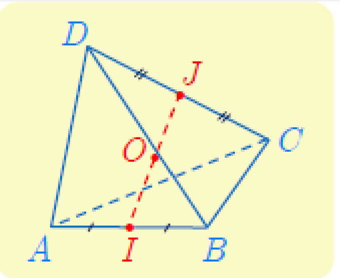
بنوك الشغف – الأشعة

السؤال الأول



في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي وجوه منتظم . النقطتان I و J منتصفي الضبعين
الترتيب . و أخيراً O منتصف $[IJ]$

1- أثبت أن $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ و ماذا تستنتج ؟

2- بفرض K منتصف $[AD]$ و L منتصف $[BC]$.

أثبت أن $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{LJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ و ما هي طبيعة الرباعي $IKJL$

السؤال الثاني

$ABCD$ رباعي وجوه و النقطتين E,F معرفتين وفق $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

و بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1),(B,3),(C,1),(D,2)$. أثبت أن G تقع على $[EF]$ ثم عين النقطة G على $[EF]$.

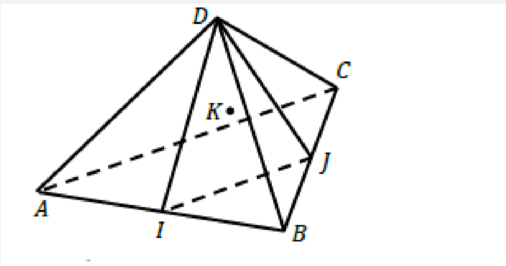
السؤال الثالث

$ABC-D$ رباعي وجوه فيه I منتصف $[AB]$ والنقطة J منتصف $[BC]$ والنقطة K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة:

$(A;1)\ ,\quad (B;3)\ ,\quad (C;2)\ ,\quad (D;3)$

أثبت أن النقاط J, I, K, D تقع في مستو واحد.

السؤال الثالث



$ABCD$ رباعي وجوه و النقطتين I,J معرفتين وفق $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{JC}=2\overrightarrow{JD}$

1- فسر لماذا لا يمكن للنقطة I أن تنطبق على J

2- أثبت من أجل كل نقطة M من الفراغ تتحقق العلاقات :

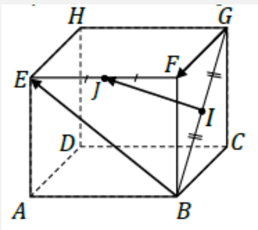
$\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MI}\quad ,\quad \overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}=-\overrightarrow{MJ}$

3- جد مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|$$

بنوك الشغف – الأشعة

السؤال الرابع



$ABCDEFGH$ مكعب وفيه I منتصف $[BG]$ و J منتصف $[EF]$.

1- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً.

2- أثبت أن المستقيم (IJ) يوازي المستوي (CBE).

السؤال الخامس

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,3,2)$ و $B(3,-1,3)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(2,1,0)$ و $\vec{v}(3,2,2)$ شعاعين موجهين له. أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي P إذا علمت أنه مار بالمبدأ.

السؤال السادس

ليكن P,Q المستويين المعرفين وفق :

$$P: 2x - y + z - 1 = 0$$
$$Q: x + y + 2z + 4 = 0$$

1- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الفصل المشترك للمستويين P,Q

2- جد A' مسقط النقطة $A(0,1,0)$ على المستقيم d

3- احسب بعد A' عن المستقيم d

السؤال السابع

ليكن P,Q المستويين المعرفين وفق :

$$P: x + y - 2z - 1 = 0$$
$$Q: x + y + z = 0$$

1- تحقق أن P,Q متعامدان

2- احسب بعد النقطة $A(2,1,2)$ عن كلٍ من المستقيمين P,Q

3- استنتج بعد A عن الفصل المشترك للمستويين P,Q

السؤال الثامن

اكتب معادلة الكرة التي مركزها $A(2,-2,2)$ و تمس المستوي $x + 2y + 3z = 5$

بنوك الشغف – الأشعة

السؤال التاسع

بفرض A,B نقطتين في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. و I منتصف $[AB]$

1- أثبت أنه من أجل أي نقطة من الفراغ M تتحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = MI^2 - AI^2$

2- صف ε مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للشرط $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$

3- جد المعادلة الديكارتية للمجموعة ε

السؤال العاشر

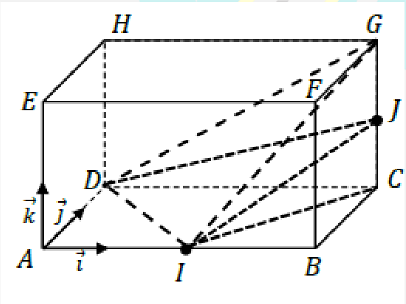
ليكن d,d' المستقيمان المعرفان وسيطياً وفق :

$$d:\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases} : t \in R \quad , \quad d':\begin{cases} x = -2\lambda + 1 \\ y = 1 - \lambda \\ z = \lambda + 4 \end{cases} : \lambda \in R$$

أثبت أنهما متوازيان . بيّن فيما إذا كانا طبوقين

السؤال الحادي عشر

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 4$ و $BC = 2$ و CH والنقطتان I و J منتصفا $[AB]$ و $[CG]$ على الترتيب , ولنختر معلماً متجانساً $(A;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ حيث $\vec{\imath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{\jmath} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ والمطلوب:



1- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً.

2- أثبت $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{ID} = 0$.

3- بفرض V_1 حجم رباعي الوجوه $GCID$

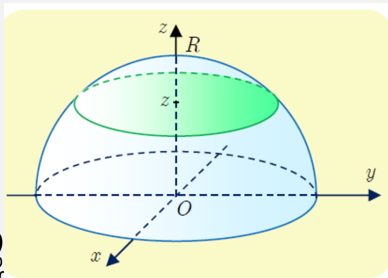
V_2 حجم رباعي الوجوه $JCID$

V حجم رباعي الوجوه $GJID$

أثبت أن $V_1 = 2V_2$, واستنتج قيمة V

السؤال الثاني عشر

في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$:



1- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها و نصف قطرها $R = 3$

2- نقطع الكرة بمستوٍ P يوازي المستوى oxy معادلته $P: z = \lambda$ حيث $0 \leq \lambda \leq 3$ فيكون المقطع دائرة C

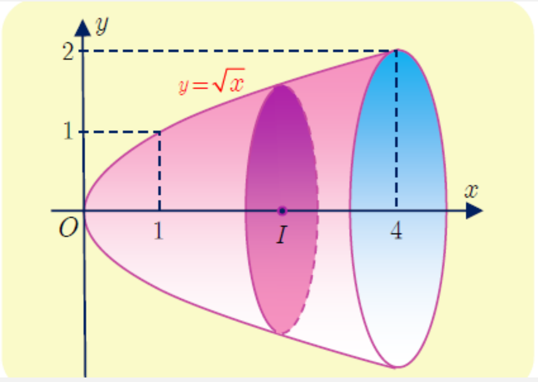
أ- احسب نصف قطر الدائرة r_c C

ب- أثبت أن مساحة الدائرة C تعطى بالعلاقة $A(\lambda) = \pi(9 - \lambda^2)$

بنوك الشغف – الأشعة

ت- احسب V حجم نصف الكرة الموضح في الشكل ثم استنتج V' حجم الكرة

السؤال الثالث عشر



ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,4]$ وفق $f(x) = \sqrt{x}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $[0,4]$ وارسم خطه البياني

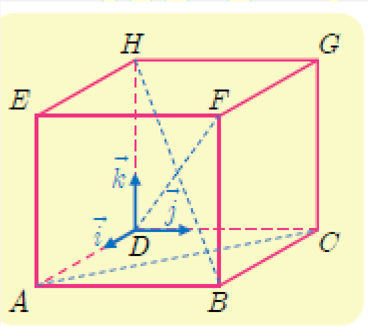
2- عندما يدور C_f دورة كاملة حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً S

أ- ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوٍ عمودي على محور الفواصل و يمر بالنقطة $I(x,0)$ حيث $0 \le x \le 4$

ب- عبر بدلالة x عن $A(x)$ مساحة هذا المقطع

ت- استنتج حجم S

السؤال الرابع عشر



$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 2 نعرف عليه المعلم المتجانس : $(D,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

حيث $2\vec{k} = \overrightarrow{DH}$, $2\vec{j} = \overrightarrow{DC}$, $2\vec{i} = \overrightarrow{DA}$

1- جد إحداثيات الرؤوس

2- أثبت أن المستقيمين $(DF),(HB)$ متعامدان و ما هي طبيعة $DBFH$

3- احسب مساحة DBFH

4- اكتب معادلة المستوي $(DBFH)$

5- بفرض I منتصف $[AE]$. احسب بعد I عن المستوي $(DBFH)$

6- احسب حجم الهرم $I - DBFH$

7- احسب حجم المكعب $ABCDEFGH$ ثم استنتج حجم الفراغ المحصور بين المكعب و الهرم

8- اكتب معادلة المستوي المحوري P للقطعة $[AE]$

9- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الفصل المشترك للمستويين $P,(DBFH)$

10- بفرض $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم d أثبت ان $\vec{u} = \alpha\overrightarrow{DB} + \beta\overrightarrow{DA}$ حيث α,β ثوابت يُطلب تعيينها

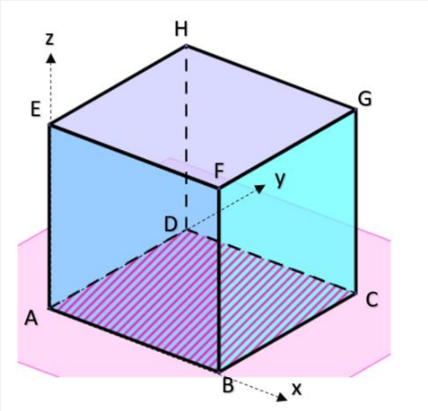
11- استنتج أن المستقيم d يوازي المستوي $(ABCD)$

12- ادرس تقاطع المستويات $P,(DBFH),(ABCD)$

13- اكتب معادلة المجسم الناتج عن دوران المربع $DBFH$ حول ضلعه DH

بنوك الشغف – الأشعة

السؤال الخامس عشر



في الشكل المجاور $\left(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$

1- جد إحداثيات الرؤوس

2- جد معادلة المستوي (EDB)

3- احسب حجم رباعي الوجوه $E-ABD$

4- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ومعامد للمستوي (EDB) ثم استنتج A' مسقط A القائم على المستوي (EDB)

5- استنتج بعد A عن المستوي (EDB) ثم استنتج مساحة المثلث EDB

6- جد معادلة المجسم الناتج عن دوران المثلث AFE حول ضلعه AE ثم احسب حجمه

7- جد عددين حقيقين a,b يحققان أن :

$$\overrightarrow{EA'}=a\overrightarrow{EB}+b\overrightarrow{ED}$$

8- أثبت أن A' مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(E,\alpha),(B,\beta),(D,\gamma)$ حيث α,β,γ ثوابت يطلب تعيينها

9- بفرض L مسقط A' على المستوي $(ABCD)$ و Y مسقط L على المستقيم (AD) احسب LY

10- اكتب معادلة المستوي P المار من D,B و معامد للمستوي (EDB)

11- استنتج بعد G عن Δ الفصل المشترك للمستويين $P,(EDB)$

12- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ

13- أثبت أن المستقيمين d,Δ متخالفان

14- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها A و نصف قطرها $\sqrt{3}$

15- أثبت أن الكرة S تقطع المستوي (EBD) في دائرة يُطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها r_c

16- صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للشرط :

$$\left|\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|\right|=\left|\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|\right|$$

ثم اكتب معادلتها الديكارتية

17- بفرض K نظيرة B بالنسبة للنقطة A

أ- أثبت أن $\overrightarrow{KM}.\overrightarrow{BM}=0$ تكافئ المساواة $MA^2=AK^2$

ب- استنتج أنها تمثل الكرة S

18- عين موضع النقطة N المحققة للشرط :

$$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{EH}-\overrightarrow{CD}$$

19- احسب $\cos(B\hat{E}D)$

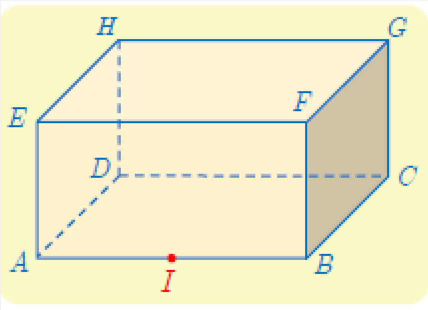
20- ليكن Q المستوي المحوري للقطعة $[AC]$ اكتب معادلة المستوي Q

بنوك الشغف – الأشعة

السؤال السادس عشر

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات . فيه $AB = 2$ و $GC = BC = 1$.

لتكن النقطة I منتصف $[AB]$



1- أعط معلماً متجانساً مبدؤه A

2- اكتب معادلة المستوي (IFH)

3- احسب بعد G عن المستوي (IFH)

4- جد M مسقط النقطة G على المستقيم (IH) . واستنتج بعد M عن (IH)

5- أتنتمي G' مسقط النقطة G على المستوي (IFH) إلى المستقيم (IH)