الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الصفحة : واحدة

الجمهورية السورية — امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٢م
الفرع العلمي (الدورة الأولى)
المادة : الرياضيات
الصفحة الأولى

أجب عن خمسة أسئلة فقط من الأسئلة الستة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تابع حقيقي معرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ بجدول تغيراته الآتي:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

المطلوب:
1- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ و $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.
3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟
4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. المطلوب:
1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.
2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، فبيّن مجموعة النقط M من الفراغ التي تحقق المساواة:
$$\left|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right| .$$

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون الذي سحب إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.
لتكن R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، لتكن R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.
المطلوب: 1- أعط تشكيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.
2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{1}{x}$.
المطلوب: أثبت أن المستقيم ذا المعادلة $y=x+1$: d مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $-\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.
2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .
3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني لتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ والمطلوب:
عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرف المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ ، $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ المطلوب:
1- أثبت بالتدريج أن $2\le u_n\le 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2- أثبت أن $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.
3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة.
4- بيّن أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية
Scanned with CamScanner

التعليمات:

التمرين الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-\infty,0]$ بـ: $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{x}-1}{x} & ; x<0 \\ 1 & ; x=0\end{cases}$ المطلوب:

1- أثبت أن f مستمرة عند الصفر.

2- ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر وأعط التأويل الهندسي للعدد المشتق المحصل عليها.

3- بين أن المنحنى (C) للدالة f يقبل مقاربا أفقيا عند $-\infty$ يطلب معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول (1) واستعمل التقريب التالي للمماس لحساب قيمة مقربة لـ $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$

المسألة (الموضوع كامل) (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة $A(1,1,2)$ والمستويين P و Q: $\begin{matrix}P: x-y+2z-1=0 \\ Q: 2x+y+z+1=0\end{matrix}$ المطلوب:

1- أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان وفق مستقيم d.

2- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوى R المار من A ويعامد كلا من المستويين P و Q.

4- حدد إحداثيات النقطة B المشتركة بين المستقيم d والمستوى R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A ومماسة للمستوى Q.

المسألة الثانية:

ليكن (C) المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. المطلوب:

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Δ).

3- ادرس تغيرات الدالة f وتأكد سابقا، ثم بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

4- ارسم (Δ) و (C)، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور الترتيب و (C) و (Δ) والمستقيم $x=-1$.

5- استنتج المنحنى (C') للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g:x\mapsto -e^{-2x}+2x+2$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والهواتف النقالة.

Samsung Quad Camera
Bekatcho Galaxy A6½

Scanned with CamScanner

السؤال الثاني: في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$ والمطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقط $M(x,y,z)$ بحيث $AM = AB$

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $g(x) = \ln(2 + x\ln x)$ والمطلوب:

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(2+x\ln x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x)+\ln(y)=\ln(6) \\ \ln(x+y)=\ln(5) \end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^4}dx$ والمطلوب:

احسب $I+J$ ثم $I-J$ واستنتج I و J.

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، ربعنا فيها ستة أقطار متتالية، لتكن $(A_1,A_2,\dots,A_{12})$ أطراف هذه الأقطار. والمطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

$$u_n = \frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n = u_n + \frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- اثبت أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متجاورتان.

3- اثبت أن $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

Scanned with CamScanner

[illegible]

الرياضيات

(الفرع العلمي - [illegible])

[illegible]

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة [illegible]

1- [illegible]

2- [illegible]

a) [illegible]

b) [illegible]

3- [illegible]

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (2) و (1)، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة، ولنعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X, Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. والمطلوب:

1- تحقق أن النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y+z-1=0$ هي معادلة المستوي (BCD).

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة الكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ ولنكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$. والمطلوب:

1- ادرس اطّراد التابع g واستنتج أن $g(x)\leq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم T المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f.

- انتهت الأسئلة -

يُمنع استعمال الآلات الحاسبة.

Scanned with CamScanner