السؤال الأول: جد الجذرين التربيعين للعدد $w=-3+4i$

ثم حل في C المعادلة :

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

السؤال الثاني:

$$P(z)=z^3-2\left(\alpha+i\sqrt{3}\right)z^2-4\left(\alpha-i\sqrt{3}\right)z+8$$

المطلوب:

أولاً:

1- عين α إذا علمت أن $z=2$ حل للمعادلة $P(z)=0$
2- بفرض $\alpha=1$. جد كثير حدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ بحيث :

$$P(z)=(z-2)Q(z)$$

ثم استنتج حلول المعادلة $\mathrm{P}(z)=0$

ثانياً: لتكن النقاط A,B,C نقاط المستوي التي تمثل الاعداد العقدية :

$$a=2\ ,\qquad b=1+\sqrt{3}i$$
$$c=-1+i\sqrt{3}$$

1- أثبت أن $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC
2- ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل . عين a',b',c'

السؤال الثالث: جد حلول كلٍ من المعادلات :

$$z^3=1$$
$$j^3=8i$$

السؤال الرابع: أثبت أن العدد $z=e^{\frac{2i\pi}{3}}$ حل للمعادلة

$$1+z+z^2=0$$

ثم استنتج الحل الآخر , و اكتبهما بالشكل الجبري

السؤال الخامس:

في حالة عدد عقدي $z\neq-1$ نتأمل العدد العقدي $Z=\frac{2+\bar{z}}{1+\bar{z}}$ وبفرض أن $z=x+iy$ و $Z=X+iY$ و المطلوب :

1- اكتب X,Y بدلالة x,y
2- أثبت أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي تجعل العدد Z حقيقي هي مستقيم محذوف منه نقطة
3- أثبت أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي تجعل العدد Z تخيلي بحت هي دائرة محذوف منها نقطة

السؤال السادس: لتكن M النقطة التي تمثل العدد العقدي $z=-1+i$ و المطلوب :

1- أثبت أن z^8حقيقي (بطريقتين)
2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$

السؤال السابع: نتأمل النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد

$$a = -1\ , b = 2 + i\sqrt{3}$$
$$c = \bar{b}\quad , d = 3$$

و المطلوب :

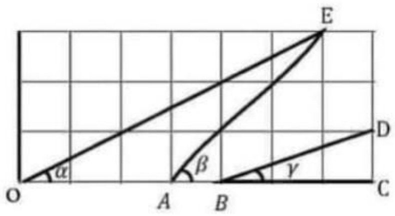
1- ارسم النقاط A, B, C, D ثم احسب AB, AC, BC و استنتج طبيعة المثلث ABC
2- عين $\arg\left(\frac{a-c}{d-c}\right)$ و استنتج طبيعة المثلث ACD
3- أثبت أن D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط :

$$(A, -1)\ , (B, 2), (C, 2)$$

السؤال الثامن: في معلم متجانس:

α , β, γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE}), (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}), (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$

على الترتيب و المطلوب :



1- اكتب كلاً من $Z_{\overrightarrow{OE}}$ و $Z_{\overrightarrow{AE}}$ و $Z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري و الأسي
2- احسب الجداء $Z_{\overrightarrow{OE}} \cdot Z_{\overrightarrow{AE}} \cdot Z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكلين الجبري و الأسي
3- استنتج قياساً للزاوية $\alpha + \beta + \gamma$

السؤال التاسع: ليكن العدد الحقيقي β وليكن $w = \frac{\sqrt{3}+i\beta}{\beta - i\sqrt{3}}$ والمطلوب:

1- أثبت أن $|w| = 1$.
2- أثبت أن العدد $Z = \frac{z - w\bar{z}}{1-w}$ حقيقي.
3- اكتب w بالشكل الجبري.

السؤال العاشر: أثبت صحة الخواص الآتية:

$$\arg(z_1 . z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$$

$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$$

$$\arg(z)^n = n. arg(z)$$

$$\arg(\bar{z}) = -\arg(z)$$

ثم جد مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق:

$$\arg(2iz) = \frac{\pi}{3}$$

$$\arg\left((1+i)z^2\right) = \frac{\pi}{2}$$

السؤال الحادي عشر: ليكن a عدد عقدي. جد مجموعة النقاط ε المحققة للشرط:

$$z^2 - a^2 = \bar{z}^2 - \bar{a}^2$$

ناقش حالة $a = 1 + i$.

السؤال الثاني عشر: ليكن z عدداً عقدياً يحقق:

$$\bar{z} = \frac{9}{z}\ , \arg(iz) = \frac{\pi}{3}$$

اكتب z بالشكل الأسي.

السؤال الثالث عشر: بفرض $z = e^{i2\theta}$ أثبت أن $\frac{z-1}{z+1}$ تساوي $i\tan\theta$.

السؤال الرابع عشر: بفرض $z = e^{ia}$ و $z' = e^{ib}$ أثبت أن:

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

السؤال الخامس عشر: بالاستفادة من علاقات أويلر أثبت أن:

$$\sin^3 x = 3\sin(x) - \sin(3x)$$

ثم احسب النهاية:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x) - 3\sin(x)}{\tan^3(x)}$$

بشكل مماثل جد صيغة مناسبة لـ $\cos^3 x$ ثم احسب النهاية:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(3x)}{\cos(x)}$$