- أسئلة الامتحان التجريبي الأول.
- مادة الهندسة (الوحدة الأولى - الثانية)
- المدرس: لؤي الدمني.

السؤال الأول:

① نعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

ولدينا $\hat{C} = 45^\circ$

$$\star \boxed{A + B = 135}$$ ومنه

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{2}$$

من $\star$ حسب خواص التناسب $\frac{A+B}{B} = \frac{1+2}{2}$

$$\frac{135}{B} = \frac{3}{2}$$

$$B = \frac{135 \times 2}{3} = \frac{270}{3}$$

$$\boxed{\hat{B} = 90^\circ}$$

نعوض في $\star$

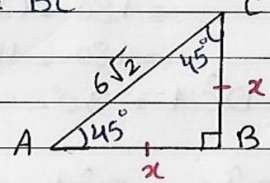
$$A + 90 = 135$$
$$A = 135 - 90$$

$$\boxed{\hat{A} = 45^\circ}$$

② ABC مثلث قائم في B ولدينا $\hat{A} = 45^\circ$

المثلث قائم ومتساوي الساقين

$AB = BC$



③ لدينا: $\cos\hat{A} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}}$

$$\cos 45^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{6\sqrt{2}}$$

$$AB = \frac{\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{AB = 6}$$

ونعلم أن المثلث متساوي الساقين ومنه $BC = 6$

طريقة 2: نفرض أن $AB = BC = x$

بما أن ABC مثلث قائم في B نطبق مبرهنة فيثاغورث

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$
$$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$$
$$36(2) = 2x^2$$
$$72 = 2x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{72}{2}$$

$$x^2 = 36$$
$$x = \sqrt{36}$$
$$x = 6$$

ومنه $AB = BC = 6$

④ $S = \frac{\text{جداء الضلعين القائمتين}}{2}$

$$= \frac{AB \times BC}{2}$$

$$= \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2}$$

$$\boxed{S = 18}$$

يتبع ←

5) $\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}$

1b) $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2b) $\sin A = \frac{6}{6\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث يقع في منتصف الوتر AC .

$r = \frac{AC}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{r = 3\sqrt{2}}$

التمرين الثاني:

1) • نعلم أن $A\hat{D}B = 180^\circ$ لأنها زاوية مستقيمة
ونعلم أن $C\hat{D}B = 60^\circ$

ومنه $\Rightarrow A\hat{D}C = A\hat{D}B - C\hat{D}B$

$= 180^\circ - 60^\circ$

$\boxed{A\hat{D}C = 120^\circ}$

• مجموع زوايا المثلث ADC لدينا

$D\hat{C}A = 180 - (0\hat{A}C + A\hat{D}C)$

$= 180 - (30 + 120)$

$= 180 - 150$

$D\hat{C}A = 30^\circ$

بما أن $D\hat{A}C = D\hat{C}A = 30^\circ$

ومنه المثلث ADC متساوي الساقين لتساوي زاويتين فيه

$\Rightarrow DC = AD$

$DC = 6$

من المثلث BDC القائم في B

$\cos \hat{D} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cos 60^\circ = \frac{DB}{DC}$

$\frac{1}{2} = \frac{BD}{6}$

$BD = \frac{6}{2} \Rightarrow BD = 3$

لدينا من المثلث ABC : AC

$\cos \hat{A} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cos 30^\circ = \frac{AB}{AC}$ ← AD + DB

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{AC}$

$AC = \frac{9 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{18 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3}$

$AC = 6\sqrt{3}$

BC

من المثلث ABC القائم في B

نعلم أن $\hat{A} = 30^\circ$

ونعلم أن الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر .

$BC = \frac{1}{2} AC$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3}$

$BC = 3\sqrt{3}$

تكملة حل التمرين الثاني :

2) أوجد جيب الزاوية $D\hat{C}B$

$$\sin D\hat{C}B = \frac{DB}{DC}$$

استنتج أن $CB \times CD = BD \times AC$

نوجد $\sin B\hat{A}C = \frac{BC}{AC}$

بما أن $D\hat{C}B = B\hat{A}C = 30°$

وعليه $\sin D\hat{C}B = \sin B\hat{A}C$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{CB}{AC}$$

حسب خواص التناسب

$$CB \times CD = BD \times AC$$

3) احسب مساحة المثلثين ADC , ABC

$$S_{ABC} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

$$= \frac{AB \times BC}{2}$$

$$= \frac{9 \times 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{27\sqrt{3}}{2}}$$

ب1 :

$$S_{ADC} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

$$= \frac{AD \times BC}{2}$$

$$= \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S_{ADC} = 9\sqrt{3}}$$

ب2 :

$$S_{ADC} = S_{ABC} - S_{DBC}$$

$$= \frac{27\sqrt{3}}{2} - \frac{BD \times BC}{2}$$

$$= \frac{27\sqrt{3}}{2} - \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{27\sqrt{3}}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{18\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S_{ADC} = 9\sqrt{3}}$$

التمرين الثالث :

$$\tan \hat{B} = \frac{7}{24}$$

بالطريقة 2

$$\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{7}{24}$$

بتربيع الطرفين

$$\frac{\sin^2 B}{\cos^2 B} = \frac{49}{576}$$

بخواص التناسب

$$\frac{\sin^2 B + \cos^2 B}{\cos^2 B} = \frac{49 + 576}{576}$$

بالطريقة 1

$$\frac{1}{\cos^2 B} = \frac{625}{576}$$

$$\cos^2 B = \frac{576}{625} \Rightarrow \cos B = \sqrt{\frac{576}{625}}$$

$$\boxed{\cos B = \frac{24}{25}}$$

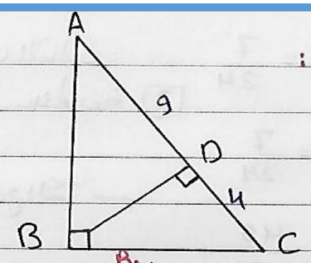
نعلم أن $\tan = \frac{\sin B}{\cos B}$

$$\sin B = \tan B \times \cos B$$

$$= \frac{7}{24} \times \frac{24}{25}$$

$$\boxed{\sin B = \frac{7}{25}}$$

التمرين الرابع :



$\tan(D\hat{B}C) = \tan(D\hat{A}B)$ [1]

من المثلث ABC نعلم أن مجموع زوايا المثلث $180°$ ولدينا $\hat{B} = 90°$

$\Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90°$ ①

من المثلث DCB نعلم أن مجموع زوايا المثلث $180°$ ولدينا $\hat{D} = 90°$

$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C} = 90$ ②

من ① و ② لدينا

$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B}_1 + \hat{C}$

$A = B_1$

$\Rightarrow \tan A = \tan B_1$

$\frac{BD}{AD} = \frac{DC}{BD}$

$\frac{BD}{9} = \frac{4}{BD}$

$BD^2 = 9 \times 4$

$BD^2 = 36$

$BD = \sqrt{36} = 6$

$\sin(B\hat{A}C) = \cos(A\hat{C}B)$ [2]

لأنهما متتامتان

نعلم أن مجموع زوايا المثلث $180°$ ولدينا $\hat{B} = 90°$

$\Rightarrow B\hat{A}C = A\hat{C}B = 90°$

$\cos(A\hat{C}B) = \frac{BC}{AC}$ (3

$\cos(B\hat{C}D) = \frac{DC}{BC}$

نعلم أن $\hat{C}$ زاوية مشتركة

$\Rightarrow \cos(A\hat{C}B) = \cos(B\hat{C}D)$

$\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC}$

$BC^2 = AC \times DC$

وهو المطلوب

السؤال الخامس :

① بما أن $MN \parallel BC$ نطبق مبرهنة طالس

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

$\frac{5x+2}{20} = \frac{4y-2}{4y-2+12} = \frac{7x-5}{15}$

① ② ③

من ① و ③ نجد : $\frac{5x+2}{20} = \frac{7x-5}{15}$

$15(5x+2) = 20(7x-5)$

$75x + 30 = 140x - 100$

$75x - 140x = -100 - 30$

$-65x = -130$

$x = \frac{-130}{-65} \Rightarrow \boxed{x = 2}$

نعوض في ③ : $\frac{7(2)-5}{15} = \frac{14-5}{15}$

$\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ ③

من ② و ③ : $\frac{4y-2}{4y+10} = \frac{3}{5}$

$5(4y-2) = 3(4y+10)$

$20y - 10 = 12y + 30 \Rightarrow 20y - 12y = 30 + 10$

$8y = 40$

$y = \frac{40}{8}$

$\boxed{y = 5}$

(2) $AM = 5x + 2$
$= 5(2) + 2$
$= 10 + 2$
$AM = 12$

$AC = 4y - 2 + 12$
$= 4(5) + 10$
$= 20 + 10$
$AC = 30$

التمرين السادس:

(1) ADC مثلث قائم في D بسبب وجود دائرة مارة برؤوسه وأحد أضلاعه AC قطرها
وفيه $\hat{A} = 45°$
هو مثلث قائم ومتساوي الساقين
$\Rightarrow A\hat{C}D = 45°$

(2) • زوايا المثلث ABC
$\hat{C} = 30°$ مرّ معنا (من المسألة)
$A\hat{B}C = 90°$ لأن ABC مثلث مر برؤوسه دائرة وأحد أضلاعه AC قطرها
ونعلم أن مجموع زوايا المثلث يساوي $180°$
وفيه $B\hat{A}C = 60°$

• ABC أضلاع
$AC = 2r = 2 \times 12$
$AC = 24$
نعلم أن الضلع المقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر
ولدينا $\hat{C} = 30°$
$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC$
$= \frac{24}{2}$
$AB = 12$

$\cos \hat{C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}}$
$\cos 30° = \frac{BC}{AC}$
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{24}$
$BC = \frac{24 \times \sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 12\sqrt{3}$

(3) • BOC مثلث متساوي الساقين لأن ضلعاه OB و OC أنصاف أقطار في الدائرة

• AOB مثلث متساوي الساقين لأن ضلعاه OA و OB أنصاف أقطار في الدائرة ولدينا $\hat{A} = 60°$ مؤ متساوي الأضلاع

(4) $B\hat{A}D = B\hat{A}C + C\hat{A}D$
$= 60 + 45$
$B\hat{A}D = 105°$

(5) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC}$

* $S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{12 \times 12\sqrt{3}}{2}$
$S_{ABC} = 72\sqrt{3}\ cm^2$

$S_{ADC} = \frac{AD \times DC}{2}$
AD , DC ضلعا مثلث قائم
تبع ←

من المثلث ADC

$\cos \hat{A} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cos 45 = \frac{AD}{AC}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AD}{24}$

$AD = \frac{24\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AD = 12\sqrt{2}$

ونعلم أن ADC مثلث متساوي الساقين

$\Rightarrow DC = 12\sqrt{2}$

نعوض في المساحة

$S_{ADC} = \frac{12\sqrt{2} \times 12\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{S_{ADC} = 144 \text{ cm}^2}$

ومنه

$S_{ABCD} = 72\sqrt{3} + 144 \text{ cm}^2$

نحسب مساحة الدائرة

$S = \pi r^2$

$= \pi (12)^2$

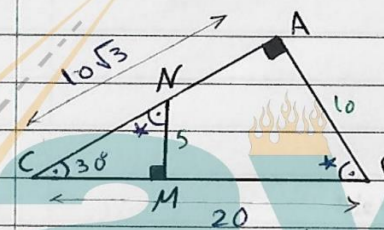
$S_{\text{دائرة}} = 144\pi \text{ cm}^2$

$S_{\text{ملون}} = S_{\text{دائرة}} - S_{ABCD}$

$= 144\pi - (72\sqrt{3} + 144)$

$S_{\text{ملون}} = (144\pi - 72\sqrt{3} - 144) \text{ cm}^2$

السؤال السابع :



① CAB

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$

CMN

$\sin \hat{C} = \frac{MN}{CN}$

② استنتج طول CN

من الطلب السابق نعلم أن $\hat{C}$ زاوية مشتركة بين المثلثين ABC , MNC

$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{MN}{CN}$

$\frac{10}{20} = \frac{5}{CN}$

$CN = \frac{20 \times 5}{10} \Rightarrow CN = 10$

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$ ③

من المثلث ABC نعلم أن $\boxed{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ}$

من المثلث CMN نعلم أن ② $\boxed{\hat{C} + \hat{N} = 90^\circ}$

من ① و ② نجد

$\hat{B} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{N}$

$\hat{B} = \hat{N}$

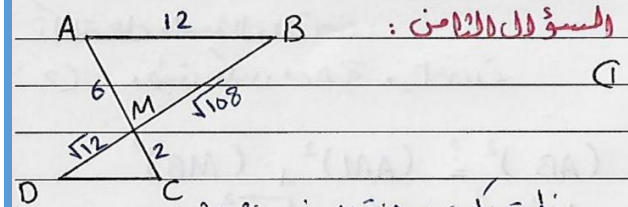
$\Rightarrow \cos B = \cos N$

$\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{CN}$

$AB \times CN = BC \times MN$

يتبع ←

السؤال الثامن :



1) نطبق عكس مبرهنة منسب الثلاث

$$\frac{MA}{MC} \stackrel{?}{=} \frac{MB}{MD}$$

$$\frac{6}{2} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}}$$

$$3 \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{108}{12}}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow 3 = 3$$

محققة وعليه $AB \parallel DC$

يتبع ←

$$\cos^2 A = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\cos^2 A = \frac{25}{25} - \frac{9}{25}$$

$$\cos^2 A = \frac{16}{25}$$

$$\cos A = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$$

$$\boxed{\cos A = \frac{4}{5}}$$

نعلم أن

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\tan A = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}$$

$$\tan A = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan A = \frac{3}{4}}$$

4)

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 30^\circ}$$

5)

$$\tan \hat{C} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AC}$$

$$\Rightarrow \boxed{AC = 10\sqrt{3}}$$

$$AN = AC - NC \Rightarrow \boxed{AN = 10\sqrt{3} - 10}$$

• تمرين إضافي : إذا علمت أن $\sin \hat{A} = \frac{3}{5}$

احسب $\cos A$ و $\tan A$

نعلم أن

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{9}{25} + \cos^2 A = 1$$

↩

تكملة حل السؤال الثامن :

C2 نطبق عكس مبرهنة فيثاغورث

$(AB)^2 \stackrel{?}{=} (AM)^2 + (MB)^2$

$12^2 \stackrel{?}{=} 6^2 + \sqrt{108}^2$

$144 = 36 + 108$

$144 = 144$

محققة وعليه AMB مثلث قائم في M

C3 بما أن $AB \parallel DC$

حسب مبرهنة الساق الثلاث

$\frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MD} = \frac{AB}{CD}$

$\Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{12}{DC}$

$DC = \frac{1 \times 12}{3}$

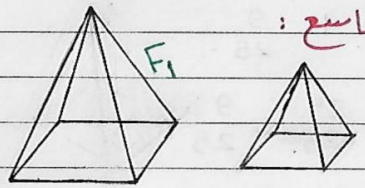
$\boxed{DC = 4}$

$\cos(M\hat{A}B) = \frac{AM}{AB}$

$\cos(M\hat{A}B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{M\hat{A}B = 60°}$

السؤال التاسع :



C1 نرمز لطول ضلع قاعدة F بـ L

نرمز لطول ضلع قاعدة F_1 بـ L_1

- $L_1 = k \times L$
  $= 2 \times 2$
  $L_1 = 4$
- $h_1 = k \times h$
  $= 2 \times 6$
  $h_1 = 12$

لأن التشابه يضرب أطوال الأضلاع بـ k

C2

- $S = (\text{طول الضلع})^2$
  $= 2^2$

$\boxed{S = 4\ cm^2}$

- $S_1 = k^2 \times S$
  $= 2^2 \times 4$
  $= 4 \times 4$

$\boxed{S_1 = 16\ cm^2}$

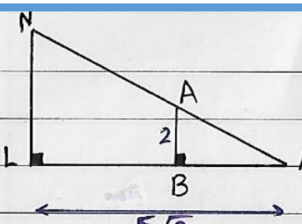
لأن التشابه يضرب مساحات الأشكال بـ k^2

C3

- $V = \frac{1}{3} S h$
  $= \frac{1}{3} \times 4 \times 6 \Rightarrow \boxed{V = 8\ cm^3}$
- $V_1 = k^3 \times V$
  $= 2^3 \times 8$
  $= 8 \times 8 \Rightarrow \boxed{V_1 = 64\ cm^3}$

لأن التشابه يضرب حجوم المجسمات بـ k^3

السؤال العاشر :



1) نعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180° ولدينا $\hat{L} = 90°$

$\Rightarrow \boxed{\hat{M} + \hat{N} = 90°}$ ★

$\frac{M}{N} = \frac{1}{2}$

حسب خواص التناسب

من ★ $\frac{M+N}{N} = \frac{1+2}{2}$

$\frac{90}{N} = \frac{3}{2}$

$N = \frac{90 \times 2}{3} \Rightarrow N = 60°$

بتعويض في ★

$M + 60 = 90 \Rightarrow M = 90 - 60$

$\Rightarrow M = 30°$

2) $\sin \hat{N} = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin 60° = \frac{LM}{MN}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{MN}$

يتبع ←

• نعلم أن الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر ولدينا $M = 30°$

$\Rightarrow LN = \frac{1}{2} MN$

$= \frac{1}{2}(10)$

$\boxed{LN = 5}$

3) من المثلث ABM

$\tan \hat{M} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$\tan 30° = \frac{AB}{BM}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{BM}$

$BM = \frac{2 \times 3}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \boxed{BM = 2\sqrt{3}}$

• $MN = \frac{5\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{MN = 10}$

$\sin \hat{M} = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin 30° = \frac{AB}{AM}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{AM}$

$AM = \frac{2 \times 2}{1}$

$\boxed{AM = 4}$

$AN = MN - AM$

$= 10 - 4$

$AN = 6$

$LB = LM - BM$

$= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$LB = 3\sqrt{3}$

4) لدينا

$$AB \perp LM \\ NL \perp LM \Rightarrow AB \parallel NL$$

لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان.

الزاويتان المتبادلتان MLN ، MBA

$$\frac{MB}{ML} = \frac{MA}{MN} = \frac{AB}{LN}$$

5) تناسبت أطوال الأضلاع وعليه فإن MBA تصغير MNL

$$k = \frac{AB}{NL} \Rightarrow k = \frac{2}{5}$$

6)

$$\frac{\text{مساحة } MBA}{\text{مساحة } MLN} = \left(\frac{AB}{NL}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$\frac{\text{مساحة } MBA}{\text{مساحة } MLN} = \frac{4}{25}$$