),(AC)$ غير مرتبطين خطيا	c	النقاط A,B,C تعين مستويا	d	المثلث ABC متساوي الاضلاع

24- بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ ان الزاوية θ :

a	$\frac{\pi}{3}$	b	$\frac{\pi}{2}$	c	$\frac{\pi}{4}$	d	$\frac{\pi}{6}$

25- نتأمل النقاط A,B,C,D التي تمثل الاعداد

$$a=-1\ \ ,b=2+i\sqrt{3}\ \ ,c=\bar{b}\ \ ,d=3$$

ان العدد $\frac{a-c}{d-c}$ يساوي:

a	$\frac{-\sqrt{3}}{2}i$	b	$\frac{\sqrt{3}}{2}i$	c	i	d	$-i$

26- ان $\arg\left(\frac{a-c}{d-c}\right)$:

a	$-\frac{\pi}{2}$	b	$\frac{\pi}{2}$	c	$-\pi$	d	π

27- ان المثلث ACD :

a	متساوي الاضلاع	b	متساوي الساقين فقط	c	قائم ومتساوي الساقين	d	قائم الزاوية

Natheer Tinawy

28-أولا: لتكن لدينا النقطة A التي يمثلها العدد العقدي $a = 1 + i$ والمطلوب:

ان العدد العقدي b الممثل للنقطة B صورة A وفق الانسحاب الذي شعاعه $\vec{w} = 2\vec{u} - 2\vec{v}$

$b = -3 - 2i$	d	$b = -3 + 2i$	c	$b = 3 + 2i$	b	$b = 3 - 2i$	a

29-ان العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة A وفق تحاك مركزه $\Omega(2 + 2i)$ ونسبته $k = 2$

$c = 0$	d	$c = -2 - 2i$	c	$c = 2 - 2i$	b	$c = 2 + 2i$	a

30-ان العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة A وفق تحاك مركزه المبدأ ونسبته $k = 2$

$d = -2 - 2i$	d	$d = -2 + 2i$	c	$d = 2 + 2i$	b	$d = 2 - 2i$	a

31-ان العدد العقدي e الممثل للنقطة E صورة A وفق دوران مركزه $\Omega(3 - i)$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$

$e = -1 + 3i$	d	$e = -1 - 3i$	c	$e = 1 + 3i$	b	$e = 1 - 3i$	a

32-ان العدد العقدي m الممثل للنقطة M صورة A وفق دوران مركزه المبدأ وزاويته $\frac{\pi}{4}$

$m = \frac{1}{\sqrt{2}}i$	d	$m = \sqrt{2}i$	c	$m = 2\sqrt{2}i$	b	$m = 2i$	a

33-ثانيا: لتكن لدينا النقطة A يمثلها العدد العقدي $a = 1 - 3i$ والمطلوب:

ان العدد العقدي b الممثل للنقطة B صورة A وفق التناظر المحوري الذي محوره (ox)

$b = 1 + 3i$	d	$b = -1 - 3i$	c	$b = -1 + 3i$	b	$b = 1 - 3i$	a

34-ان العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة A وفق التناظر المحوري الذي محوره (oy)

$c = 1 - 3i$	d	$c = -1 + 3i$	c	$c = -1 - 3i$	b	$c = 1 + 3i$	a

35-ان العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة A وفق التناظر المركزي الذي مركزه المبدأ

$d = 1 + 3i$	d	$d = -1 + 3i$	c	$d = -1 - 3i$	b	$d = 1 - 3i$	a

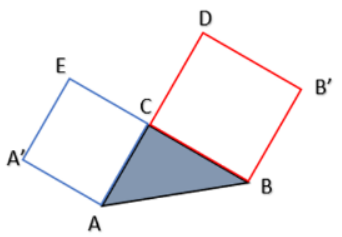
36-ان العدد العقدي e الممثل للنقطة E صورة A وفق التناظر المركزي الذي مركزه$\Omega(2 - 5i)$

$e = -3 - 7i$	d	$e = -3 + 7i$	c	$e = 3 + 7i$	b	$e = 3 - 7i$	a

ليكن المثلث ABC في المستوي

نشئ على ضلعيه $[AC], [BC]$ وخارجه المربعين $ACEA'$, $CBB'D$ كما في الشكل المجاور تمثل

الاعداد a, b, c, a', b' للنقاط A, B, C, A', B'



37-B' صورة C وفق دوران مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ فان b' :

$b - i(b - c$	d	$b - c + ib$	c	$b + i(b - c)$	b	$c - b - ib$	a

38-ان العلاقات الاتية صحيحة:

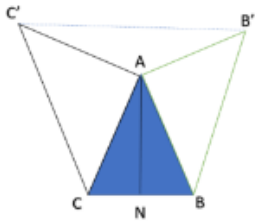
جميع الإجابات خاطئة	d	$a' = i(c + a) - a$	c	$a' = i(c + a) + a$	b	$a' = i(c - a) + a$	a

39-ان M منتصف $[A'B']$ تعطى بالعلاقة:

$\frac{(b + a) + i(b - a)}{2}$	d	$\frac{(b + a) + i(b + a)}{2}$	c	$(b - a) + i(b + a)$	b	$(b + a) + i(b - a)$	a

Nathreer Tinawy

في الشكل المجاور نتأمل مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه A وننشئ على ضلعيه مثلثين قائمين ومتساويي الساقين ABB', ACC' والنقطة N منتصف CB



وبفرض a, b, c, b', c', n الاعداد العقدية التي تمثلها النقاط A, B, C, B', C', N

40- ان الاعداد b', c', n تساوي:

a	$\begin{cases} n=\frac{b+c}{2} \\ b'=ib \\ c'=-ic \end{cases}$	b	$\begin{cases} n=\frac{b-c}{2} \\ b'=-ib \\ c'=-ic \end{cases}$	c	$\begin{cases} n=\frac{b+c}{2} \\ b'=-ib \\ c'=ic \end{cases}$	d	$\begin{cases} n=\frac{b+c}{2} \\ b'=ib \\ c'=ic \end{cases}$

41- ان العدد $\frac{c'-b}{c-b'}$ بالشكل الجبري يساوي:

a	i	b	$-i$	c	$-2i$	d	$2i$

42- ان العدد $\frac{c'-b}{c-b'}$ بالشكل الاسي يساوي:

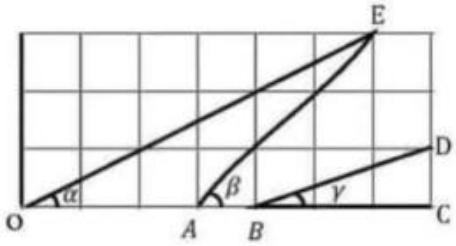
a	$2e^{-i\frac{\pi}{2}}$	b	$2e^{i\frac{\pi}{2}}$	c	$e^{i\frac{\pi}{2}}$	d	$e^{-i\frac{\pi}{2}}$

43- ان المستقيمان $(BC'), (B'C)$:

a	متعامدان	b	متعامدان ومتساويان	c	متوازيان	d	غير ذلك

في معلم متجانس:

α, β, γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}), (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}), (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE})$ على الترتيب والمطلوب:



44- ان الاعداد e, d, c, b, a :

a	$a=3, b=4$ $c=7, d=7+i$ $e=6+3i$	b	$a=-3, b=4$ $c=-7, d=7+i$ $e=6-3i$	c	$a=3, b=-4$ $c=7, d=7+i$ $e=-6+3i$	d	$a=-3, b=4$ $c=-7, d=7-i$ $e=6+3i$

45- ان كلا من $Z_{\overrightarrow{BD}}, Z_{\overrightarrow{AE}}, Z_{\overrightarrow{OE}}$ بالشكل الجبري:

a	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{BD}}=3+i \\ Z_{\overrightarrow{AE}}=3-3i \\ Z_{\overrightarrow{OE}}=6+3i \end{cases}$	b	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{BD}}=3-i \\ Z_{\overrightarrow{AE}}=3-3i \\ Z_{\overrightarrow{OE}}=6+3i \end{cases}$	c	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{BD}}=3-i \\ Z_{\overrightarrow{AE}}=3-3i \\ Z_{\overrightarrow{OE}}=6-3i \end{cases}$	d	$\begin{cases} Z_{\overrightarrow{BD}}=3+i \\ Z_{\overrightarrow{AE}}=3+3i \\ Z_{\overrightarrow{OE}}=6+3i \end{cases}$

46- ان $Z_{\overrightarrow{BD}}, Z_{\overrightarrow{AE}}, Z_{\overrightarrow{OE}}$ بالشكل الجبري:

a	$90i$	b	i	c	$-90i$	d	$-i$

47- ان $Z_{\overrightarrow{BD}}, Z_{\overrightarrow{AE}}, Z_{\overrightarrow{OE}}$ بالشكل الاسي:

a	$90e^{-i\frac{\pi}{2}}$	b	$e^{-i\frac{\pi}{2}}$	c	$90e^{i\frac{\pi}{2}}$	d	$e^{i\frac{\pi}{2}}$

48- ان قياس الزاوية $\alpha+\beta+\gamma$:

a	$\frac{\pi}{3}$	b	$\frac{\pi}{2}$	c	$\frac{\pi}{6}$	d	$\frac{\pi}{12}$

Tinawy Natheer

الحلول

A	46	A	31	A	16	C	1
C	47	C	32	A	17	B	2
B	48	D	33	C	18	B	3
-	49	B	34	B	19	D	4
-	50	C	35	D	20	A	5
-	51	A	36	A	21	C	6
-	52	B	37	A	22	D	7
-	53	A	38	A	23	A	8
-	54	D	39	B	24	A	9
-	55	A	40	B	25	B	10
-	56	B	41	A	26	A	11
-	57	D	42	D	27	D	12
-	58	B	43	A	28	A	13
-	59	A	44	D	29	B	14
-	60	D	45	B	30	C	15

Natheer Tawaq

الجزء الثاني	الوحدة الرابعة	التحليل التوافقي

1- اوجد قيمة المقدار:

$(3!)^2 =$

a		b		c	
$9!$		36		$3!$	

2- $P_9^3 =$

a		b		c	
P_9^6		$9!$		504	

3- $\binom{10}{8} =$

a		b		c	
80		90		45	

4- $P_4^3 \times 4! =$

a		b		c	
48		576		$P_4^! \times 4!$	

5- $7 \times 3! =$

a		b		c	
42		$21!$		$10!$	

6- عين قيمة (n) التي تحقق المساواة:

$P_{n+2}^3 = 6P_{n+2}^1$

a		b		c	
3		2		-2	

7- $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$

a		b		c	
-5		5		10	

8- $P_n^3 = \frac{4\times3!}{(n-2)!}$

a		b		c	
5		6		4	

9- $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

a		b		c	
1		2		$(a \text{ و } b)$	

10- $\binom{10}{2n} = \binom{10}{n+1}$

a		b		c	
(2)و(1)		(3)و(1)		(3)و(2)	

11- C-يتكون مكتب اداري من ستة رجال وثلاث نساء نريد تشكيل لجنة من ثلاثة اشخاص:

a		b		c	
18		9		84	

12- بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة على ان تضم امرأة على الأكثر؟

a		b		c	
65		56		9	

13- بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مؤلفة من (رئيس لجنة - نائب له – امين سر):

a		b		c	
9		65		504	

14- مغلف يحوي بطاقات تحمل الأرقام:

$\{0,0,2,2,2,3,3,3,3\}$

a		b		c	
84		504		27	

15- بكم طريقة يمكن اختيار البطاقات مجموع أرقامها أصغر تماما من 4 :

a		b		c	
24		42		264	

16- بكم طريقة يمكن اختيار البطاقات مجموع ارقامها أكبر تماما من7:

a		b		c	
12		14		132	

Natheer Tinawy

17- إذا كان عدد المصافحات في حفل (66) مصافحة فكم شخص في الحفل:

a	12	b	12!	c	5

18- ليكن المقدار: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$

a	$110x^2$	b	$12x^2$	c	$210x^2$

19- الحد المستقل عن x :

a	52	b	252	c	525

20- أمثال الحد الذي يحوي x^4

a	12	b	102	c	120

21- لدينا الصندوق يحوي 5 كرات بيضاء وكرة واحدة صفراء, ان نتيجة سحب ثلاث كرات من الصندوق معا يساوي:

a	84	b	80	c	20	d	24

22- ان نتيجة سحب ثلاث كرات بدون إعادة علما ان السحبة تشتمل على كرتين بيضاء على الأكثر:

a	316	b	489	c	498	d	298

23- ان نتيجة سحب ثلاث مع إعادة علما ان السحبة تشتمل على كرتين فقط من نفس اللون هو:

a	286	b	486	c	386	d	586

24- ان نتيجة سحب ثلاث كرات مختلفة الألوان بدون إعادة هو:

a	90	b	30	c	60	d	120

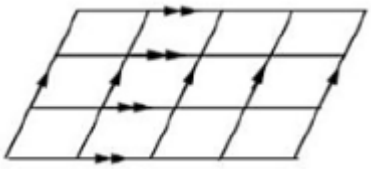
25- ان نتيجة سحب ثلاث كرات من الصندوق على التتالي مع إعادة هو:

a	529	b	629	c	829	d	729

26- ان نتيجة سحب ثلاث كرات من الصندوق على التتالي دون إعادة هو:

a	504	b	405	c	604	d	406

27- ان عدد متوازيات الاضلاع في الشبكة المجاورة هو:



a	40	b	60	c	20	d	12

الحلول

B	15	B	1
C	16	C	2
A	17	C	3
C	18	B	4
B	19	A	5
C	20	B	6
A	21	C	7
C	22	B	8
B	23	C	9
A	24	B	10
D	25	C	11
A	26	A	12
B	27	C	13
-	28	B	14

Natheer Tin

الجزء الثاني	الوحدة الخامسة	الاحتمالات

1- في دالة الاحتمال:$P(\Omega)$

a		b		c	
1		0		2	

2- في دالة الاحتمال إذا كان $A \cap B = \phi$ فان: $P(A \cup B) =?$

a		b		c	
$P(A) - P(B)$		$P(A) + P(B)$		$1 - P(A)$	

3- عند القاء قطعة نقود مرتين فان عدد عناصر فضاء العينة:

a		b		c	
4		2		8	

4- عند القاء قطعة نقود ثلاث مرات فان عدد عناصر فضاء العينة:

a		b		c	
4		2		8	

5- عند القاء حجر نرد مرتين فان عدد عناصر فضاء العينة:

a		b		c	
36		12		6	

6- ان حدث ظهور عدد اولي في تجربة رمي حجر نرد كتب على اوجهه الاعداد 9,8,6,4,2,1

a		b		c	
حدث مستحيل		حدث اكيد		حدث بسيط	

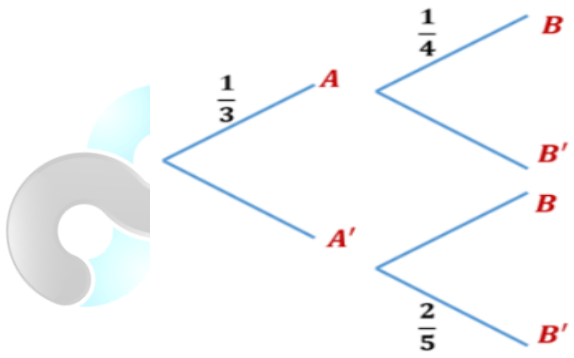
7- إذا كان A, B حدثين من فضاء احتمالي وكان $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ فان $P(A \cup B)$ يساوي:

a		b		c	
$\frac{5}{12}$		$\frac{3}{12}$		$\frac{7}{12}$	

8- في تجربة رمي قطعة نقود متوازنة اربع مرات فان احتمال ظهور كتابة واحدة على الأكثر يساوي:

a		b		c	
$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{3}{16}$	

في مخطط الشجري التالي:



9- $P(A') =?$

a		b		c	
$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{4}$	

10- $P(B'|A) =?$

a		b		c	
$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{2}{3}$	

11- $P(B|A') =?$

a		b		c	
$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{2}{3}$	

12- $P(B) =?$

a	$\frac{3}{5}$	b	$\frac{1}{4}$	c	$\frac{29}{60}$

13- $P(B') = ?$

a	$\frac{31}{60}$	b	$\frac{2}{5}$	c	$\frac{3}{4}$

14- يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A ويشتري 30% منها من المصنع B نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائيا قطعة من غيار:

ان احتمال ان تكون القطعة المعيبة:

a	$\frac{35}{59}$	b	$\frac{59}{1000}$	c	$\frac{24}{59}$

15- إذا كانت القطعة معيبة فان احتمال ان تكون من المصنع(B):

a	$\frac{24}{59}$	b	$\frac{30}{59}$	c	$\frac{35}{100}$

16- تقدم طالبان الى امتحان الرياضيات احتمال نجاح الأول $\left(\frac{3}{4}\right)$ واحتمال نجاح الثاني $\left(\frac{4}{5}\right)$ فان احتمال نجاحهما معا:

a	$\frac{3}{5}$	b	$\frac{2}{5}$	c	$\frac{1}{5}$

الجدول الاتي:

xi	0	1	2	3
Pi	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$
$xi\ Pi$	0	$\frac{2}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{12}{10}$
$xi^2 Pi$	0	$\frac{2}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{36}{10}$

17- التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X من الجدول السابق يساوي:

a	2	b	1	c	0

18- التابعين للمتغير العشوائي X من الجدول السابق يساوي:

a	1	b	2	c	0

19- الانحراف المعياري للمتحول X من الجدول السابق يساوي:

a	0	b	1	c	2

20- صندوق يحوي بطاقات مرقمة 1,2,3 نسحب بطاقتين معا X :متحول عشوائي يدل على مجموع البطاقتين المسحوبتين، فان قيم X :

a	$\{2,3,4,5\}$	b	$\{3,4,5\}$	c	$\{1,2,3,4\}$

21- نلقي قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات ونتأمل لعبة تقتضي بالحصول على نقطتين كلما ظهر الوجه H وخسارة نقطة عند ظهور الوجه T وليكن X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل خسارة عدد النقاط الكلي، فتكون قيم المتحول العشوائي هي:

a	$\{4,6,2,0\}$	b	$\{0,-2,3,1\}$	c	$\{6,5,0,-3\}$

22- ان احتمال $P(X=0)$ هو:

Nadheer Tinawy

a	$\frac{3}{8}$	b	$\frac{1}{8}$	c	$\frac{6}{8}$

23-ان احتمال الحصول على HHH هو:

a	$\frac{1}{8}$	b	$\frac{3}{8}$	c	$\frac{6}{8}$

24-ان جدول القانون الاحتمالي هو:

a

x_i	-2	0	3	1	$\sum$
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

b

x_i	-3	0	5	6	$\sum$
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

c

x_i	4	0	2	6	$\sum$
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

25-ان القانون الرياضي هو:

a	$\frac{3}{8}$	b	$\frac{1}{2}$	c	2

26-صندوق يحتوي كرتين سوداء و3 كرات حمراء، نسحب من الصندوق 3 كرات على التتالي دون إعادة وليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة، ان قيم المتحول العشوائي هي:

a	$\{0,1,2\}$	b	$\{3,2,1\}$	c	$\{3,2\}$

27-ان احتمال $P(X=0)$:

a	$\frac{18}{60}$	b	$\frac{18}{60}$	c	$\frac{6}{60}$

28-ان احتمال ظهور كرتين حمراء:

a	$\frac{36}{60}$	b	$\frac{18}{60}$	c	$\frac{6}{60}$

29-ان جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي هو:

a

x_i	0	1	2	$\sum$
p_i	$\frac{9}{30}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

b

x_i	1	2	3	$\sum$
p_i	$\frac{18}{60}$	$\frac{36}{60}$	$\frac{6}{60}$	1

c

x_i	2	3	$\sum$
p_i	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

نتأمل التجربة البرنولية الاتية،

k	0	1	2	3
p_k				$\frac{1}{27}$

30-ان وسطاء القانون الاحتمالي n,p,q :

a	$n=3,p=\frac{1}{3},q=\frac{2}{3}$	b	$n=1,p=\frac{2}{3},q=\frac{1}{3}$	c	$n=3,p=\frac{2}{3},q=\frac{1}{3}$

31-ان جدول القانون الاحتمالي للتجربة البرنولية هو:

a

x_i	0	1	2	3	$\sum$
p_i	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

b

x_i	0	1	2	3	$\sum$
p_i	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

c

x_i	0	1	2	3	$\sum$
p_i	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

لديك جدول القانون الاحتمالي للزوج (X,Y) :

X/Y	0	1	2	قانون X
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{12}{20}$
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{8}{20}$
قانون Y	$\frac{20}{60}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{24}$	1

32-ان احتمال $P(X=0)$:

a	$\frac{12}{20}$	b	$\frac{1}{20}$	c	$\frac{1}{8}$

33-ان احتمال $P(Y=2)$:

a	$\frac{1}{8}$	b	$\frac{4}{8}$	c	$\frac{4}{24}$

34- ان احتمال $P\big((X=1)\cap(Y=1)\big)$:

a	$\frac{4}{8}$	b	$\frac{8}{20}$	c	$\frac{3}{8}$

35- ان احتمال $P\big((X=0)\cap(Y=0)\big)$:

a	$\frac{20}{60}$	b	$\frac{1}{20}$	c	$\frac{12}{20}$

36- هل المتحولين العشوائيين مستقلان احتماليا؟

a	نعم	b	لا

الحلول

1	A	19	B
2	B	20	B
3	A	21	C
4	C	22	A
5	A	23	A
6	C	24	B
7	A	25	C
8	B	26	B
9	A	27	C
10	B	28	A
11	A	29	B
12	C	30	A
13	A	31	C
14	B	32	A
15	A	33	C
16	A	34	C
17	A	35	A
18	A	36	B

النموذج التجريبي الوزاري الأول لعام 2024

1) a , b , c ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية، حيث: $a < b < c$ و $a + b + c = 21$ و $abc =$ g

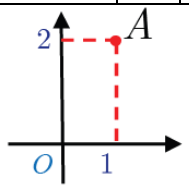
216 عندئذ قيمة $a + c$ هو:

a	18	b	15	c	12	d	9	e	6

2) الشكل الجبري للعدد العقدي $A = \frac{-1+i}{1+i}$ هو:

a	1	b	$-i$	c	i	d	-1	e	0

3) ليكن x عدداً عقدياً تمثله النقطة A في المستوي.



وليكن $z = x + 2i$ عندئذٍ:

a	$z = 1 - 4i$	b	$z = 4 + i$	c	$z = 1 - 2i$	d	$z = 1 + 2i$	e	$z = 1 + 4i$

4) ليكن العدد العقدي $z = 3 + 2i$ عندئذ $Re\left(\frac{1}{z}\right)$ هو:

a	2	b	$-\frac{3}{13}$	c	2	d	3	e	4

5) ليكن التابع f المعرف على المجال $]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$ عندئذ عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$:

a	0	b	1	c	2	d	3	e	4

6) الشكل الجبري للعدد العقدي $z = \frac{\cos 2x + i \sin 2x}{\cos x - i \sin x}$ هو:

a	$\cos 2x + i \sin 2x$	b	$\cos 3x - i \sin 3x$	c	e^{4ix}	d	$\cos 3x + i \sin 3x$	e	e^{-2ix}

7) ليكن $P(z) = z^4 - 19z^2 + 52z - 40$ العددان a , b اللذان يحققان

$P(z) = (z^2 + az + b)(z^2 + 4z + 2a)$ هما:

a	$a = -4$ $b = -10$	b	$a = 4$ $b = -10$	c	$a = -4$ $b = 5$	d	$a = 4$ $b = -5$	e	$a = -4$ $b = -5$

8) ليكن $\alpha = e^{\frac{2i\pi}{7}}$ عندئذ قيمة المجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6$ هو:

a	$S = -1$	b	$S = 1$	c	$S = i$	d	$S = \alpha$	e	$S = 0$

9) ليكن $\alpha = e^{\frac{2i\pi}{5}}$. نضع $A = \alpha + \alpha^4$ عندئذ A تساوي:

a	$2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	b	$2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$	c	$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	d	$\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$	e	$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$

10) قيمة المجموع: $S = 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 1024$

a	$S = 2058$	b	$A = 2047$	c	$S = 2048$	d	$S = 2046$	e	$S = 2064$

Natheer Tinawy

11) إذا علمت أن $\vec{u}=2\vec{u}-3\vec{j}$ ، $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}+5\vec{j}$ فإن $\vec{u}.\vec{v}$:

-9	e	-10	d	-11	c	-13	b	-14	a

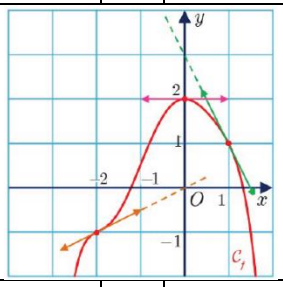
12) ليكن f التابع الذي يقرن بكل نقطة $M(x,y)$ من المستوي P النقطة $M'(9x+10y,3x+$ أي $5y)$

$f(M)=M'$. لتكن S_0 النقطة التي إحداثياتها $(0,1)$ عندئذ: $f(S_0)$ هي:

(9,3)	e	(10,5)	d	(5,10)	c	(5,0)	b	(0,10)	a

13) الشكل المرافق، C_f هو الخط البياني لتابع f . تأمل الشكل

قيمة $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ هي:



2	e	1	d	-2	c	4	b	-4	a

14) $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها 10 وفيها $u_1=-2$, عندئذ u_n بدلالة n:

$u_n=10n+2$	e	$u_n=10n-12$	d	$u_n=2n-10$	c	$u_n=10n-2$	b	$u_n=10-2n$	a

15) لأن: $x^n-a^n=(x-a)(x^{n-1}+x^{n-2}a+x^{n-3}a^2+\cdots+a^{n-1})$

فإن $3^{2n}-2^n$ مضاعف للعدد

2	e	3	d	6	c	5	b	7	a

16) ليكن P تابع تآلفي (من الدرجة الأولى) بحيث تحقق المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ التي حدها العام $t_n=$ العلاقة التدريجية $P(n)$ $t_{n+1}=\frac{1}{2}t_n+n$ أياً كانت n عندئذ:

$t_n=2n+2$	e	$t_n=2n+4$	d	$t_n=4n-2$	c	$t_n=4n+2$	b	$t_n=2n-4$	a

17) $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_2=12$, $u_5=27$. عندئذ قيمة u_{20} هي:

102	e	92	d	82	c	72	b	60	a

18) $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 2 وفيها $u_1=-2$. عندئذ:

$u_n=-2^{n+1}$	e	$u_n=2^{2n-1}$	d	$u_n=-2^{n+2}$	c	$u_n=-2^{n-1}$	b	$u_n=-2^n$	a

19) $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 2 وفيها $u_1=-2$. عندئذ قيمة المجموع $u_1+u_2+\cdots+$ u_8 :

128	e	-257	d	-510	c	-500	b	-256	a

20) قيمة المجموع $S=1+10+10^2+\cdots+10^5$ هي:

9999999	e	11111111	d	111110	c	111111	b	999999	a

Natheer Tinawy

21) نفترض وجود تابع f معرف على $\mathbb{R}$ واشتقاقي عليها، ويحقق $f(0)=0$ و $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ عند كل x من $\mathbb{R}$.

وليكن h التابع المعرف والاشتقاقي على $I=]0,+\infty[$ وفق $h(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$.

العبارة الصحيحة مما يأتي هي:

a	$\lim_{x\to+\infty} h(x)=2f(1)$	b	$h'(x)=1$	c	$h'(x)=-1$	d	h اشتقاقي عند 0	e	$h'(x)\neq 0$

22) نتأمل التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ المعطى وفق $f(x)=\sqrt{1-\cos x}$ ، التابع f:

a	فردي ويقبل العدد 2π دوراً له	b	زوجي ويقبل العدد 2π دوراً له	c	ليس فردي وليس زوجي ويقبل العدد 2π دوراً له	d	زوجي وغير دوري	e	ليس زوجي ويقبل العدد 2π دوراً له

23) f هو التابع المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{2x^2+1}{x+3}$.

العددين b ، c يحققان $f(x)=2x+b+\frac{c}{x+3}$, أياً كان $x\geq 0$.

فإن قيمة كل من العددين b ، c هي:

a	$b=6$ $c=19$	b	$b=6$ $c=-19$	c	$b=-6$ $c=-19$	d	$b=-6$ $c=19$	e	$b=-6$ $c=9$

24) ليكن C الحط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x+\sqrt{|4x^2-1|}$ عندئذ معادلة مقاربه المائل في جوار $-\infty$ هي:

a	$y=-x$	b	$y=x-1$	c	$y=3x$	d	$y=-3x$	e	$y=x$

25) لنعرف التوابع f , h , g وفق: $g(x)=x\sqrt{x}$ ، $h(x)=x|x|$ ، $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ عندئذ

a	f اشتقاقي عند الصفر	b	h , g اشتقاقيان عند الصفر	c	g غير اشتقاقي عند الصفر	d	التوابع f , h , g اشتقاقية عند الصفر	e	h غير اشتقاقي عند الصفر

26) إذا علمت أن $\sin x<x$, أياً يكن $x\geq 0$ عندئذ في حالة $x\in\mathbb{R}$ المتراجحة المحققة هي:

a	$\cos x\leq 1-\frac{x^2}{2}$	b	$1-\frac{x^2}{2}\leq\cos x$	c	$-\frac{x^2}{2}\leq-\cos x$	d	$1+\frac{x^2}{2}\leq\cos x$	e	$\cos x\leq x^2$

27) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ وفق الصيغة $f(x)=\frac{1}{x}$.في حالة $x\neq 0$ يعطى المشتق من الرتبة n بالصيغة:

a	$\frac{n!}{(x)^{n+1}}$	b	$\frac{(-1)^n(n-1)!}{(x)^{n+1}}$	c	$\frac{(-1)^n\,n!}{(x)^{n-1}}$	d	$\frac{(-1)^n\,n!}{(x)^{n+1}}$	e	$\frac{n!}{(x)^{n+1}}$

28) $ABCM$ متوازي أضلاع عندئذ M هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط:

a	$(A;1),(B;1)$ $,(C;1)$	b	$(A;1),(B;1)$ $,(C;-1)$	c	$(A;-1),(B;1)$ $,(C;1)$	d	$(A;1),(B;-1)$ $,(C;1)$	e	$(A;-1),(B;1)$ $(C;2)$

Natheer Tinawi

29) في معلم متجانس للفراغ، لتكن $A(1,2,1)$ والمستقيم (d) الممثل وسيطياً وفق:

$x = 0\ , y = -t\ , z = -t + 1 : t \in \mathbb{R}$ عندئذ معادلة المستوي المار بالنقطة A ويعامد (d) هي:

a	$z + y - 3 = 0$	b	$y - z - 3 = 0$	c	$x + y + 3 = 0$	d	$y - z + 3 = 0$	e	$x + 3 = 0$

30) المستوي $P: x + y + z = 1$ يقطع الكرة $S: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2$ بدائرة نصف قطرها:

a	$r = 3$	b	$r = 36$	c	$r = \sqrt{3}$	d	$r = \sqrt{6}$	e	$r = 6$

31) ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وكان $f'(x) = x$ وكان $g(x) = f(\cos(x))$ عندئذ $g'(x)$ يساوي:

a	$\sin(x)$	b	$\sin(x)\cos(x)$	c	$\cos(x)$	d	$-\cos(x)\sin(x)$	e	$-\cos(x)$

32) في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. معادلات ثلاثة مستويات، بحل الجملة الخطية الموافقة فإن هذه المستويات:

$$P_1: x + y + z = 1$$
$$P_2: -2y + z = 1$$
$$P_3: -4y + 14z = -2$$

a	متوازية	b	تشترك بمستقيم	c	لا تشترك بأية نقطة	d	تشترك بنقطة	e	متعامدة

33) نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, المستويين P و Q : $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$ فإن التمثيلات الوسيطية لفصلهما المشترك بدلالة $t \in \mathbb{R}$ هو:

a	$\begin{cases} x = -t \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$	b	$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$	c	$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$	d	$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$	e	$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$

34) إذا علمت أن نظيم $\vec{u}$ يساوي 5 ونظيم $\vec{v}$ يساوي 3 وأن $\vec{u}.\vec{v} = -5$ فإن $(\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - 3\vec{v})$ يساوي:

a	4	b	8	c	2	d	5	e	3

35) $ABCD$ رباعي وجوه منتظم ولنضع $AB = 6$, ليكن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$ عندئذ فإن طول $[IJ]$

a	$6\sqrt{2}$	b	$3\sqrt{2}$	c	6	d	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	e	$2\sqrt{3}$

36) عندما تسعى x إلى $+\infty$ فإن التابع $x \mapsto \sin(x)$

a	يسعى الى $+\infty$	b	يسعى الى 0	c	يسعى الى I	d	يسعى الى $-\infty$	e	غير موجودة

37) ليكن f التابع المعرف على $[0,1]$ وفق $f(x) = x\sqrt{x - x^2}$ عندئذ الخط البياني للتابع f

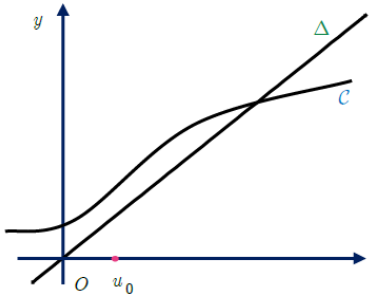
Natheer Tinawy

a	له مماس أفقي عند 1	b	له مماس شاقولي عند 1	c	ليس له مماس عند 1	d	له نصفي مماس عند 1	e	له مماس ميله 1 عند 1

38) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sin x \cos x$ فإن $f'(x)$ هو:

a	$\cos 2x$	b	$\sin^2 x - \cos^2 x$	c	0	d	$\sin^2 x \cos^2 x$	e	$2 \sin x \cos x$

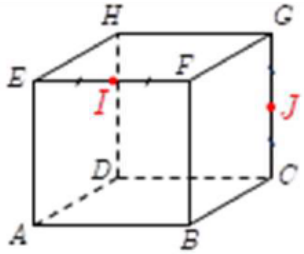
39) في الشكل المجاور، C هو الخط البياني لتابع f في معلم متجانس. والمستقيم Δ منصف الربع الأول.



ولنعرف المتتالية التدريجية $u_{n+1} = f(u_n)$ ونوضع العدد الحقيقي u_0 عندئذ المتتالية:

a	ثابتة	b	متزايدة وغير محدودة من الأعلى	c	متناقصة ومحدودة من الأعلى	d	متناقصة وغير محدودة من الأعلى	e	متزايدة ومحدودة من الأعلى

40) $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 6 . فيه I منتصف $[EF]$ و J منتصف $[CG]$.



الجداء $\overrightarrow{JH}.\overrightarrow{IF}$ يساوي:

a	$9\sqrt{5}$	b	-6	c	-18	d	18	e	6

41) ليكن العددين العقديين z, z' يحققان جملة المعادلتين: $\begin{cases} 3z + 2iz' = -1 \\ z - z' = -2 - 4i \end{cases}$ عندئذ فإن $2z' +$ $3z$ يساوي:

a	$1 + 2i$	b	$9 - 2i$	c	$2 + 3i$	d	$3 - 2i$	e	$11 + 2i$

42) ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارباً مائلاً عند $-\infty$ معادلته:

a	$y = 2x + 1$	b	$y = 2x - 1$	c	$y = 2x + 3$	d	$y = -2x + 1$	e	$y = 2x$

43) نرمز بالرمز $E(n)$ إلى القضية "$3^n \geq 2^n + 5 \times n^2$"، عندئذ أصغر عدد طبيعي غير معدوم n، تكون $E(n)$ صحيحة عنده هو:

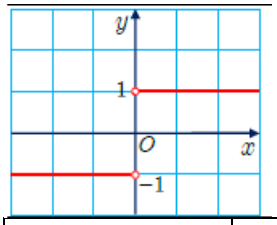
a	6	b	5	c	4	d	3	e	2

44) لتكن $(t_n)_{n\geq 0}$ و $(s_n)_{n\geq 0}$ متتاليتان متجاورتان فإذا علمت أن $t_n = -\frac{1}{2n+4}$ عندئذ: أي العبارات الآتية يمكن أن تمثل $(s_n)_{n\geq 0}$

a	$s_n = \frac{1}{n+1}$	b	$s_n = \frac{n^2}{n+1}$	c	$s_n = \frac{2n}{n+1}$	d	$s_n = \frac{n}{n+1}$	e	$s_n = 1 + \frac{1}{2n}$

Natheer Tinawy

45) التابع f المعرف وفق $f(x)=-1$ عندما $x<0$, $f(x)=1$ عندما $x>0$, اشتقاقي على $\mathbb{R}^*$، فإن f تابع:



a	زوجي	b	ليس فردي	c	ليس زوجي وليس فردي	d	مشتقه غير معدوم	e	ليس ثابتاً

46) في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,نتأمل النقطتين $A(2,6,2), B(-2,0,2)$ عندئذ مجموعة ε المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي كرة مركزها:

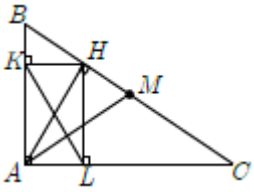
a	(0,3,2)	b	(0,0,0)	c	(2,6,2)	d	(2,3,0)	e	(−2,0,2)

47) نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستويين $Q: x+y+z+1=0$, $P: x-2y+3z-5=0$

إذا علمت أن d هو الفصل المشترك للمستويين P , Q عندئذ d هو مجموعة النقاط:

a	$\left(-\frac{5}{3}z+1,\frac{2}{3}z-2,z\right)$	b	$\left(\frac{5}{3}z+1,\frac{2}{3}z-2,z\right)$	c	$(5z+1,2z-2,3z)$	d	$(-5z+1,2z,2z)$	e	$(z+1,z,z)$

48) ABC مثلث قائم في A , و M منتصف $[BC]$, و H موقع الارتفاع المرسوم من A .

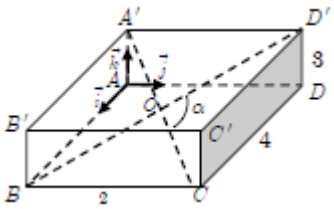


ليكن K , L المسقطين القائمين للنقطة H على $[AB]$, $[AC]$ بالترتيب

عندئذ الجداء $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{KL}$ يساوي:

a	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{LA}$	b	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$	c	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AK}$	d	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$	e	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HA}$

49) $ABCDA'B'C'D'$ متوازي مستطيلات، يتقاطع قطراه $[BD']$, $[CA]$ في O. نضع $\alpha=\widehat{COD'}$ ونفترض أن $BC=2$, $CD=4$, $DD'=3$



. نختار معلماً متجانساً $(A;\vec{i};\vec{j},\vec{k})$ بحيث يكون $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{i}$ مرتبطين خطياً،

و$\overrightarrow{AD}$ و $\vec{j}$ مرتبطين خطياً، وكذلك $\overrightarrow{AA'}$ و $\vec{k}$ مرتبطين خطياً. عندئذ فإن قيمة $\cos\alpha$ هي:

a	$-\frac{2}{9}$	b	$-\frac{1}{9}$	c	$-\frac{1}{3}$	d	$-\frac{2}{3}$	e	$-\frac{21}{29}$

50) التابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{-2x+3}-\frac{1}{x}+\sqrt{2x+3}-\frac{1}{\sqrt{x}}+x$ هو تابع:

a	متناقص تماماً على I	b	زوجي	c	فردي	d	متزايد تماماً على I	e	غير مطرد على I

Katheer Tinawy

حل النموذج التجريبي الأول لعام 2024

1) المعطيات : a,b,c ثلاث حدود متوالية من متتالية هندسية

$$a+b+c=21 \ ,,,(1)$$
$$abc=216 \ ....(2)$$

بما أن a,b,c ثلاث حدود متوالية من هندسية فهي تحقق أنّ $ac=b^2$

نعوض في (2) : $b^3=216$ و بالتالي $b=6$ نعوض في (1) :

$$a+6+c=21$$
$$\boxed{a+c=15}$$

الجواب الصحيح : B

2) المعطيات : $A=\frac{-1+i}{1+i}$:

نضرب البسط و المقام بمرافق المقام :

$$A=\frac{(-1+i)(1-i)}{2}=\boxed{i}$$

طريقة 2 :

لمن يحفظ الأشكال الأسية بشكل سريع :

$$A=\frac{\sqrt{2}e^{\frac{3i\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}}=e^{i\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)}$$
$$=e^{\frac{i\pi}{2}}=\boxed{i}$$

الجواب الصحيح: C

3) المعطيات $z=x+2i$ و رسم يمثل موضع النقطة $A(1,2)$ التي يمثلها العدد العقدي x

و بالتالي $x=1+2i$

نعوض في z :

$$z=1+2i+2i=1+4i$$

الجواب الصحيح : E

4) المعطيات $z=3+2i$ و المطلوب $\mathrm{Re}\left(\frac{1}{z}\right)$:

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{3+2i}=\frac{3-2i}{9+4}=\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$$
$$\rightarrow Re\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{3}{13}$$

الجواب الصحيح : D

5) المعطيات $f(x)=\frac{1}{x-1}-\sqrt{x}$ و $D_f=]1,+\infty[$ و المطلوب عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

المرحلة الأولى : دراسة اطراده

$$f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$=-\left(\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)<0$$

Natheer Tinawy

المرحلة الثانية : تصوير المجال و ضمان انتماء الصفر له :

$$0 \in f(]1,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$$

المرحلة الثالثة : الاستمرار و هو محقق وضوحاً

إذن f مستمر و مطرد و $0 \in f$ (المجال) فللمعادلة حل وحيد

(((يمكن تنظيم جدول تغيرات كامل للسهولة)))

الجواب الصحيح : B

6) المعطيات $Z = \frac{cos2x+isin2x}{cosx-isinx}$ و المطلوب الشكل الجبري :

بالاستفادة من علاقات أويلر :

$$Z = \frac{e^{i2x}}{e^{-ix}} = e^{i3x}$$
$$= cos3x + isin3x$$

الجواب الصحيح : D

7) المعطيات $P(z) = z^4 - 19z^2 + 52z - 40$ و $P(z) = (z^2 + az + b)(z^2 + 4z + 2a)$

و المطلوب a, b

❶ ننشر :

$$P(Z) = Z^4 + 4Z^3 + 2aZ^2 + aZ^3 + 4aZ^2 + 2a^2Z + bZ^2 + 4bZ + 2ab$$
$$= Z^4 + (4+a)Z^3 + (6a+b)Z^2 + (2a^2+4b)Z + 2ab$$

بالمطابقة بين شكلي $P(Z)$ نجد أن :

$$4 + a = 0 \quad ①$$
$$6a + b = -19 \quad ②$$
$$2a^2 + 4b = 52 \quad ③$$
$$2ab = -40 \quad ④$$

من ① نجد أن $a = -4$

نعوض في ② $b = 5$

Natheer Tinawy

نعوض في باقي المعادلات للتحقق

③ $\Rightarrow 32 + 20 = 52$ صحيحة

④ $\Rightarrow 2(-4)(5) = -40$ صحيحة

الجواب الصحيح: C

8) المعطيات $\alpha = e^{\frac{i2\pi}{7}}$ والمطلوب حساب المجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$

نحن أمام مجموع لمتتالية هندسية : حدها الأول 1 و أساسها α و عدد الحدود 7

$$S = a\frac{1-q^n}{1-q} = 1\frac{1-\alpha^7}{1-\alpha} = \frac{1-\left(e^{\frac{i2\pi}{7}}\right)^7}{1-e^{\frac{2i\pi}{7}}} = \frac{1-e^{i2\pi}}{1-e^{\frac{2i\pi}{7}}} = \frac{1-1}{1-e^{\frac{2i\pi}{7}}} = 0$$

حيث $e^{i2\pi} = e^{i0} = 1$

الجواب الصحيح : E

9) المعطيات $\alpha = e^{\frac{i2\pi}{5}}$ و $A = \alpha + \alpha^4$ و المطلوب قيمة A :

$$A = \alpha + \alpha^4$$
$$A = e^{\frac{i2\pi}{5}} + e^{\frac{i8\pi}{5}}$$

لكن نعلم أن

$$\frac{8\pi}{5} = \frac{10\pi - 2\pi}{5} = 2\pi - \frac{2\pi}{5} = -\frac{2\pi}{5}$$

و بالتالي :

$$A = e^{\frac{i2\pi}{5}} + e^{-\frac{i2\pi}{5}} = 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \quad (Euler)$$

الجواب الصحيح: A

10) $S = 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 1024$

نلاحظ أنها تكتب بالشكل :

$$S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{10}$$

فهي مجموع هندسي أساسه $q = 2$ و عدد الحدود 10 و أول حد 2

$$S = 2\frac{1-2^{10}}{1-2} = 2\left(\frac{1-1024}{-1}\right) = 2046$$

الجواب الصحيح : D

Natheer Tinawy

11) المعطيات $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$ ، $\vec{u}=2\vec{\imath}-3\vec{\jmath}$ فإن $\vec{u}.\vec{v}$:

أولاً لا تخاف : $\vec{v}\left(\frac{1}{2},5\right)$ ، $\vec{u}(2,-3)$ فالجداء السلمي :

$$\vec{u}.\vec{v}=2\left(\frac{1}{2}\right)-3(5)=1-15=-14$$

الجواب الصحيح : A

12) لدينا $f(M)=(9x+10y,3x+5y)$ و $S_0(0,1)$ و المطلوب : $f(S_0)$:

$$f(S_0)=f\left(\underset{x}{0},\underset{y}{1}\right)=(9(0)+10(1),3(0)+5(1))=(10,5)$$

الجواب الصحيح: D

13) المعطيات : رسم بياني و المطلوب $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$:

أي المطلوب $f'(1)$ و هي نفسها ميل المماس عند النقطة التي فاصلتها 1 إذن :

$$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

حيث سنختار $A(1,1)$ و $B(0,3)$ نقطتين من المماس عند الواحد :

$$m=\frac{3-1}{0-1}=-2$$

الجواب الصحيح : C

14) المعطيات : متتالية حسابية أساسها 10 و فيها $u_1=-2$ و المطلوب u_n :

$$u_n=u_1+(n-1)r$$
$$u_n=-2+(n-1)10$$
$$u_n=-2+10n-10$$
$$u_n 10n-12$$

الجواب الصحيح : D

15) المعطيات $3^{2n}-2^n$ مضاعف لأي عدد :

هنا سنحاول توحيد القوة : $(3^2)^n-2^n=9^n-2^n=(9-2)(\dots\dots)=7\times k$ فهو مضاعف للعدد 7 .

الجواب الصحيح: A

Natheer Tinawy

16) المعطيات P تابع تآلفي درجة أولى و

$t_n = P(n)$ تحقق العلاقة

$t_{n+1} = \frac{1}{2}t_n + n$

$$P(x) = ax + b$$
$$t_n = P(n) = an + b$$
$$t_{n+1} = P(n+1) = an + a + b$$

نعوض في العبارة التدريجية :

$$t_{n+1} = \frac{1}{2}t_n + n$$
$$an + a + b = \frac{1}{2}(an + b) + n$$
$$an + a + b = \frac{a}{2}n + \frac{b}{2} + n$$
$$an + a + b = \left(\frac{a}{2} + 1\right)n + \frac{b}{2}$$

بالمقارنة :

$$\begin{cases} a = \frac{a}{2} + 1 \\ a + b = \frac{b}{2} \end{cases}$$

من الأولى نجد أن $a = 2$ نعوض في الثانية :

$$b = -4$$

نعوض في عبارة t_n :

$$t_n = an + b = 2n - 4$$

الجواب الصحيح: A

17) المعطيات : متتالية حسابية فيها $u_2 = 12$ و $u_5 = 27$ عندئذٍ قيمة u_{20} :

المرحلة الأولى حساب الأساس :

$$u_5 = u_2 + (5-2)r$$
$$27 = 12 + 3r$$
$$r = 5$$

المرحلة الثانية حساب u_{20} :

$$u_{20} = u_2 + (20-2)r$$
$$u_{20} = 12 + 90 = 102$$

الجواب الصحيح : E

Natheer Tinawy

18) هندسية أساسها $q = 2$ وفيها

$u_1 = -2$

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$
$$u_n = -2\,(2)^{n-1} = -2^1\,2^{n-1} = -2^n$$

الجواب الصحيح: A

19) المعطيات : هندسية أساسها 2

و $u_1 = -2$ عندئذٍ قيمة المجموع :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_8$

$$S = a\frac{1-q^n}{1-q} = -2\frac{1-2^8}{1-2} = -510$$

الجواب الصحيح : C

20) المجموع

$S = 1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^5$:

$$S = 1\frac{1-10^6}{1-10} = \frac{-999\,999}{-9} = 111\,111$$

الجواب الصحيح : B

21) المعطيات f تابع معرف على R و اشتقاقي عليها و يحقق أن :

$f(0) = 0$ ، $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

و $h(x) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ ، $\forall x \in]0, +\infty[$

$$h'(x) = f'(x) + \left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)'$$
$$h'(x) = \frac{1}{1+x^2} + f'\left(\frac{1}{x}\right).\left(\frac{1}{x}\right)'$$
$$h'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$
$$h'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{x^2}{x^2+1}\frac{1}{x^2} = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0$$

و بالتالي $h(x) = c$ ثابت

إذن مهما كانت قيمة x ستكون قيمة $h(x)$ ذاتها فمثلاً لو أخذنا $x = 1$

$$h(x) = h(1) = f(1) + f\left(\frac{1}{1}\right) = 2f(1)$$

$$\lim_{x\to+\infty} h(x) = \lim_{x\to+\infty} 2f(1) = 2f(1)$$

Nathaer Tinawy

(نهاية العدد الثابت تساوي هذا العدد)

الجواب الصحيح : A

22) الجواب B وضوحاً

23) المعطيات $f(x)=\frac{2x^2+1}{x+3}$

بالقسمة الاقليدية نجد :

$$b=-6\ \ ,c=19$$

الجواب الصحيح : D

24) $f(x)=x+\sqrt{|4x^2-1|}$:

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}(1+\frac{\sqrt{|4x^2-1|}}{x})$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{-x\sqrt{\left|4-\frac{1}{x^2}\right|}}{x}\right)$$
$$=-1$$
$$b=\lim_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x+\sqrt{|4x^2-1|}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-|4x^2-1|}{2x-\sqrt{|4x^2-1|}}$$

و في جوار $-\infty$:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{2x-\sqrt{|4x^2-1|}}=0$$

فالمقارب :

$$y=ax+b$$
$$y=-x$$

الجواب الصحيح: A

25) الجواب الصحيح: B وضوحاً

26) إذا علمت أن $sinx\leq x$ أياً يكن $x\geq 0$ في حالة $x\in R$:

مبرهنة : إذا كان $f'(x)\leq g'(x)$ فإن

$$f(x)-f(0)\leq g(x)-g(0)$$

باختيار $g(x)=x\ ,f(x)=sinx$ و بملاحظة أن

Natheer Tinawy

$\cos x \leq 1$

يكون $f(x) - f(0) \leq g(x) - g(0)$

$$sinx - \sin(0) \leq x - 0$$

$$\boxed{sinx \leq x}$$

الآن نختار توابع جديدة :

$$f(x) = -cosx \quad , g(x) = \frac{x^2}{2}$$

باستخدام المبرهنة :

$$f'(x) = sinx \leq g'(x) = x$$

و بالتالي :

$$f(x) - f(0) \leq g(x) - g(0)$$
$$-cosx + 1 \leq \frac{x^2}{2} - 0$$
$$1 - \frac{x^2}{2} \leq cosx$$

الجواب الصحيح: B

27) $f(x) = \frac{1}{x}$ و المطلوب المشتق من المرتبة n :

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$
$$f''(x) = \frac{2}{x^3}$$
$$f'''(x) = -\frac{6}{x^4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^{3+1}}$$
$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$$

الجواب الصحيح: *D*

28) حسب علاقة متوازي الأضلاع:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$$
$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$
$$(A, 1) , (B, -1) , (C, 1)$$

الجواب الصحيح: *D*

Natheer Tinawy

29) و $A(1,2,1)$

$$d: x = 0\ , y = -t\ \ , z = -t + 1\ , t \in R$$

$$\vec{u}_d(0,-1,-1) = \vec{n}$$

$$P: 0(x-1) - 1(y-2) - 1(z-1) = 0$$

$$-y - z + 3 = 0$$

$$y + z - 3 = 0$$

الجواب الصحيح : A

30) المستوي $x + y + z = 1$ و الكرة

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$$

$$r^2 = R^2 - dis^2(A,P)$$

$$r^2 = 6 - \left(\frac{|1+2+1-1|}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$r^2 = 6 - 3 = 3$$

$$r = \sqrt{3}$$

الجواب الصحيح: C

31) لدينا $f'(x) = x$ و $g(x) = f(cosx)$ فحسب قاعدة المشتق المركب :

$$g'(x) = f'(cosx).(cosx)'$$

$$g'(x) = cosx\ (-sinx) = -sinx\ cosx$$

الجواب الصحيح: D

32) الجواب الصحيح : D (حسب غاوس)

33) الجواب الصحيح : D (حل مشترك)

34) المعطيات

$$||\vec{u}|| = 5\ , ||\vec{v}|| = 3\ \ , \vec{u}.\vec{v} = -5$$

$$(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - 3\vec{v}) = \vec{u}^2 - 3\vec{u}\vec{v} + \vec{v}\vec{u} - 3\vec{v}^2 = 25 - 3(-5) + (-5) - 3(9) = 8$$

الجواب الصحيح: B

35) الجواب الصحيح: D و المسألة تحتاج مناقشة (نشاط من الكتاب دون أي تعديل فلا تخف)

36) الجواب الصحيح : E وضوحاً

37) الجواب الصحيح: B (ادرس قابلية الاشتقاق عند الواحد)

38) **الجواب الصحيح : A**

($f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ و لكن حسب دستور مثلثي $\cos^2 x - \sin^2 x = cos2x$)

39) **الجواب الصحيح: E** (حسب التمثيل الهندسي لحدود متتالية – وحدة نهاية متتالية)

40) يمكن الاستبدال :

$$\overrightarrow{JH}\ .\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{(JH)}.\frac{1}{2}\overrightarrow{HG}$$

Natheer Tinawy

و بالاسقاط :

$$\overrightarrow{GH}.\frac{1}{2}\overrightarrow{HG} = -\frac{36}{2} = -18$$

(أو عرف معلماً متجانساً مبدؤه D مثلاً)

$$I(6,3,6)\ ,J(0,6,3), H(0,0,6)\ , F(6,6,6)$$
$$\overrightarrow{JH}\ .\overrightarrow{IF} = (0,-6,3)(0,3,0) = -18$$

الجواب الصحيح: C

41) نضرب المعادلة الثانية بـ -3 :

$$\begin{cases} 3z + 2iz' = -1 \\ -3z + 3z' = 6 + 12i \end{cases}$$

بالجمع :

$$(3 + 2i)z' = 5 + 12i$$
$$z' = \frac{5 + 12i}{3 + 2i} \times \frac{3 - 2i}{3 - 2i} = \frac{15 - 10i + 36i + 24}{13} = \frac{39 + 26i}{13} = 3 + 2i$$

نعوض في الثانية :

$$z - 3 - 2i = -2 - 4i$$
$$z = 1 - 2i$$

الآن :

$$2z' + 3z = 6 + 4i + 3 - 6i = 9 - 2i$$

الجواب الصحيح : B

42) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}} + 2x$

يمكن الحل بالطريقة العامة و لكن سأحل بطريقة أخرى ^^

نلاحظ أن :

$$f(x) - 2x = \frac{2x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$
$$\lim_{x\to-\infty}(f(x) - 2x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{-x\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = -1$$
$$d: y = 2x - 1$$

43) الجواب الصحيح : D (بالتجريب)

44) **الجواب الصحيح:** A لأن المتتاليتين المتجاورتين لهما نفس النهاية و لكون $\lim t_n = 0$ فإن الخيار الوحيد الذي يعطي متتالية تتقارب نحو الصفر هي $s_n = \frac{1}{n+1}$

Natheer Tinawy

45) الجواب الصحيح : E

46) ان المجموعة تمثل الكرة التي $[AB]$ قطراً لها و بالتالي مركزها منتصف $[AB]$

فالجواب الصحيح : A

47) لدينا :

$$P: x-2y+3z-5=0$$
$$Q: x+y+z+1=0$$

بالطرح :

$$-3y++2z-6=0$$
$$3y=2z-6$$
$$\boxed{y=\frac{2}{3}z-2}$$

نعوض في (1) :

$$x-\frac{4}{3}z+4+3z-5=0$$
$$x+\frac{5}{3}z-1=0$$
$$\boxed{x=-\frac{5}{3}z+1}$$
$$M(-\frac{5}{3}z+1\,,\frac{2}{3}z-2\,,z)$$

48) **الجواب الصحيح: E** مثال محلول ص50 ج2

49) $cos\alpha=\frac{a^2-b^2-c^2}{a^2+b^2+c^2}$ حسب الجداء السلمي للشعاعين $\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD'}$

الجواب الصحيح : E

50) :

$$f'(x)=\frac{2}{(-2x+3)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{2}{2\sqrt{2x+3}}+\frac{1}{2x^2\sqrt{x}}+1>0$$

متزايد تماماً على I

الجواب الصحيح : D

Natheer Tinawy

دورة 2024 للفحص النصفي

1- لتكن لدينا المتتالية الهندسية $(u_n)_{n\geq 0}$ وليكن $q=-2$ ، $u_0=3$ عندئذ الحد ذو الدليل n هو:

الحل:

الحد العام للمتتالية الهندسية $u_n=u_0q^n$

أي أن الحد ذو الدليل n هو $u_n=3(-2)^n$

$u_n=-2(3)^n$	e	$u_n=3+2n$	d	$u_n=3(-2)^n$	c	$u_n=3-2n$	b	$u_n=3(2)^n$	a

2- في المتتالية الحسابية $(u_n)_{n\geq 0}$ لدينا $u_{30}=20$ ، $u_{15}=-10$ إن قيمة المجموع:

$S=u_8+u_9+u_{10}+u_{20}+u_{21}+u_{22}$ يساوي:

الحل:

العلاقة بين ثلاث حدود متوالية في المتتالية الحسابية $a+c=2b$

أي أن $u_8+u_{10}=2u_9$

و$u_{20}+u_{22}=2u_{21}$

ومنه يكون المجموع $S=3u_9+3u_{21}$

لدينا $u_{30}-u_{15}=(30-15)r$

أي $30=15r$ وبالتالي $r=2$

$u_{21}-u_{15}=(21-15)r$ أي $u_{21}=6(2)-10=2$

$u_9-u_{15}=(9-15)r$ أي $u_9=-6(2)-10=-22$

وبالتالي $S=3(-22)+3(2)=-60$

60	e	-150	d	-30	c	30	b	-60	a

3- من أجل كل عدد طبيعي إذا علمت أن $x^n-y^n=(x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}y+\cdots+y^{n-1})$ فإن العدد

$3^{30}-2^{10}$ مضاعف للعدد:

الحل:

$$3^{30}-2^{10}=(3^3)^{10}-2^{10}=27^{10}-2^{10}$$
$$3^{30}-2^{10}=(27-2)(27^9+27^8.2+\cdots+2^9)$$
$$3^{30}-2^{10}=25(27^9+27^8.2+\cdots+2^9)$$

10	e	50	d	25	c	100	b	150	a

Nadheer Tinawy

4- لتكن المتتالية المعرفة وفق $u_n = \frac{5^{2n}+2^n}{3^{3n}+1}$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n$ تساوي:

الحل:

$$u_n = \frac{5^{2n}+2^n}{3^{3n}+1} = \frac{5^{2n}\left(1+\frac{2^n}{5^{2n}}\right)}{5^{2n}\left(\frac{3^{3n}}{5^{2n}}+\frac{1}{5^{2n}}\right)} = \frac{1+\left(\frac{2}{25}\right)^n}{\left(\frac{27}{25}\right)^n+\left(\frac{1}{25}\right)^n}$$

$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{25}\right)^n = 0$ لأن $\left(\frac{2}{25}\right)^n$ هندسية أساسها $-1 < q = \frac{2}{25} < 1$

$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{27}{25}\right)^n = +\infty$ لأن $\left(\frac{27}{25}\right)^n$ هندسية أساسها $1 < q = \frac{27}{25}$

$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{25}\right)^n = 0$ لأن $\left(\frac{1}{25}\right)^n$ هندسية أساسها $-1 < q = \frac{1}{25} < 1$

وبالتالي $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1+0}{+\infty+0} = 0$

a	$\frac{25}{27}$	b	$+\infty$	c	$\frac{5}{3}$	d	$\frac{7}{4}$	e	0

5- المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$, $(v_n)_{n\geq 0}$ تحققان $u_{n+1} = \frac{u_n+v_n}{2}$, $v_{n+1} = \frac{u_{n+1}+v_n}{2}$ ولنعرف المتتالية $w_n = v_n - u_n$ عندئذ w_n :

الحل:

$$w_{n+1} = v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{u_{n+1}+v_n}{2} - \frac{u_n+v_n}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{u_{n+1}+v_n-u_n-v_n}{2} = \frac{u_{n+1}-u_n}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{\frac{u_n+v_n}{2}-u_n}{2} = \frac{u_n+v_n-2u_n}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{v_n-u_n}{4} = \frac{1}{4}w_n$$

a	هندسية أساسها 2	b	حسابية أساسها 2	c	هندسية أساسها $\frac{1}{2}$	d	هندسية أساسها $\frac{1}{4}$	e	حسابية أساسها $\frac{1}{2}$

6- المتتالية المتزايدة من بين المتتاليات الأتية هي:

الحل:

المتتالية $v_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$ متناقصة لأن التابع $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ متناقص تماماً لأن

$$f' = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} < 0$$

المتتالية $u_n = \frac{n+2}{2n+5}$ متزايدة تماماً لأن التابع $g(x) = \frac{x+2}{2x+5}$ متزايد تماماً لأن $g'(x) = \frac{1}{(2x+5)^2} > 0$

المتتالية $w_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$ متناقصة تماماً لأن $\frac{w_{n+1}}{w_n} = \frac{2}{5} < 1$

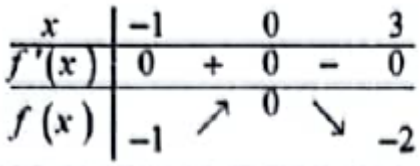
المتتالية $\begin{pmatrix} s_{n+1} = -3s_n \\ s_0 = -2 \end{pmatrix}$ غير مطردة لأنها هندسية أساسها $q = -3 < 0$

المتتالية $\begin{pmatrix} t_{n+1} = t_n - 2 \\ t_0 = 3 \end{pmatrix}$ متناقصة تماماً لأن $t_{n+1} - t_n = -2 < 0$

a	$v_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$	b	$u_n = \frac{n+2}{2n+5}$	c	$w_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$	d	$\begin{matrix} s_{n+1} = -3s_n \\ s_0 = -2 \end{matrix}$	e	$\begin{matrix} t_{n+1} = t_n - 2 \\ t_0 = 3 \end{matrix}$

Nadheer Tinawy

7- ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $[-1,3]$ وفق جدول تغيراته



إن $f([-1,3])$

الحل:

$$f([-1,3]) = f([-1,0]) \cup f([0,3])$$
$$f([-1,3]) = [-1,0] \cup [-2,0]$$
$$f([-1,3]) = [-2,0]$$

a	$[-2,-1]$	b	$[-1,3]$	c	$[-1,0]$	d	$[-2,0]$	e	$[0,3]$

8- نرمز إلى القضية $n > n+1$ بالرمز $E(n)$ أياً كانت $n \in E$ إذا كانت $E(n)$ صحيحة عند قيمة للعدد n كانت:

الحل:

إذا كانت $E(n)$ صحيحة أي أن $n > n+1$ صحيحة

وبالتالي $(n)+1 > (n+1)+1$ صحيحة

أي أن $n+1 > n+2$ صحيحة

أي أن $E(n+1)$ صحيحة

a	$E(n+1)$ غير صحيحة	b	$E(n+1)$ صحيحة	c	$E(n+1)$ صحيحة من أجل بعض قيم n	d	$E(n)$ صحيحة أياً كانت $n \in N$	e	$E(n)$ صحيحة لأجل الأعداد الفردية فقط

9- المتتاليتان $(x_n)_{n\geq 0}$, $(y_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان إذا كانت $x_n = \frac{n+1}{n+2}$ فإن y_n تعطى بالعلاقة:

الحل:

بما أن المتتاليتان x_n , y_n متجاورتان فهما مختلفتان بجهة الاطراد ولهما النهاية ذاتها

بما أن $\lim_{n\to+\infty} x_n = 1$ فإن نهاية المتتالية y_n يجب أن تساوي الواحد

وبما أن $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n}{n+1} = 2$ و $\lim_{n\to+\infty} 3\times 2^n = +\infty$ و $\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{n+5} = 3$

فإن y_n ليست أياً من المتتاليات $\frac{2n}{n+1}$ و 3×2^n و $\frac{3n}{n+5}$

وبما أن المتتالية x_n متزايدة تماماً لأن التابع $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ متزايدة تماماً لأن $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0$

أي يجب أن تكون المتتالية y_n متناقصة تماماً

بما أن المتتالية $\frac{2n+1}{2n-1}$ متناقصة تماماً لأن التابع $g(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ متناقص تماماً لأن

$$g'(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2} < 0$$

أي أن y_n تعطى بالعلاقة: $y_n = \frac{2n+1}{2n-1}$

a	$y_n = \frac{2n+1}{2n-1}$	b	$y_n = \frac{2n}{n+1}$	c	$y_n = \frac{2n-1}{2n+1}$	d	$y_n = 3\times 2^n$	e	$y_n = \frac{3n}{n+5}$

10- عند إثبات صحة متراجحة برنولي بالتدريج $(1+x)^n \geq 1+nx$ من أجل $x > -1$ نجد أن

العلاقة الصحيحة للوصول الى المطلوب هي: $(1+x)(1+nx) = 1+(n+1)x+nx^2$

الحل:

$$(1+x)^{n+1} = (1+x)(1+x)^n \geq (1+x)(1+nx)$$

Natheer Tinawy

$$(1+x)^{n+1} \geq (1+x)(1+nx) = 1+(n+1)x+nx^2 \geq 1+(n+1)x$$

$(1+nx) \geq 1+(n+1)x$	c	$(1+x)^n \geq 1+(n+1)x$	b	$(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$	a
$(1+x)^{n+1} \leq 1+nx^2$			e	$(1+x)^{n+1} \leq 1+(n+1)x$	d

11-إذا علمت أن $i^2=-1$ فإن $Z=1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{11}+i^{12}$

الحل:

المجموع $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{11}+i^{12}$ هو مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول 1 وأساسها i

وعدد الحدود 13

$$Z=a.\frac{1-q^n}{1-q}=\frac{1-i^{13}}{1-i}$$

$$Z=\frac{1-i.i^{12}}{1-i}=\frac{1-i.(i^2)^6}{1-i}$$

$$Z=\frac{1-i.(-1)^6}{1-i}=\frac{1-i}{1-i}=1$$

0	e	$-i$	d	$+i$	c	$+1$	b	-1	a

12-إذا كان $z=\frac{1}{3+4i}$ فإن $Re\left(\frac{1}{z}\right)$ يساوي:

الحل:

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{\frac{1}{3+4i}}=3+4i=Re\left(\frac{1}{z}\right)+i\ lm\left(\frac{1}{z}\right)$$

أي أن $Re\left(\frac{1}{z}\right)=3$

3	e	$\frac{1}{3}$	d	$\frac{1}{25}$	c	$\frac{3}{25}$	b	$\frac{4}{25}$	a

13-ليكن العدد العقدي $z=\frac{1}{\sin x+i\cos x}$ فإن z^5 يساوي:

الحل:

$$z=\frac{1}{\sin x+i\cos x}=\frac{-i^2}{-i^2\sin x+i\cos x}=\frac{-i}{-i\sin x+\cos x}=\frac{-i}{\cos x+i\sin x}$$

$$z=\frac{-i}{\cos(-x)+i\sin(-x)}=\frac{-i}{e^{-ix}}=-ie^{ix}$$

وبالتالي

$$z^5=\left(-ie^{ix}\right)^5=(-i)^5e^{5ix}=-i(i)^4e^{5ix}=-ie^{5ix}$$

$-ie^{-5xi}$	e	ie^{-5xi}	d	$-ie^{5xi}$	c	e^{5xi}	b	e^{-5xi}	a

14-العدد العقدي $z=\frac{i-i^{2024}}{1+i}$ يساوي:

الحل:

$$z=\frac{(i-i^{2024})}{1+i}=\frac{i-(i^2)^{1012}}{1+i}=\frac{i-(-1)^{1012}}{1+i}=\frac{i-1}{1+i}=\frac{i+i^2}{1+i}=\frac{i(1+i)}{1+i}=i$$

0	e	-1	d	$+1$	c	$-i$	b	i	a

Natheer Tinawi

15-نعرف المتتالية $(u_0 = 2\ , u_1 = 3\ , u_{n+2} = 7u_{n+1} - 10u_n)$ والمتتالية $v_n = u_{n+1} - 5u_n$ إن المتتالية v_n هي:

الحل:

$$v_{n+1} = u_{n+2} - 5u_{n+1} = 7u_{n+1} - 10u_n - 5u_{n+1} = 2u_{n+1} - 10u_n = 2(u_{n+1} - 5u_n) = 2v_n$$

a	حسابية أساسها 5	b	حسابية أساسها 2	c	هندسية أساسها 5	d	هندسية أساسها 2	e	ليست حسابية وليست هندسية

16-لدينا $z = \frac{ie^{-\frac{\pi}{3}i}}{1+i}$ زاوية هذا العد العقدي $\arg(z)$ تساوي:

الحل:

$$z = \frac{ie^{-\frac{\pi}{3}i}}{1+i} = \frac{e^{\frac{\pi}{2}i}e^{-\frac{\pi}{3}i}}{\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)i} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{12}i}$$

أي أن $\arg(z) = -\frac{\pi}{12}$

a	$\frac{11\pi}{12}$	b	$\frac{\pi}{12}$	c	$-\frac{\pi}{12}$	d	$\frac{7\pi}{12}$	e	$\frac{5\pi}{12}$

17-ليكن العددان العقديان $z = x + yi\ , a = \alpha + \beta i$ حيث α, β, x, y أعداد حقيقية تحقق العلاقة $z^2 - a^2 = (\bar{z})^2 - (\bar{a})^2$ فإذا كانت $\alpha.\beta = 0$ فإن مجموعة النقاط $M(x.y)$ تمثل:

الحل:

$$z^2 - a^2 = (\bar{z})^2 - (\bar{a})^2$$
$$z^2 - (\bar{z})^2 = a^2 - (\bar{a})^2$$
$$(z + \bar{z})(z - \bar{z}) = (a + \bar{a})(a - \bar{a})$$
$$(x + iy + x - iy)(x + iy - x + iy) = (\alpha + i\beta + \alpha - o\beta)(\alpha + i\beta - \alpha + i\beta)$$
$$(2x)(2iy) = (2\alpha)(2i\beta)$$
$$4xyi = 4\alpha\beta i$$
$$xy = \alpha\beta$$
$$xy = 0$$

إما $x = 0$ (محور التراتيب)

أو $y = 0$ (محور الفواصل)

a	قطعاً مكافئاً	b	قطعاً زائداً	c	اجتماع المحورين الإحداثيين	d	منصف الربع الأول	e	منصف الربع الثالث

18-ليكن العددان العقديان $z_1 = 1 + 2i\ , z_2 = 2 + i$ عندئذ $lm(z_1.\bar{z}_2)$ يساوي:

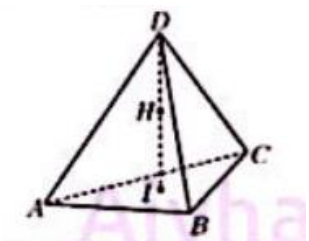
الحل:

$$z_1.\bar{z}_2 = (1 + 2i)(2 - i) = 2 - i + 4i + 2 = 4 + 3i$$

a	-3	b	4	c	3	d	-4	e	5

19-$ABCD$ رباعي وجوه I مركز ثقل المثلث ABC, H مركز أبعاد المتناسبة للنقاط $(D, \alpha), (C, 1), (B, 1), (A, 1)$.

فإن قيمة α التي تجعل H منتصف $[ID]$ هي:



Nadheer Tinawy

الحل:

I مركز ثقل المثلث ABC أي أن $(I,3)$ مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,1),(C,1)$ وبالتالي

لتكون H منتصف $[ID]$ يجب أن تكون مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المثقلتين $(I,3),(D,3)$.

a	1	b	2	c	3	d	-2	e	-3

20-المستويان P,Q معادلتهما $P: x+2y=4$, $Q; x-y=1$ عندئذ التمثيل الوسيطي للفصل المشترك لهما:

بطرح المعادلتين $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=1 \end{cases}$ نجد $3y=3$ أي $y=1$ نعوض فنجد $x=2$ يبقى المجهول $z=t$ فتكون

المعادلات الوسيطية للفصل المشترك هي $d: \begin{cases} x=2 \\ y=1 : t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

a	$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$	b	$\begin{cases} x=2t \\ y=t : t\in\mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$	c	$\begin{cases} x=t \\ y=2t : t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$	d	$\begin{cases} x=1 \\ y=2 : t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$	e	$\begin{cases} x=2 \\ y=1 : t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

21-المعادلات الثلاث $P_3: 3x+y=4$, $P_2: 2x-y=1$, $P_1: x+2y+z=5$ تمثل ثلاث مستويات:

بجمع المعادلتين $\begin{cases} P_3: 3x+y=4 \\ P_2: 2x-y=1 \end{cases}$ نجد $5x=5$ أي $x=1$ نعوض فنجد $y=1$ في المعادلة P_1

فنجد $z=2$, أي من المستويات الثلاث تتقاطع بنقطة واحدة هي $(1,1,2)$

a	متوازية	b	متقاطعة بنقطة واحدة	c	متقاطعة بفصل مشترك	d	متعامدة	e	لا تشترك بأي نقطة

22-$P: x+y-z+2=0$ معادلة للمستوي المحوري للقطة المستقيمة $[IJ]$ حيث $I(2,0,1)$ عندئذ

إحداثيات J هي:

الحل:

المعادلات الوسيطية للمستقيم Δ العمودي على المستوي P ويمر بالنقطة I هي: $\Delta: \begin{cases} x=t+2 \\ y=t \\ z=-t+1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$

فتكون نقطة تقاطع Δ مع المستوي P :

$t+2+t+t-1+2=0$ أي أن $t=-1$ وبالتالي نقطة التقاطع هي $I'(1,-1,2)$

وJ هي نظيرة Iبالنسبة الى I'

$$J(2x_{I'}-x_{I'}, 2y_{I'}-y_I, 2z_{I'}, -z_I)$$
$$J(2(1)-2, 2(-1)-0, 2(2)-1)$$
$$J(0,-2,3)$$

a	$(3,4,1)$	b	$(0,-1,3)$	c	$(,12,3)$	d	$(1,1,2)$	e	$(0,2,-1)$

23-A,B نقطتان مختلفتان بالفراغ، عندئذ مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $MA=4MB$ هي:

الحل:

العلاقة $MA=4MB$ تكافئ $MA^2=16MB^2$

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2=16((x-x_B)^2+(y-y_B)^2+(z-z_B)^2)$$
$$x^2-2xx_A+x_A^2+y^2-2yy_A+y_A^2+z^2-2zz_A+z_A^2=16(x^2-2xx_B+x_B^2+y^2-2yy_B+y_B^2+z^2-2zz_B+z_B^2)$$
$$15x^2-2x(16x_B-x_A)+(16x_B^2-x_A^2)+15y^2-2y(16y_B-y_A)+(16y_B^2-y_A^2)+15z^2-2z(16z_B-z_A)+(16z_B^2-z_A^2)$$
$$x^2-2x\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)+\left(\frac{16x_B^2-x_A^2}{15}\right)+y^2-2y\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)+\left(\frac{16y_B^2-y_A^2}{15}\right)+z^2-2z\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)+\left(\frac{16z_B^2-z_A^2}{15}\right)=0$$

Natheer Tinawy

$$x^2-2x\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)+\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)^2-\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16x_B^2-x_A^2}{15}\right)$$
$$+y^2-2y\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)+\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)^2-\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16y_B^2-y_A^2}{15}\right)$$
$$+z^2-2z\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)+\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)^2-\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16z_B^2-z_A^2}{15}\right)=0$$
$$\left(x-\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)\right)^2-\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16x_B^2-x_A^2}{15}\right)$$
$$+\left(y-\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)\right)^2-\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16y_B^2-y_A^2}{15}\right)$$
$$+\left(z-\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)\right)^2-\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)^2+\left(\frac{16z_B^2-z_A^2}{15}\right)=0$$
$$\left(x-\left(\frac{16x_B-x_A}{15}\right)\right)^2+\left(y-\left(\frac{16y_B-y_A}{15}\right)\right)^2+\left(z-\left(\frac{16z_B-z_A}{15}\right)\right)^2=\frac{16(x_B-x_A)^2}{225}+\frac{16(y_B+y_A)^2}{225}+\frac{16(z_B-z_A)^2}{225}>0$$

فهي تمثل معادلة الكرة

a	نقطة وحيدة	b	مجموعة خالية	c	المستوي المحوري لـ$[AB]$	d	مستقيم	e	كرة

24- نتأمل ثلاث نقاط A,B,C من الفراغ وعدداً حقيقياً a من المجال $[-1,+1]$ نرمز بـ G_k إلى مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,a),(B,1+a^2),(C,-a)$ فإن $\overrightarrow{BG_k}$ تساوي:

الحل:

بما أن G_k الى مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,a),(B,1+a^2),(C,-a)$ فإن

$$a\overrightarrow{AG_k}+(1+a^2)\overrightarrow{BG_k}-a\overrightarrow{CG_k}=\vec{0}$$
$$(1+a^2)\overrightarrow{BG_k}=-a\overrightarrow{AG_k}+a\overrightarrow{CG_k}$$
$$(1+a^2)\overrightarrow{BG_k}=-a\left(\overrightarrow{AG_k}-\overrightarrow{CG_k}\right)$$
$$(1+a^2)\overrightarrow{BG_k}=-a\left(\overrightarrow{AG_k}+\overrightarrow{G_kC}\right)$$
$$(1+a^2)\overrightarrow{BG_k}=-a\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{BG_k}=\frac{-a}{1+a^2}\overrightarrow{AC}$$

a	$\frac{a}{1+a^2}\overrightarrow{AC}$	b	$\frac{-a}{1+a^2}\overrightarrow{AC}$	c	$\frac{1-a}{1+a^2}\overrightarrow{AC}$	d	$\frac{a-1}{1+a^2}\overrightarrow{AC}$	e	$\frac{1+a^2}{a}\overrightarrow{AC}$

25- في معلم متجانس $(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$ معادلة المستوي (ABC) هي:

الحل:

تعطى معادلة المستوي (ABC) في المعلم المتجانس $\left(O;\frac{1}{a}\overrightarrow{OA},\frac{1}{b}\overrightarrow{OB},\frac{1}{c}\overrightarrow{OC}\right)$ بالشكل $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

وبالتالي معادلة المستوي (ABC) في المعلم المتجانس $(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$ بالشكل $x+y+z=1$

$$(ABC):x+y+z-1=0$$

a	$x+y+z=0$	b	$x+y+z-1=0$	c	$x+y+z+1=0$	d	$x-y-z=0$	e	$-x-y+z=0$

26- مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ من الفراغ التي تحقق إحداثياتها العلاقتين $x^2+z^2-\frac{9}{16}y^2=0$, $0\le y\le 4$ تمثل:

الحل:

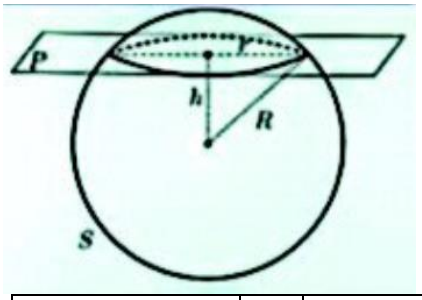
العلاقتين $x^2+z^2-\frac{r^2}{h^2}y^2=0$, $a\le y\le b$ تمثلان معادلة مخروط محوره $(O,\vec{j})$ ورأسه $A(0,a,0)$ وارتفاعه $h=b-a$ ومركز قاعدته $B(0,b,0)$ ونصف قطرها r

وبالتالي العلاقتين $x^2+z^2-\frac{9}{16}y^2=0$, $0\le y\le 4$ تمثلان معادلة مخروط محوره $(O,\vec{j})$ ورأسه $O(,0,0,0)$ وارتفاعه $h=4$ ومركز قاعدته $B(0,4,0)$ ونصف قطرها $r=3$

مخروط رأسه O ومحوره $(O,\vec{k})$	e	مخروط محوره O ومحوره $(O,\vec{i})$	d	مخروط رأسه O ومحوره $(O,\vec{j})$	c	أسطوانة محورها $(O,\vec{j})$	b	أسطوانة محورها $(O,\vec{i})$	a

27- ليكن لدينا الكرة S التي مركزها $(1,0,1)$ ونصف قطرها R والمستوي $P: 2x+y-2z=12$ إذا تقاطع S و P هو دائرة نصف قطرها $r=3$ إن R يساوي:

الحل:



لدينا $h=dist(A,P)=\frac{|2(1)+(0)-2(1)-12|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{|-12|}{\sqrt{9}}=\frac{12}{3}=4$

وبالتالي حسب مبرهنة فيثاغورث نجد:

$R^2=h^2+r^2=16+9=25$

بالتالي $R=5$

$3\sqrt{2}$	e	4	d	5	c	3	b	$2\sqrt{3}$	a

28- المستقيمان L و L' معرفان وسيطياً وفق الآتي $L\begin{cases}x=\lambda\\y=\lambda-1\\z=1\end{cases}$, $\lambda\in\mathbb{R}$, $L'\begin{cases}x=t+1\\y=1\\z=t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

إن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين L , L' هي:

الحل:

$t+1=\lambda(1)$

بالحل المشترك لجملة المعادلات $1=\lambda-1(2)$ من (2) نجد $\lambda=2$ ومن (3) نجد $t=1$

$t=1\ (3)$

للتأكد نعوض في (1) فنجد $1+1=2$ محققة

لإيجاد نقطة التقاطع نعوض $\lambda=2$ في المعادلات الوسيطية للمستقيم L

أو نعوض $t=1$ في المعادلات الوسيطية للمستقيم L'

فنجد نقطة التقاطع $(2,1,1)$

$(2,1,1)$	e	$(1,2,1)$	d	$(-1,-1,2)$	c	$(1,1,2)$	b	$(2,-1,1)$	a

29- التابع f معرف على $R\setminus\{-2\}$ وفق $f(x)=\frac{x-5}{x+2}$ إن أصغر قيمة للعدد الحقيقي A الذي يحقق الشرط:

"إذا كان $x>A$ كان $f(x)\in]0.98,1.02[$" هي:

الحل:

$f(x)\in]0.98,1.02[$

$0.98<f(x)<1.02$

$0.98-1<f(x)-1<1.02-1$

$-0.02<f(x)-1<0.02$

$|f(x)-1|<0.02$

$\left|\frac{x-5}{x+2}-1\right|<\frac{2}{100}$

Natheer Tinawy

$$\frac{7}{x+2} < \frac{1}{50}$$
$$350 < x+2$$
$$x > 348$$

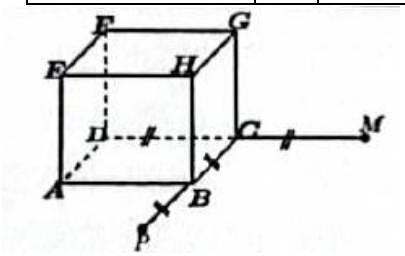
وبالتالي $A = 348$

349	e	348	d	345	c	350	b	48	a

30- $ABCDEFGH$ مكعب، النقطتان P , M تحققان $DC = CM = PB$

المستوي (HMP) يقطع الحرف $[AE]$ في النقطة K .

إن $\overrightarrow{EK}$ يساوي:



الحل:

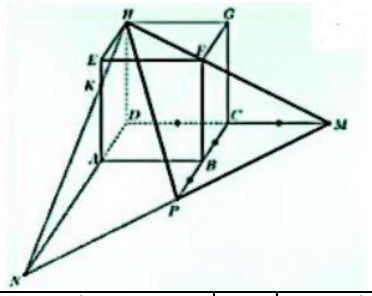
لدينا التناسب $\frac{CP}{DN} = \frac{MC}{MD} = \frac{1}{2}$ أي أن $DN = 2CP = 4CB = 4DA$

ومنه $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DN}$ أي أن $\overrightarrow{NA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ND}$

من التناسب $\frac{AK}{DH} = \frac{NA}{NA} = \frac{3}{4}$

أي أن $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$

ومنه يكون $\overrightarrow{EK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EA}$



$\frac{1}{4}\overrightarrow{MP}$	e	$\frac{1}{2}\overrightarrow{MP}$	d	$\frac{1}{2}\overrightarrow{EA}$	c	$\frac{1}{3}\overrightarrow{EA}$	b	$\frac{1}{4}\overrightarrow{EA}$	a

يمكن حل السؤال 30 بفرض معلم والمتابعة لإيجاد العلاقة بين الشعاعين

31- C_f الخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ عندئذ C_f يقبل مماساً أفقياً وحيداً إذا كان:

الحل:

يقبل C_f مماساً أفقياً وحيداً إذا كان للمعادلة $f'(x) = 0$ حل وحيد

أي أن للمعادلة $3ax^2 + 2bx + c = 0$ حل وحيد

$$\Delta = (2b)^2 - 4(3a)(c) = 4b^2 - 12ac$$

يكون لها حل وحيد عندنا $\Delta = 0$

$b^2 - 3ac = 0$ وتكافئ $4b^2 - 12ac = 0$

$b^2 - ac = 0$	e	$b^2 - 2ac = 0$	d	$b^2 - 4ac = 0$	c	$b^2 - 3ac = 0$	b	$b^2 - 5ac = 0$	a

32- التابع f معرف على $I =]1,2[$ ومعطى بالعلاقة $f(x) = -2x^2 + 4x + \sqrt{-2x^2 + 4x} - \frac{1}{-2x^2+4x}$ هو تابع:

الحل:

التابع f يكتب بالشكل $f(x) = (goh)(x)$ حيث $g(x) = x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ و $h(x) = -2x^2 + 4x$

لدينا $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} > 0$ أي أن التابع g متزايد تماماً على I

ولدينا $h'(x) = -4x + 4 < 0$ على المجال $I =]1,2[$ أي أن التابع h متناقص تماماً على I

Nathmeer Tinawy

وبالتالي التابع f متناقص تماماً على I لأنه تركيب تابعين مختلفين بجهة الاطراد

a	متناقص تماماً على I	b	متزايد تماماً على I	c	غير مطرد على I	d	فردي	e	زوجي

33-التابع f يحقق $|f(x)+3| \le \frac{x^2+E(x)}{x^2+1}$ عندئذ نهاية التابع f عند $+\infty$:

الحل:

لدينا $x \le E(x) < x+1$ ومنه

$$x^2+x \le x^2+E(x) < x^2+x+1$$
$$\frac{x^2+x}{x^2+1} \le \frac{x^2+E(x)}{x^2+1} < \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+x}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+x+1}{x^2+1} = 1$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+E(x)}{x^2+1} = 1$

وفي هذه الحالة لا يمكن معرفة نهاية التابع f عند $+\infty$

a	3	b	-3	c	$+\infty$	d	$-\infty$	e	لا يمكن معرفتها

34-مشتق التابع f هو $f'(x) = \frac{-2x}{3x^2-x+1}$ نعرف التابع g بالشكل $g(x) = f(\sqrt{x})$ كان المشتق $g'(x)$ يساوي:

الحل:

$$g'(x) = \left(f(\sqrt{x})\right)' = (\sqrt{x})'.f'(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.\frac{(-2\sqrt{x})}{3x-\sqrt{x}+1} = \frac{-1}{3x-\sqrt{x}+1}$$

a	$\frac{-2x}{3x^2-x+1} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$	b	$\frac{-2}{-3x-\sqrt{x}+1}$	c	$\frac{-1}{3x-\sqrt{x}+1}$	d	$\frac{-2x}{3\sqrt{x}+1}$	e	$\frac{-2\sqrt{x}}{3x-\sqrt{x}+1}$

35-إذا كان التابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{1+\sin x+3\cos^2 x} - 2$ كان $f'(x)$ يساوي:

الحل:

$$f'(x) = \frac{\cos x - 6\cos x \sin x}{2\sqrt{1+\sin x+3\cos^2 x}}$$
$$f'(0) = \frac{\cos 0 - 6\cos 0 \sin 0}{2\sqrt{1+\sin 0+3\cos^2 0}} = \frac{1-6(1)(0)}{2\sqrt{1+0+3}} = \frac{1}{4}$$

a	0	b	1	c	$\frac{1}{4}$	d	-2	e	غير موجودة

36-لتكن $(u_n)_{n\ge0}$ متتالية معرفة وفق $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}$ إن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ يساوي:

الحل:

نثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى بالعدد 1 أي أن $u_n < u_{n+1} < 1$

-نثبت صحة العلاقة من أجل $n=0$: $u_0 = \frac{1}{2} < u_n = \sqrt{\frac{1+u_0}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$ محققة

-نفرض صحة العلاقة من أجل n : $u_n < u_{n+1} < 1$ محققة

-نثبت صحة العلاقة من أجل $n+1$: $u_{n+1} < u_{n+2} < 1$؟

Nadheer Tinawy

التابع $f'(x)=\sqrt{\frac{1+x}{2}}$ $f'(x)=\frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{\frac{1+x}{2}}}=\frac{1}{4\sqrt{\frac{1+x}{2}}}>0$ متزايد تماماً لأن

من الفرض $u_{n+1}>u_n$ $1>u_{n+1}>u_n$ وبما أن التابع f متزايد تماماً فإن $f(1)>f(n_{n+1})>f(u_n)$

أي $1>u_{n+2}>u_{n+1}$

وبما أن المتتالية u_n متزايدة ومحدودة المجال من الأعلى فهي متقاربة ونهايتها هي حل المعادلة

$$f(x)=0$$

$$\sqrt{\frac{1+x}{2}}=x \text{ بشرط } x\geq 0$$

بالتربيع نجد $\frac{1+x}{2}=x^2$ وتكافئ $2x^2-x-1=0$

$$\Delta=b^2-4ac=1-4(2)(-1)=9$$

$x_1=\frac{1+3}{4}=1>0$ مقبول و $x_2=\frac{1-3}{4}=-\frac{1}{2}<0$ مرفوض

$\frac{1}{\sqrt{2}}$	e	1	d	$+\infty$	c	$\frac{1}{2}$	b	0	a

37- التابع f معرف وفق $f(x)=\begin{cases}ax^2+2x+2: x<1\\ 8x+b \quad\quad : x\geq 1\end{cases}$ ويقبل الاشتقاق على R عندئذ:

الحل:

بما أن f اشتقاقي على R فهو مستمر على R فهو يحقق العلاقتين:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$$

$$f'(1^+)=f'(1^-) \quad \text{و} \quad a+2+2=8+b$$

$$2a+2=8 \quad \text{و} \quad a-b=4$$

$$2a=6 \quad \text{و} \quad b=a-4$$

$$a=3 \quad \text{و} \quad b=a-4$$

$$a=3 \quad \text{و} \quad b=-1$$

$a=-1,b=1$	e	$a=1,b=2$	d	$a=2,b=1$	c	$a=3,b=-1$	b	$a=3,b=1$	a

38- إذا علمت أن $x-\frac{x^3}{6}\leq \sin x\leq x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}$ أياً كانت $x>0$ فإن $\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x}$

الحل:

$$x-\frac{x^3}{6}\leq \sin x\leq x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}$$

$$-x+\frac{x^3}{6}-\frac{x^5}{120}\leq -\sin x\leq -x+\frac{x^3}{6}$$

$$\frac{x^3}{6}-\frac{x^5}{120}\leq x-\sin x\leq \frac{x^3}{6}$$

$$\frac{1}{6}-\frac{x^2}{120}\leq \frac{x-\sin x}{x^3}\leq \frac{1}{6}$$

بما أن $\lim_{x\to 0}\frac{1}{6}-\frac{x^2}{120}=\frac{1}{6}$

فإن $\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}=\frac{1}{6}$ حسب مبرهنة الإحاطة

$+\infty$	e	$\frac{1}{6}$	d	$\frac{1}{2}$	c	$\frac{1}{3}$	b	0	a

39- المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$ ، $(v_n)_{n\geq 0}$ تحققان $u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+\frac{2}{u_n}\right)$ ، $v_n=\frac{u_{n+1}-\sqrt{2}}{u_{n+1}+\sqrt{2}}$ إن:

Natheer Tinawy

الحل:

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+2}-\sqrt{2}}{u_{n+2}+\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{2}\left(u_{n+1}+\frac{2}{u_{n+1}}\right)-\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\left(u_{n+1}+\frac{2}{u_{n+1}}\right)+\sqrt{2}}=\frac{\frac{u_{n+1}}{2}+\frac{1}{u_{n+1}}-\sqrt{2}}{\frac{u_{n+1}}{2}+\frac{1}{u_{n+1}}+\sqrt{2}}=\frac{\frac{u_{n+1}^2+2-2\sqrt{2}u_{n+1}}{2u_{n+1}}}{\frac{u_{n+1}^2+2+2\sqrt{2}u_{n+1}}{2u_{n+1}}}$$

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+1}^2-2\sqrt{2}u_{n+1}+2}{u_{n+1}^2+2\sqrt{2}u_{n+1}+2}=\frac{\left(u_{n+1}-\sqrt{2}\right)^2}{\left(u_{n+1}+\sqrt{2}\right)^2}=\left(\frac{u_{n+1}-\sqrt{2}}{u_{n+1}+\sqrt{2}}\right)^2=v_n^2$$

$v_{n+1}=v_n^2$	e	$v_{n+1}=v_n$	d	$v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$	c	$v_{n+1}=v_n^3$	b	$v_{n+1}=2v_n$	a

40-ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=x^2$ ولتكن $A\left(u,f(u)\right)$, $B\left(v,f(v)\right)$ نقطتان من الخط C حيث $u\neq v$ ولتكن النقطة D من الخط C فاصلتها $\frac{v+u}{2}$ فإن ميل المماس T المار من D للخط C والموازي للمستقيم (AB) يساوي:

الحل:

بما أن المماس T يوازي المستقيم (AB)

وبالتالي ميل المماس T يساوي يمل المستقيم (AB)

ميل المستقيم (AB): $m_{(AB)}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{f(u)-f(v)}{u-v}=\frac{u^2-v^2}{u-v}=\frac{(u+v)(u-v)}{u-v}=u+v$

وبالتالي ميل المماس T يساوي $u+v$

$\frac{u+v}{2}$	e	$u-v$	d	$2v$	c	$2u$	b	$u+v$	a

انتهت الحلول

Natheer Tinawy

مسائل مركبة

المسألة الأولى :

ليكن f التابع المعرف وفق $f(x)=\frac{1}{x(1-lnx)}$ و المطلوب :

1- مجموعة تعريف التابع f هي :

a	$R\backslash\{0,e\}$	b	$]0,+\infty[$
c	$]e,+\infty[$	d	$]0,e[\cup]e,+\infty[$

2- نهاية f عند $+\infty$ تساوي :

a	1	b	e	c	0	d	$-\infty$

3- نهاية f عندما يسعى المتحول x إلى e بقيم أكبر :

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	1	d	e

4- نهاية f عندما يسعى المتحول x إلى e بقيم أصغر

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	1	d	e

5- نهاية f عندما يسعى المتحول x إلى الصفر

a	$-\infty$	b	$+\infty$	c	1	d	e

6- مشتق التابع f يعطى بالصيغة :

a	$\frac{lnx}{x^2(1-lnx)^2}$	b	$\frac{1}{lnx}$	c	$-\frac{lnx}{x(1-lnx)}$	d	$\frac{-lnx}{x^2(1-lnx)^2}$

7- حل المعادلة $f'(x)=0$ هو :

a	1	b	-1	c	e	d	لا يوجد حلول

8- جدول تغيرات التابع f هو :

a

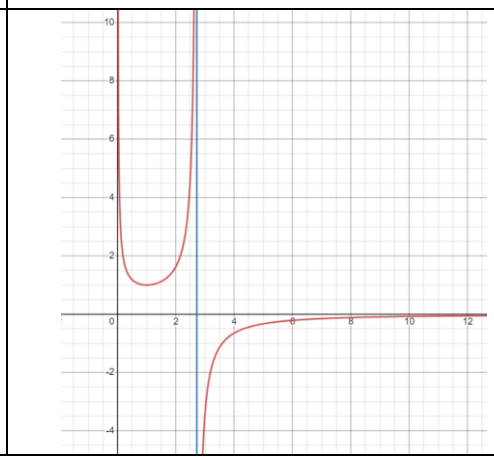
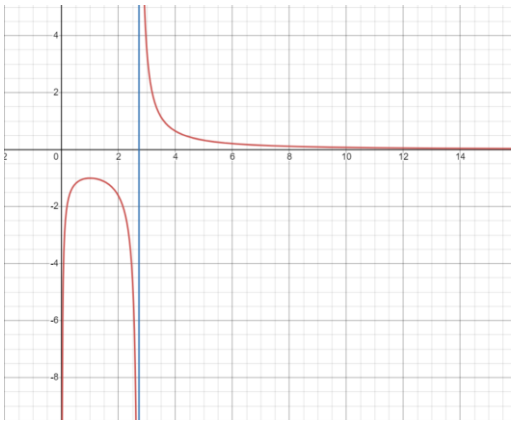
x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

b

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

Natheer Tinawy

9- الخط البياني للتابع f

a	b
	

10-إذا كان F تابعاً أصلياً للتابع f عندئذٍ

a		b		c		d	
$-\ln\lvert 1-lnx\rvert$		$\ln\lvert 1-lnx\rvert$		$\ln\lvert lnx\rvert$		$\ln\lvert lnx-1\rvert$	

11-مساحة السطح المحصور بين C_f والمستقيمان $x=e^2, x=e^3$ تساوي :

a		b		c		d	
$ln2$		$ln3$		2		$-ln2$	

12-الخط البياني C' للتابع g المعرف وفق $g(x)=\frac{1}{x(lnx-1)}$:

a	نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل	b	نظير C_f بالنسبة لمحور التراتيب
c	نظير C_f بالنسبة للمبدأ	d	نظير C_f بالنسبة لمنصف الربع الأول

الإجابات

1	D	7	A
2	C	8	B
3	A	9	A
4	B	10	A
5	B	11	A
6	A	12	A

المسألة الثانية :

أولاً : ليكن a عدداً حقيقياً و نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بشرط البدء $u_1=a$ و العلاقة التدريجية

$$u_{n+1}=\frac{4}{10}-\frac{3}{10}u_n$$

و نضع $v_n=13u_n-4$, من أجل كل $n\geq 1$

1- المتتالية v_n :

a		b		c		d	
هندسية أساسها $\frac{-3}{10}$		هندسية أساسها $\frac{3}{10}$		هندسية أساسها 13		هندسية أساسها $\frac{4}{10}$	

2- الحد v_n بدلالة n, a يكتب بالشكل :

$(13a-4)\left(\frac{3}{10}\right)^n$	d	$(13a-4)\left(-\frac{3}{10}\right)^n$	c	$(13a-4)\left(\frac{3}{10}\right)^{n-1}$	b	$(13a-4)\left(-\frac{3}{10}\right)^{n-1}$	a

3- الحد u_n بدلالة n, a يُكتب بالشكل :

$\frac{1}{13}\left[(13a-4)\left(\frac{3}{10}\right)^{n-1}+4\right]$	b	$\frac{1}{13}\left[(13a-4)\left(-\frac{3}{10}\right)^{n-1}+4\right]$	a
$\frac{1}{13}\left[(13a-4)\left(\frac{3}{10}\right)^{n}+4\right]$	d	$\frac{1}{13}\left[(13a-4)\left(-\frac{3}{10}\right)^{n}+4\right]$	c

4- نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ هي :

$\frac{13a-4}{13}$	d	0	c	$-\frac{4}{13}$	b	$\frac{4}{13}$	a

ثانياً: غالباً ما ينسى مدرس الرياضيات مفتاح غرفة الصف . أياً كانت $n \geq 1$ نرمز بالرمز A_n للحدث الدال على أن المدرس نسي المفتاح في اليوم n و لنضع $P_n = P(A_n)$

نفترض أنه إذا نسي المدرس المفتاح في اليوم n فاحتمال أن ينساه في اليوم الذي يليه (n + 1) هو $\frac{1}{10}$

و إذا لم ينسَ المفتاح في اليوم n فاحتمال أن ينساه في اليوم التالي هو $\frac{4}{10}$

1- قيمة الاحتمال p_{n+1} تساوي :

$\frac{1}{10}p_n+\frac{1}{10}$	d	$\frac{4}{10}p_n+\frac{1}{10}$	c	$\frac{1}{10}-\frac{4}{10}p_n$	b	$\frac{4}{10}-\frac{1}{10}p_n$	a

2- نهاية P_n تتعلق بالعدد a

لا	b	نعم	a

الأجوبة : كلن A ^ _ ^

المسألة الثالثة : لدينا n صندوقاً $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ حيث u_1 يحوي ثلاث كرات زرقاء و كرة واحدة حمراء . و كل صندوق من الصناديق الباقية يحوي كرتين زرقاوين و كرة واحدة حمراء .

نسحب كرة من الصندوق الأول u_1 ثم نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب كرة من الصندوق u_2 و نضعها في الصندوق u_3 و هكذا ... , حتى نسحب كرة من الصندوق u_{n-1} و نضعها في الصندوق u_n .

يرمز بالرمز R_k إلى الحدث (الكرة المسحوبة من الصندوق u_k حمراء)

1- قيمة $P(R_1)$ تساوي :

$\frac{3}{4}$	d	$\frac{1}{4}$	c	$\frac{2}{5}$	b	$\frac{1}{3}$	a

2- يكون $P(R_2)$ مساوياً لـ :

$\frac{1}{4}P(R_1)+\frac{3}{4}$	d	$\frac{1}{4}P(R_1)+\frac{1}{4}$	c	$\frac{3}{4}P(R_1)+\frac{1}{4}$	b	$\frac{1}{4}P(R_1)-\frac{1}{4}$	a

3- في حالة $2 \leq k \leq n$ يكون $P(R_k)$ مساوياً لـ :

a	$\frac{1}{4}P(R_{k-1})-\frac{1}{4}$	b	$\frac{3}{4}P(R_{k-1})+\frac{1}{4}$	c	$\frac{1}{4}P(R_{k-1})+\frac{1}{4}$	d	$\frac{1}{4}P(R_{k-1})+\frac{3}{4}$

4- نعرف $x_k = P(R_k) - \frac{1}{3}$ عندئذٍ تكون المتتالية $(x_k)_{k\geq 1}$:

a	هندسية أساسها $\frac{1}{3}$	b	هندسية أساسها $-\frac{1}{4}$	c	هندسية أساسها $\frac{1}{4}$	d	ليست هندسية

5- عبارة x_k بدلالة k :

a	$\left(\frac{1}{4}\right)^k$	b	$\left(-\frac{1}{4}\right)^k$	c	$-\frac{1}{12}\left(\frac{1}{4}\right)^k$	d	$\frac{1}{12}\left(\frac{1}{4}\right)^k$

6- عبارة $P(R_k)$ بدلالة k :

a	$\left(\frac{1}{4}\right)^k+\frac{1}{3}$	b	$\left(-\frac{1}{4}\right)^k+\frac{1}{3}$	c	$-\frac{1}{12}\left(\frac{1}{4}\right)^k+\frac{1}{3}$	d	$\frac{1}{12}\left(\frac{1}{4}\right)^k+\frac{1}{3}$

الأجوبة : كلن C^_^

بقي أن نؤكد على ضرورة الحل باليد و عدم اهمال الكتابة الإنشائية الكاملة و الحل باليد لذلك اتفضل اتسلى بهالمسألتين المقاليتين :

المسألة الرابعة : نتأمل النقاط A, B, C, D التي تمثلها الأعداد العقدية

$$a = -1\ , b = 2 + i\sqrt{3}\ , c = 2 - i\sqrt{3}\ , d = 3$$

1- ارسم النقاط A, B, C ثم ادرس طبيعة المثلث ABC

2- عين $\arg\left(\frac{a-c}{d-c}\right)$ و استنتج طبيعة المثلث DAC

3- أثبت أن D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,-1),(B,2),(C,2)$

المسألة الخامسة:

أولاً : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$$f(x) = x(lnx)^2$$

1- أثبت أن $f(x) = 4\left(\sqrt{x}\ln\left(\sqrt{x}\right)\right)^2$

2- ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها ثم ارسم C_f

ثانياً : ليكن C_g الخط البياني للتابع g المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$$g(x) = -2x\ lnx$$

أثبت أنه عند $x > 1$ يكون $f(x) - g(x) = xf'(x)$ و استنتج الوضع النسبي للخطين C_f, C_g

ثالثاً : بين أن معادلة المماس T للمنحني C_g في النقطة التي فاصلتها x_0 هي :

$$y = xf'(x_0) + g(x_0)$$

Matheer Tinawy

المسألة السادسة: ليكن c_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$$f(x) = x - 1 - \frac{lnx}{x^2}$$

و g التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $g(x) = x^3 - 1 + 2lnx$

1- ادرس تغيرات g

2- احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

3- ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها

4- أثبت أن $d: y = x - 1$ مقارب للخط c_f ثم ادرس الوضع النسبي لهما

5- ارسم ما وجدته من مقاربات و ارسم c_f

6- استنتج الخط البياني للتابع h المعرف وفق :

$$h(x) = x - \frac{lnx}{x^2}$$

7- ناقش حسب قيم m حلول المعادلة $f(x) = m$

المسألة السابعة : ليكن $\boldsymbol{C}$الخط البياني للتابع $\boldsymbol{f}$ المعرف على$]-\infty, \mathbf{1}[$ وفق:

$$\boldsymbol{f(x) = e^x + \ln(1-x)}$$

وليكن $\boldsymbol{g}$ التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$\boldsymbol{g(x) = (1-x)e^x - 1}$$

المطلوب:

1) ادرس اطراد التابع $\boldsymbol{g}$ واستنتج أن $\boldsymbol{g(x) \leq 0}$ مهما تكن $\boldsymbol{x \in \mathbb{R}}$.

2) تحقق أن $\boldsymbol{f'(x) = \frac{g(x)}{x-1}}$ على المجال$]-\infty, \mathbf{1}[$, ثم ادرس تغيرات التابع $\boldsymbol{f}$ ونظم جدولاً بها.

3) اكتب معادلة المستقيم المماس $\boldsymbol{T}$ للخط $\boldsymbol{C}$ في نقطة منه فاصلتها $\boldsymbol{x = 0}$.

4) في معلم متجانس ارسم المستقيم $\boldsymbol{T}$, ثم ارسم $\boldsymbol{C}$ الخط البياني للتابع $\boldsymbol{f}$.

المسألة الثامنة : ليكن $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

1- أثبت أن $f(x) + f(-x) = 2$

2- استنتج أن $I(0,1)$ مركز تناظر للخط c_f

3- ادرس تغيرات f و اذكر ماله من مقاربات

4- ارسم c_f و ناقش تبعاً لقيم الوسيط m حلول المعادلة $(3-m)e^x - 1 - m = 0$

5- أثبت أن $\frac{1}{e^x+1} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$ ثم احسب مساحة السطح المحصور بين منحني التابع و محور الفواصل و المستقيمان $x = 0, x = ln2$

المسألة التاسعة : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف علىR وفق $f(x) = xe^{-x}$:

1- احسب نهاية التابع f عند $-\infty, +\infty$ ثم احسب $f'(x)$ و ادرس اطراد f و نظم جدولاً بتغيراته و عين ما له من قيم حدية ثم ارسم C

2- احسب مساحة السطح المحصور بين C و المستقيمن اللذين معادلتاهما $x = 0\ , x = 1$

3- بين أنه في حالة عدد حقيقي m من المجال $]0, e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين

4- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً كما يأتي : $u_0 = 1$, $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$

Natheer Tinawy

a) أثبت أن $0 < u_n \leq 1$ و ذلك مهما كان الدليل n

b) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة ثم بين أنها متقاربة و احسب نهايتها .

المسألة العاشرة : أ) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة $z^2 - 8z + 41 = 0$

ب) نعتبر في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس النقاط A, B, C, D التي تمثلها الأعداد العقدية

$$a = 4 + 5i \ , b = 3 + 4i \ , c = 6 + 7i \ , d = 4 + 7i$$

1- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة

2- بفرض $M'(z')$ صورة النقطة $M(z)$ وفق الدوران الذي مركزه D و زاويته $-\frac{\pi}{2}$,أثبت أن :

$$z' = -iz - 3 + 11i$$

3- عين صورة C وفق الدوران السابق و ما طبيعة المثلث ACD

4- ليكن T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{DC}$ و لتكن B' صورة B وفق T و A صورة A' وفق T و المطلوب :

a- اكتب الصيغة العقدية للانسحاب ثم استنتج a', b'

b- اكتب الشكل الجبري و الأسي للعدد $Z = \frac{d-b}{a'-b'}$

c- استنتج أن المستقيمين $(A'B')$ و (DB) متعامدين و أن

$$DB = A'B'$$

5- ليكن e العدد العقدي الممثل للنقطة E منتصف [AD] أثبت أن النقاط A', B', B, C تقع على دائرة واحدة مركزها E

المسألة الحادية عشر :

في معلمٍ متجانس :

$$A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$$

1- تحقق ان A, B, C ليست على استقامة واحدة

2- أثبت أن المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x + 3y - 3z - 4 = 0$

3- ليكن المستويان :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$
$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أن المستويين يتقاطعان في فصل مشترك d له التمثيل الوسيطي

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad t \in R$$

4- ما هي نقطة تقاطع المستويات

$$P, Q, (ABC)$$

Natheer Tinawy

انتهى المقرر♡

لقد تعلّمتم خلال هذه السنة الكثير.

لكن ما لا تعلمونه أنكم قد علمتموني الكثير💔

تعلمت منكم كيف يدمج المرء بين الاجتهاد و المسؤولية 👌 ..و اللطافة و المرح 😍

بين الاحترام الواجب 😎و الأخوّة المطلوبة 😉

و زادني أمل و ثقة بالله أن ما صبرتم عليه و عملتم لأجله لن يضيع سدىً و لن تهزم الأماني و لن تمحى الأحلام 👊

فأنتم جعلتم من الأحلام تسعى نحوكم و سيكون لكم في منصات التكريم مكانٌ و رفعة 🏆🏅

لكم كل حبي.. لكم كل امتناني و شكري و لكم خالص الدعاء و أسمى الأمنيات بأن تكونوا كما تتمنون .. 🏅

إياكم أن تنسوا أستاذكم و أخوكم ^_^ نذير تيناوي 🙏

لن يبلى الشغف💔❤️

Natheer Tinawy

Natheer Tinawy
0930287840
@NATHEER_MATH_DEVLOPMENT
لن يبلى الشغف ..
Natheer Tinawy