حل ورقة عمل

مسائل في النواس الثقلي

المسألة الأولى:

١- نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول : لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني : لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta \bar{E}_K = \sum \overline{W}_{\vec{F}_{(1-2)}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \overline{W}_{\vec{W}} + \overline{W}_{\vec{R}}$$

-بدون سرعة ابتدائية $\boxed{E_{K_1} = 0}$

- لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لاتنتقل $\boxed{W_{\vec{R}} = 0}$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$$

$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2} I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

➢ نعين قيم كل من $d \,.\, I_\Delta .\, m$

$$\boxed{d = oc = \frac{\ell}{2}}$$

➢ (محور الدوران لم يمر من منتصف الساق لذلك نطبق نظرية هايغنز لتعيين عزم عطالة النواس)

$$\text{هايغنز} \quad I_\Delta = I_{\Delta/c} + m.d^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\frac{\ell^2}{4} = \frac{4}{12} m\ell^2$$

$$\boxed{I_\Delta = \frac{1}{3} m\ell^2}$$

نعوض قيم كل من $d \,.\, I_\Delta .\, m$ $\rightarrow$ $\omega = \sqrt{\dfrac{2mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{3} m\ell^2}}$

$$\omega = \sqrt{\frac{g.(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{3}.l}} = \sqrt{\frac{10.\left(1-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{3}.\frac{3}{2}}} = \sqrt{10}$$

$$\xrightarrow{\pi \approx \sqrt{10}} \boxed{\omega \simeq \pi \; rad.s^{-1}}$$

➢ حساب السرعة الخطية لمركز عطالة الساق لحظة المرور في الشاقول

$v = \omega.r$ لكن: $r = d$

$$\Rightarrow v = \omega.d$$

$$v = \pi \times \frac{3}{4}$$

$$\boxed{v = \frac{3}{4}\pi \;\; m.s^{-1}}$$

٢- $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{mgd}}$

نعين قيم كل من $d \,.\, I_\Delta .\, m$

$$\boxed{\text{فرضاً} \; d = oc = \frac{\ell}{6}}$$

➢ (محور الدوران لم يمر من منتصف الساق لذلك نطبق نظرية هايغنز لتعيين عزم عطالة النواس)

$$\text{هايغنز} \quad I_\Delta = I_{\Delta/c} + m.d^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell^2}{36}\right) = \frac{4}{36} m\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

➢ نعين قيم كل من $d \,.\, I_\Delta .\, m$

$$\boxed{\text{فرضاً} \; d = oc = \frac{\ell}{6}}$$

➢ (محور الدوران لم يمر من منتصف الساق لذلك نطبق نظرية هايغنز لتعيين عزم عطالة النواس)

$$\text{هايغنز} \quad I_\Delta = I_{\Delta/c} + m.d^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell^2}{36}\right) = \frac{4}{36} m\ell^2$$

$$\boxed{I_\Delta = \frac{1}{9} m\ell^2}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9} m\ell^2}{m \times 10 \times \frac{\ell}{6}}} \xRightarrow{\text{بالاختصار}} T_0 = 2\sqrt{\frac{6}{9}\ell}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{6}{9} \times \frac{3}{2}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\;S}$$

مركب بسيط $T'_0 = T_0$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = 2 \Rightarrow \pi\sqrt{\frac{\ell'}{10}} = 1$$

$$\boxed{\ell' = 1\,m}$$

٣-

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}\,\text{ساق}}{K}} \xRightarrow{\text{الدور بدون كتل}} T_0 = \frac{t\,\text{زمن النوسات}}{N\,\text{عدد النوسات}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\;sec$$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,\text{جملة}}}{K}} \xRightarrow{\text{الدور مع كتل}} T'_0 = 1\;sec$$

$$\frac{T_0}{T'_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}\,\text{ساق}}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,\text{جملة}}}{K}}} \Rightarrow \frac{T_0}{T'_0} = \sqrt{\frac{I_{\Delta/c}\,\text{ساق}}{I_{\Delta\,\text{جملة}}}}$$

$$\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}\,\text{ساق}}{I_{\Delta\,\text{جملة}}}} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \xRightarrow{\text{نربع الطرفين}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{I_{\Delta/c}}{I_{\Delta\,\text{جملة}}} \Rightarrow I_{\Delta\,\text{جملة}} = 4.I_{\Delta/c}$$

➢ ولكن $I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta/m1}$

$$\Rightarrow I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta/m1} = 4.I_{\Delta/c}$$

$$3.I_{\Delta/c} = 2.I_{\Delta/m1} \Rightarrow$$

$$3.\frac{1}{12} m\ell^2 = 2.m_1 r_1^2 \Rightarrow$$

$$3.\frac{1}{12} m\ell^2 = 2m_1.\frac{\ell^2}{4} \xRightarrow{\text{بالاختصار}}$$

$$m = 2m_1 \Rightarrow m = 2 \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\boxed{m_{\text{ساق}} = 4 \times 10^{-2}\;kg}$$

حساب ثابت فتل السلك k من أحد الدورين :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}\text{ساق}}{K}} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} T_0^2 = 4\pi^2.\frac{I_{\Delta/c}\text{ساق}}{K} \xrightarrow{\text{نعزل k}}$

$k = 4\pi^2.\frac{I_{\Delta/c}\text{ساق}}{T_0^2} = 4\pi^2.\frac{\frac{1}{12}m\ell^2}{T_0^2} = 4\times10\frac{\frac{1}{12}\times4\times10^{-2}\times\frac{9}{4}}{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \boxed{K = 1.2\, m.N.rad^{-1}}$

المسألة الثانية:

(A

١. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mg.d}}$

نعين قيم كل من $d . I_\Delta . m$

$\boxed{d = oc = r}$

(محور الدوران لم يمر من مركز القرص لذلك نطبق نظرية هايغنز لتعيين عزم عطالة النواس)

هايغنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + m.d^2$

$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$

$\boxed{I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mg.r}}$

لكن: $\pi^2 = 10 \to \pi \simeq \sqrt{10} \simeq \sqrt{g}$

$T_0 = \sqrt{\frac{3}{2}r}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}} = 2\times\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{T_0 = 1\, s}$

٢.

بسيط $T_0 = T'_0$ مركب

$1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{10}} \Rightarrow \sqrt{l'} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}}$

$\boxed{\ell' = \frac{1}{4}m}$

٣.

نطبق نظرية الطاقة الحركية على القرص بين وضعين

الوضع الأول : لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني : لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Delta \bar{E}_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}_{(1-2)}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{R}}$

بدون سرعة ابتدائية $\boxed{E_{K_1} = 0}$

لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لاتنتقل $\boxed{W_{\vec{R}} = 0}$

$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh$

$h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2}.I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2mgd(1 - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$

نأخذ قيم كل من $\to \omega = \sqrt{\frac{2mgr(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}mr^2}}$

من طلب الدور $d . I_\Delta . m$

$\xrightarrow{\text{نختصر}} \omega = \sqrt{\frac{2.g(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}.r}} \xrightarrow{\text{نعوض}} \omega = \sqrt{\frac{2.10(1-\frac{1}{2})}{\frac{3}{2}\frac{1}{6}}} = \sqrt{4.10}$

$\omega = 2\sqrt{10} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

(B

-1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} T_0^2 = 4\pi^2.\frac{I_\Delta}{K}$

$16 = 4.10.\frac{I_\Delta}{8.10^{-4}} \xrightarrow{\text{نختصر}} 16 = \frac{I_\Delta}{2.10^{-5}}$

$\boxed{I_\Delta = 32\times10^{-5}\, kg.m^2}$

-٢ $\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

تعيين الثوابت θ_{max} , ω_0 , $\bar{\varphi}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{\pi}{2}\, rad.s^{-1}}$

ترك دون سرعة ابتدائية $\theta + \theta_{max} = \frac{\pi}{6}\, rad$

تعيين $\bar{\varphi}$ من شروط البدء : $t = 0$, $\theta = +\theta_{max}$

ترك دون سرعة ابتدائية $+\theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \boxed{\bar{\varphi} = 0}$

نعوض قيم الثوابت بالشكل العام:

$\boxed{\bar{\theta} = \frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{2}t \quad rad}$

-3 عند المرور بوضع التوازن: $E = E_k \Leftarrow E_p = \theta = 0$

$\Leftarrow 0$

$E = E_k = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$

$E_k = \frac{1}{2}.8.10^{-4}.\frac{\pi^2}{36} \xrightarrow{\text{نختصر}} \boxed{E_K = \frac{1}{9}\times10^{-3}\, J}$

..انتهى الحل..