حل تدرب صفحة 34:

1- لدينا:

1. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$
2. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
3. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \ , \ \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$
4. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
5. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
6. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2- لدينا:

$$\ell = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 5$$

$$\varepsilon = b - \ell = 5.1 - 5 = 0.1 = \frac{1}{10}$$

نعوض في القانون:

$$|f(x) - \ell| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{5x-1}{x-1} - 5\right| < \frac{1}{10}$$

$$\left|\frac{5x-1-5x+5}{x-1}\right| < \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{x-1} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{x-1}{4} > 10$$

$$x - 1 > 40$$

$$x > 41$$

تدرب صفحة 38:

1- لدينا:

1. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 \, , \, \lim_{x\to-\infty} f(x) = 1 \ , \ \lim_{x\to1^+} f(x) = -\frac{2}{0^+} = -\infty \, , \, \lim_{x\to1^-} f(x) = -\frac{2}{0^-} = +\infty$$

ملاحظة: ندرس إشارة المقام عندما يكون صفراً.

2. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{6}{0^-} = -\infty \, , \lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

3. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2 \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = 2 \, , \lim_{x\to -1^+} f(x) = -\frac{3}{0^+} = -\infty \, , \lim_{x\to -1^-} f(x) = -\frac{3}{0^-} = +\infty$$

4. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 5 \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = 5 \, , \lim_{x\to -1^+} f(x) = -\frac{4}{0^+} = -\infty \, , \lim_{x\to -1^-} f(x) = -\frac{4}{0^-} = +\infty$$

5. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \, , \lim_{x\to 2} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

هنا المقام موجب فالصفر موجب مو شرط تدرس إشارة.

6. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \ , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to -2^+} f(x) = -11 + \frac{2}{0^+} = +\infty \, , \lim_{x\to -2^-} f(x) = -\infty$$

2- لدينا:

$$\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$$

لدينا:

$$f(x) > 10^3$$

$$\frac{5x-1}{(x-1)^2} > 10^3$$

عندما $x \to 1$:

$$\frac{5x-1}{(x-1)^2} \approx \frac{4}{(x-1)^2} > \frac{3.6}{(x-1)^2}$$

نعوض:

$$\frac{3.6}{(x-1)^2} > 10^3$$

$$\frac{(x-1)^2}{3.6} > \frac{1}{10^3}$$

$$(x-1)^2 > 36 \times 10^{-4}$$

نجذر:

$$|x-1| > 6 \times 10^{-2} = 0.06$$

فتكون:

$$\alpha = 0.06$$

تدرب صفحة 42:

السؤال الأول: لدينا:

1. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2 \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -2 \, , \lim_{x\to1^-} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to1^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to2^+} f(x) = \frac{8}{0^-} = -\infty \, , \lim_{x\to2^+} f(x) = \frac{8}{0^+} = +\infty$$

2. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \, , \lim_{x\to2^-} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-2^+} f(x) = \frac{-3}{0^-} = +\infty \, , \lim_{x\to-2^-} f(x) = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

3. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \, , \lim_{x\to1} f(x) = +\infty$$

4. لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \, , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to1^-} f(x) = +\infty \, , \lim_{x\to1^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to2^+} f(x) = -\infty \, , \lim_{x\to2^-} f(x) = +\infty$$

لا تنسا تضرب بالناقص يلي قبل الكسر.

السؤال الثالث:

لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2$$

$$\ell = -2 \, , \varepsilon = b - \ell = -1.95 + 2 = 0.05 = \frac{5}{100}$$

نعوض في القانون:

$$|f(x)-\ell|<\varepsilon$$
$$\left|\frac{-2x+1}{x+3}+2\right|<\frac{5}{100}$$
$$\left|\frac{-2x+1+2x+6}{x+3}\right|<\frac{5}{100}$$
$$\frac{7}{x+3}<\frac{5}{100}$$
$$\frac{x+3}{7}>\frac{100}{5}$$
$$x+3>7\times 20$$
$$x+3>140$$
$$x>137$$

السؤال الرابع:

$$\lim_{x\to 5} f(x)=4$$

نقسم التابع قسمة إقليدية:

$$f(x)=1+\frac{6}{x-3}$$

لدينا:

$$3.95\le f(x)\le 4.05$$
$$3.95\le 1+\frac{6}{x-3}\le 4.05$$

نطرح 1:

$$3.95-1\le\frac{6}{x-3}\le 4.05-1$$

نقلب:

$$\frac{1}{2.95}\ge\frac{x-3}{6}\ge\frac{1}{3.05}$$

نضرب بـ 6:

$$\frac{6}{2.95}\ge x-3\ge\frac{6}{3.05}$$

نضيف 3:

$$\frac{6}{2.95}+3\ge x\ge\frac{6}{3.05}+3$$
$$\Rightarrow I=\left[\frac{6}{2.95}+3\,,\frac{6}{3.05}+3\right]$$