

المعطيات:

$$T_0 = 1 \text{ sec}, X_{max} = 10 \times 10^{-2} = 10^{-1} \text{ m}, m = 1 \text{ kg}$$

الحل:

١. طريقة أولى:

$$mg = kx_0 \Rightarrow$$

$$x_0 = \frac{mg}{k} *$$

$$k = m \cdot \omega_0^2 \text{ نحسب } k$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \text{ نحسب } \omega_0$$

$$\omega_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{نعوض لحساب } k$$

$$k = 1 \times (2\pi)^2 = 4\pi^2$$

$$k = 40 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{نعوض في } * \text{ نجد:}$$

$$x_0 = \frac{1 \times 10}{40}$$

$$x_0 = \frac{1}{4} \text{ m}$$

طريقة ثانية:

$$mg = kx_0$$

$$\text{نعزل: } \frac{m}{k}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{x_0}{g}$$

$$\text{نعوض في علاقة الدور:}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

$$\text{نعزل } x_0$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{x_0}{g} \Rightarrow$$

$$x_0 = \frac{T_0^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\text{نعوض:}$$

$$x_0 = \frac{1 \times 10}{4 \times 10}$$

$$x_0 = \frac{1}{4} \text{ m}$$

٢. حساب ثابت صلابة النابض:

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow k = 1 \times 4\pi^2$$

$$k = 40 \text{ Nm}^{-1}$$

$$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

- نعين قيم الثوابت:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1}$$

$$\omega_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_{max} = 10^{-1} \text{ m}$$

• تعيين قيمة φ من شروط البدء

$$v > 0 \quad t = 0 \quad x = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \quad (\text{اتجاه موجب})$$

نعوض الشروط بتابع المطال:

$$x = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \quad t = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{X_{max}}{\sqrt{2}} = X_{max} \cos \varphi \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{l} \varphi = +\frac{\pi}{4} \text{ rad} \\ \varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{array} \right.$$

نعوض φ في تابع السرعة:

$$v > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi) \\ t = 0 \quad v = -\omega_0 X_{max} \sin \varphi \end{array} \right.$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{4} \Rightarrow v = -\omega_0 X_{max} \sin \left(+\frac{\pi}{4} \right) < 0 \text{ مرفوض}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow v = -\omega_0 X_{max} \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) > 0 \text{ مقبول}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

- نعوض قيم الثوابت بالشكل العام:

$$x = 0.1 \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{4} \right) (m)$$

$$x = 0, t = ?$$

- نعوض في تابع المطال:

$$0 = 0.1 \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{20} (m)$$

- نعوض لحساب قوة الإرجاع:

$$F = -(40) \left(\frac{\sqrt{2}}{20} \right)$$

$$F = -2\sqrt{2} N$$

- نعوض لحساب التسارع:

$$a = -(2\pi)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{20} \right)$$

$$a = -2\sqrt{2} m.s^{-2}$$

٧. من الطلب الخامس:

$$x = \frac{\sqrt{2}}{20} \Leftarrow t = \frac{1}{4} sec \text{ عند الزمن}$$

- نعوض لحساب شدة قوة الإرجاع:

$$\bar{F} = |-k\bar{x}|$$

$$F = \left| -40 \times \frac{\sqrt{2}}{20} \right|$$

$$F = 2\sqrt{2} N$$

$$|v_{max}| = \omega_0 X_{max} \quad .^8$$

$$v_{max} = 2\pi \times 10^{-1}$$

$$v_{max} = \frac{2\pi}{10}$$

$$v_{max} = \frac{\pi}{5} m.s^{-1}$$

$$x = 8 \times 10^{-2} (m), v = ? \quad .^9$$

$$v = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$$

مع اتجاه سالب

$$v = -2\pi \sqrt{(10 \times 10^{-2})^2 - (8 \times 10^{-2})^2}$$

$$v = -2\pi \sqrt{100 \times 10^{-4} - 64 \times 10^{-4}}$$

$$= -2\pi \sqrt{(100 - 64) \times 10^{-4}}$$

$$= -2\pi \sqrt{36 \times 10^{-4}}$$

$$v = -12\pi \times 10^{-2} m.s^{-1}$$

$$x = X_{max} \text{ عندما } \sum F = ? \quad .^{10}$$

$$\sum \bar{F} = m.\bar{a}$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{X}$$

$$x = -X_{max} \Rightarrow a_{max} = \omega_0^2 X_{max}$$

$$\sum F_{max} = m\omega_0^2 X_{max}$$

$$= 1 \times 4\pi^2 \times 10^{-1}$$

$$\sum F_{max} = 4N$$

$$\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi k\right)$$

$$2\pi t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

- نقسم على π جميع الأطراف:

$$2t - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + k$$

$$2t = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + k$$

$$2t = \frac{3}{4} + k$$

$$t = \frac{3}{8} + \frac{k}{2}$$

- للمرور الأول: $k = 0$

- للمرور الثاني: $k = 1$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{3}{8} + \frac{4}{8}$$

- زمن المرور الثاني: $t_2 = \frac{7}{8} sec$

- للمرور الثالث: $k = 2$

$$\Rightarrow t_3 = \frac{3}{8} + \frac{2}{2}$$

$$t_3 = \frac{3}{8} + \frac{8}{8}$$

- زمن المرور الثالث: $t_3 = \frac{11}{8} sec$

$$x = ? \quad t = \frac{1}{4} sec \quad .^5$$

- نعوض بتابع المطال كما تعلمنا في الملاحظات:

$$x = 0.1 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

- نعوض $t = \frac{1}{4} sec$

$$x = 10^{-1} \cos\left(2\pi \left(\frac{1}{4}\right) - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = 10^{-1} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = 10^{-1} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = 10^{-1} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{20} m$$

$$t = 0, a = ?, F = ? \quad .^6$$

- قوة الإرجاع: $F = -kx$

- التسارع: $a = -\omega_0^2 x$

- يجب حساب المطال x عند بدء الزمن:

$$t = 0 \Rightarrow x = 0.1 \cos\left(2\pi(0) - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = 0.1 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$E_{tot} = ? \quad ١١$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-2}$$

$$\boxed{E_{tot} = 2 \times 10^{-1} J}$$

$$x = -6 \times 10^{-2} (m), E_k = ? \quad ١٢$$

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$= \frac{1}{2} k X_{max}^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} k (X_{max}^2 - x^2)}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 40 ((10 \times 10^{-2})^2 - (-6 \times 10^{-2})^2)$$

$$E_k = 20 [100 \times 10^{-4} - 36 \times 10^{-4}]$$

$$= 20 [(100 - 36) \times 10^{-4}]$$

$$= 20 (64 \times 10^{-4})$$

$$= 1280 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{E_k = 128 \times 10^{-3} J}$$

أو: بطريقة ثانية: نحسب E_p ومن ثم: $E_k = E_{tot} - E_p$

$$١٣. \quad t = ? , n = ? \text{ (عدد النوسات)}, \text{ حيث: } T_0 = 1 \text{ sec}$$

$$T_0 = \frac{t}{n} \Rightarrow t = n \cdot T_0$$

$$t = 20 \times 1 \Rightarrow \boxed{t = 20 \text{ sec}}$$

١٤. طول القطعة المستقيمة التي يرسمها المتحرك:

$$L = 2 X_{max}$$

$$L = 2 \times 10^{-1}$$

$$\boxed{L = 0.2 \text{ m}}$$

.....انتهى الحل.....

