أولاً: أجب عن كل من التمارين الآتية:

التمرين الأول: نتأمل المستقيمين:

$$d_1:\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = 3t + 1 \end{cases} \quad , \quad d_2:\begin{cases} x = 4 - s \\ y = 2s \quad ; s \in \mathbb{R} \\ z = 2 - s \end{cases}$$

١. أثبت أن المستقيمين d_1 و d_2 متعامدان.
٢. أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين d_1 و d_2
٣. اكتب معادلة المستوي P الذي يشمل المستقيمين d_1 و d_2

التمرين الثاني:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$ والنقطة $A(1,1,-2)$

١. أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P
٢. اكتب معادلة المستوي Q المار من A والموازي للمتسوي P .

التمرين الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن لدينا المستويين P و Q حيث:
$P: x - 2y + 3z - 5 = 0$ و $Q: x + y + z + 1 = 0$ والمطلوب:

١. أثبت أن المستويين P و Q متقاطعين وفق فصل مشترك d
٢. أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d
٣. اكتب معادلة المستوي R العمودي على كل من P و Q والمار من $A(2,5,-2)$

التمرين الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$ والمطلوب:

١. أثبت أنّ C و E و D ليست واقعة على استقامة واحدة.
٢. أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE)
٣. عين إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم (AB) مع المستوي (CDE)
٤. عند أي قيمة للوسيط m تنتمي النقطة $M(m,1,0)$ للمستوي (CDE)

التمرين الخامس:

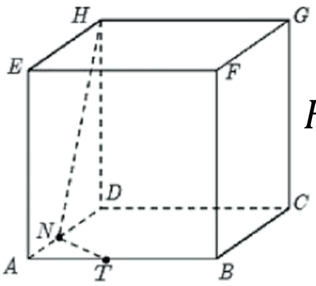
نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين: $A(1,0,1)$ و $B(2,-2,3)$ والمطلوب:

١. أوجد نقطة تنتمي لمحور الفواصل متساوية البعد عن النقطتين A و B
٢. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$
٣. اكتب معادلة الكرة التي يكون $[AB]$ قطراً فيها

التمرين السادس:

ليكن لدينا $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1 و T نقطة من $[AB]$ تحقق $\overrightarrow{AT}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

و N نقطة من $[AD]$ تحقق $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$ والمطلوب:



١. في المعلم المتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ جد إحداثيات النقاط T و N و F و H

٢. جد الشعاعين $\overrightarrow{NT}$ و $\overrightarrow{NH}$ ثم جد معادلة للمستوي (HNT)

٣. جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EF)

٤. استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT)

التمرين السابع:

في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتان $A(1,2,-3)$ و $B(6,3,1)$ والشعاعان $\vec{u}(2,1,1)$

و $\vec{v}(1,-1,2)$ ولدينا d هو المستقيم المار بالنقطة A والموجه بالشعاع $\vec{u}$

والمستقيم d' هو المستقيم المار بالنقطة B والموجه بالشعاع $\vec{v}$ والمطلوب:

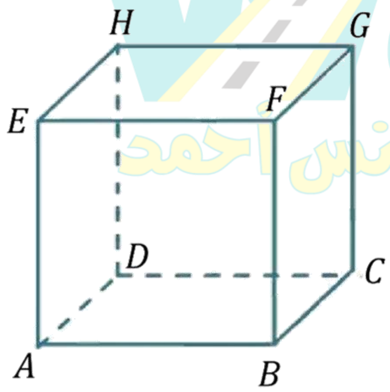
أثبت أن المستقيمين d و d' متقاطعين ثم عين إحداثيات I نقطة تقاطعهما.

حل كل من المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 1 والنقاط K و J و I منتصفات الأضلاع $[FG]$ و $[BC]$ و $[AD]$

بالترتيب , نختار المعلم المتجانس $\left(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH}\right)$ والمطلوب:



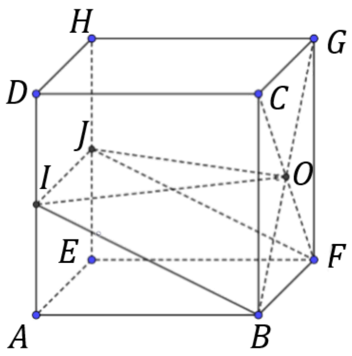
١. احسب مركبات الأشعة $\overrightarrow{HJ}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{AK}$

٢. أثبت أن النقاط F و H و I تشكل مستوي

٣. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$

٤. هل النقطة K تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$

٥. هل المستقيمان (ID) و (FE) متعامدان؟



المسألة الثانية:

$ABCDEFGH$ مكعب فيه I و J منتصفا $[AD]$ و $[EH]$ و O مركز الوجه $(BCGF)$ نتخذ المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً والمطلوب:

1. أوجد إحداثيات النقاط B و F و I
2. تأكد أنّ $\vec{n}(1,0,2)$ ناظم على المستوي $(BFJI)$ ثم اكتب معادلته.
3. احسب بعد O عن المستوي $(BFGI)$
4. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(BFJI)$ والمار بالنقطة O
5. احسب إحداثيات النقطة N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(BFJI)$
6. أثبت أنّ النقطة N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (I,α) و (B,β) و (F,γ) حيث α و β و γ ثوابت يطلب تعيينها

المسألة الثالثة:

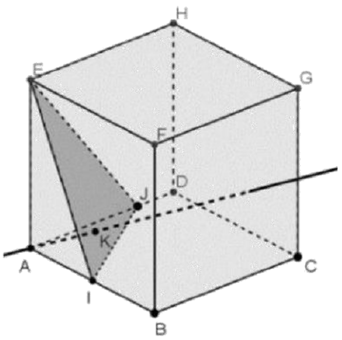
نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ وليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً له وليكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$ وأخيراً لتكن الكرة S التي مركزها A ونصف قطرها AB.

1. أثبت أنّ $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي P .
2. جد معادلة الكرة S
3. أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S
4. أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q
5. ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً: $d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t\ ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=4-3t \end{cases}$

a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q

b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$

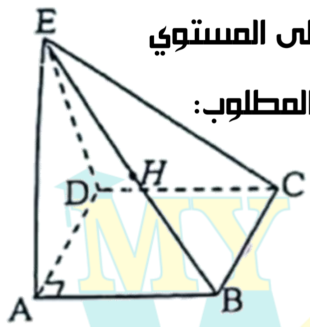
المسألة الرابعة:



ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً طول حرفه يساوي 4 ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق $4\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AD}$ نتأمل المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:

1. جد إحداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J
2. أثبت أن معادلة المستوي (EIJ) هي: $6x + 4y + 3z - 12 = 0$
3. اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ) ثم جد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ)
4. احسب بعد A عن المستوي (EIJ)

المسألة الخامسة:

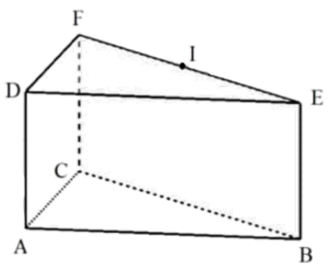


$EABCD$ هرم رباعي رأسه E قاعدته مربع طول ضلعه 3 وفيه $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ وفيه $EA = 3$, نختار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:

1. عين إحداثيات A و B و C و D و E
2. جد معادلة المستوي (EBC)
3. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويعامد المستوي (EBC)
4. استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)

المسألة السادسة:

نتأمل جانباً الموشور $ABCDEF$ قاعدته المثلث ABC قائم الزاوية وفيه (AD) عمودي على المستوي (ABC) والنقطة I منتصف $[EF]$ ونعلم أن $AD = 1$ و $AC = 2$ و $AB = 4$ نختار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)$ والمطلوب:



1. أوجد إحداثيات النقاط A و B و C و D و E و F و I
2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي ACI
3. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DE)
4. استنتج أن J منتصف $[DE]$ هي نقطة تقاطع المستقيم (DE) مع المستوي ACI

انتهت ورقة العمل..

مُحبكم الأستاذ خالد عامر ^_*